52
А 914

АСТРОНОМИЯ

Допущено
Министерством образования Республики Беларусь
в качестве учебного пособия
для студентов учреждений высшего образования
по естественнонаучным специальностям

С электронным приложением

обу
БИБЛИОТЕКА
БГУ
2131307

Фундаментальная библиотека
БГУ
00786829

И

УДА

Минск
«Вышэйшая школа»
2016

УДК 52(075.8)
ББК 22.6я73
А91

Авторы: В.И. Шупляк, М.Б. Шундалов, А.П. Клищенко, В.В. Малыщиц

Рецензенты: кафедра физики и методики преподавания физики физико-математического факультета учреждения образования «Белорусский государственный педагогический университет имени М. Танка» (старший преподаватель *А.А. Шимбалев*); председатель Научного совета Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований доктор физико-математических наук, профессор, академик *С.В. Гапоненко*

Все права на данное издание защищены. Воспроизведение всей книги или любой ее части не может быть осуществлено без разрешения издательства

АБУ

ISBN 978-985-06-2759-9 (отд. кн.)
ISBN 978-985-06-2753-7

© Оформление. УП «Издательство "Вышэйшая школа"», 2016

ПРЕДИСЛОВИЕ

Астрономию с полным правом можно считать старейшей из наук. Со времен глубочайшей древности небо привлекало внимание людей. Постижение закономерностей движения Солнца, Луны, планет дало человечеству математику, механику, физику... Нет ни одной древней цивилизации, представители которой, изучая небо, не создавали бы системы счета времени и календари, упорядочивая и регламентируя таким образом свою жизнь. Развитие человечества на Земле невозможно представить без истории познания неба, построения системы астрономических знаний.

Изучая движение, строение, происхождение и развитие небесных тел и их систем, астрономия в конечном итоге дает представление о строении и развитии Вселенной в целом. Предметами и объектами исследования в астрономии являются Солнце и звезды, большие и малые планеты и их спутники, кометы и метеорные тела, туманности, звездные системы, а также вся материя и силовые поля, заполняющие межзвездное и межпланетное пространство. В повседневной жизни человек сталкивается с различными системами счета времени, календарными датами и периодами, точками горизонта и географическими картами, ориентированием по Солнцу и звездам. Непосредственно наблюдаются чередование времен года на Земле, смена фаз Луны, приливы и отливы и ряд других явлений, которые оказывают воздействие на многие процессы, происходящие на Земле, и в той или иной мере связаны с окружающим космическим пространством.

Астрономия занимает важное место в системе наук, изучаемых на естественнонаучных факультетах университетов. Предметная область астрономии как науки охватывает наиболее общие закономерности природы и базируется в первую очередь на курсах общей и теоретической физики, математики, географии и химии. Курс астрономии призван развить и объединить в логически стройную систему астрономические знания, полученные студентами в средней школе и при изучении физических и математических общих и специальных курсов, а также, используя всю полноту знаний, приобретенных в высшей школе, привести студентов к пониманию современной картины явлений, происходящих во Вселенной, и единства научного знания о мире. В связи с этим, с нашей точки зрения, каждый образованный человек должен обладать некоторым минимумом астрономических знаний, а преподавание астрономии неотделимо от задачи формирования у молодого человека современного целостного научно обоснованного мировоззрения, понимания места и роли человека во Вселенной. Кроме того, в настоящее время, используя новейшие достижения физики и последние технические разработки, астрономия вносит заметный вклад в прикладные науки.

В последние полвека астрономия развивалась особенно бурно, что обусловлено, прежде всего, научной и практической необходимостью, а также стремительным развитием космонавтики и ракетной техники. Потребности современной цивилизации заставляют человека разрабатывать и совершенствовать теоретическую основу астрономических знаний, методы и средства астрономических наблюдений и экспериментов. Астрономия дает уникальный материал, демонстрирующий изменение места и роли человека в процессе освоения и познания мира, его превращение из стороннего беспомощного наблюдателя, привязанного к поверхности Земли, в активного исследователя многих астрономических и физических явлений, происходящих во Вселенной, деятельный объект физической реальности. Очевидно, что в недалеком будущем успех развития цивилизации будет в основном зависеть от масштабов освоения и использования космических объектов и пространства, а астрономия и смежные с ней отрасли знаний превратятся в непосредственную производительную силу. Уже сейчас остро стоит вопрос о подготовке специалистов в областях, в той или иной степени связанных с астрономией.

Важность астрономических исследований для современной цивилизации подчеркивается объявлением ЮНЕСКО 2009 года Международным годом астрономии. В XXI в. ученые-астрофизики неоднократно (в 2002, 2006, 2011 и 2015 гг.) становились лауреатами Нобелевской премии по физике.

В связи с этим особенно актуальной, на наш взгляд, является задача повышения уровня астрономических знаний (и в области естествознания в целом) школьников и студентов, особенно естественнонаучных специальностей. Заметим, что именно в школе закладывается интерес к определенным дисциплинам и базовый уровень для дальнейшего образования.

В то же время нельзя не отметить, что значительная часть выпускников школ имеют чрезвычайно слабые знания по астрономии. Это объясняется прежде всего недостаточным вниманием в школах к данной дисциплине и отсутствием учителей – специалистов в этой области. Другой причиной (а может быть, и основной) подобного положения дел является очевидная нехватка учебной и научно-популярной литературы, предназначенной для формирования знаний подрастающего поколения. В течение нескольких последних лет остро ощущается дефицит учебников и задачников по астрономии в университетских библиотеках. При этом фундаментальные астрономические и астрофизические открытия последних лет (анизотропия реликтового излучения, темная материя и энергия, экзопланеты и др.) не всегда успевают в полной мере найти отражение в массовых учебных изданиях, а зачастую становятся предметом псевдонаучных спекуляций.

Кроме того, развития астрономического образования требуют и некоторые аспекты социальной жизни общества. Во-первых, недостаток

знаний автоматически удовлетворяется за счет разного рода малонаучных теорий (астрологических, оккультных и др.), а во-вторых, непонимание важности внеземного развития человеческой цивилизации приводит к определенному неприятию космических исследований («Зачем это нужно? Пустая трата сил и средств»). Важность «всеобщей астрономической грамотности» подтверждает и тот факт, что астрономия является, пожалуй, единственной естественнонаучной дисциплиной, где до сих пор важную роль играют любительские исследования.

Таким образом, серьезного подхода к астрономическому образованию требуют как научно-производственные, так и социальные аспекты развития современного общества [20]. В то же время можно с уверенностью утверждать, что за последнее десятилетие было издано очень мало учебных пособий для вузов сколько-нибудь заметным тиражом.

Настоящее издание призвано частично компенсировать дефицит учебной литературы для студентов, принимая при этом во внимание развитие научно-методической базы данной дисциплины. Учебное пособие содержит краткий теоретический материал по основным разделам курса общей астрономии: сферической астрономии (измерение времени и др.), небесной механике (определение видимых и действительных положений и движений планет и др.), астрофизике Солнца, звезд и их систем, больших и малых планет Солнечной системы и пр. Теоретическая часть пособия частично опирается на материал учебных и научно-популярных изданий [2, 7, 9, 10, 13, 21, 26, 27, 31], а также обзоров [1, 3–6, 14–17, 23–25, 28–30]. С учетом новейших научных достижений в области астрономии разработаны разделы о космогонии, общей теории относительности, космологии и некоторые другие. Тексты задач сформулированы с учетом результатов современных исследований и реалий сегодняшнего дня. Значительная часть задач представляет собой оригинальные разработки авторов, имеющих многолетний опыт преподавания астрономии в Белорусском государственном университете. Использовались также материалы пособий [8, 11, 12, 18, 22] и олимпиад по астрономии различных уровней. Астериском (звездочкой) «*» отмечены задачи повышенной трудности. Приводятся ответы и решения задач (некоторые сопровождаются краткими комментариями и указаниями, а задачи повышенной сложности – полными решениями). Приложение включает необходимую справочную информацию. Электронный диск, прилагаемый к изданию, содержит более 1500 изображений (фотографий, схем, рисунков) и более 100 видеообъектов (видеозаписей, компьютерных анимаций и симуляций), которые предназначены для ознакомления с астрономическими явлениями и объектами, а также для подготовки презентаций и демонстрации во время проведения занятий. Содержание диска подготовлено на основе материалов NASA, Wikipedia, Science Photo Library и некоторых других открытых ресурсов, а также включает оригинальные изображения и видеофильмы авторов пособия.

ВВЕДЕНИЕ

Предмет и задачи астрономии. Разделы астрономии

Астрономия (от греч. «астрон» – звезда, светило и «номос» – закон) – это наука о Вселенной, изучающая расположение, движение, строение, происхождение и эволюцию небесных тел и образованных ими систем. Астрономия исследует Солнце, звезды, планеты и их спутники, астероиды, кометы, метеоры, туманности, звездные системы, вещество и физические поля, заполняющие пространство между звездами и планетами. Основными задачами астрономии являются:

- ❑ изучение видимых на небесной сфере, а затем и действительных положений и движений небесных тел в пространстве, определение их размеров и формы;
- ❑ изучение строения небесных тел, исследование химического состава и физических свойств вещества в них, а также окружающего их пространства;
- ❑ решение проблемы происхождения и эволюции отдельных небесных тел и образуемых ими систем.

Принято выделять три основных раздела астрономии: астрометрию, небесную механику и астрофизику.

Астрометрия изучает положение и движение небесных тел и Земли. У астрометрии две важные задачи: установление системы небесных координат и получение параметров, наиболее полно характеризующих закономерности движения небесных тел и вращения Земли (в частности, измерение времени).

Небесная механика изучает движение небесных тел под действием тяготения, разрабатывает методы определения их орбит, позволяет рассчитать координаты тел на дальнейшее время (эфемериды), рассматривает движение и устойчивость систем естественных и искусственных небесных тел.

Астрофизика изучает происхождение, строение, химический состав, физические свойства и эволюцию как отдельных тел, так и их систем, вплоть до Вселенной в целом. Астрофизика подразделяется на практическую и теоретическую.

Общее представление о структуре и масштабах Вселенной и физическом состоянии материи во Вселенной

Планета Земля, на которой в настоящее время существует жизнь и человеческая цивилизация, – это небесное тело практически сферической формы, одна из планет Солнечной системы, обращающаяся вокруг центральной звезды – Солнца. Средний радиус орбиты Земли равен примерно 149,6 млн км, или 1 а.е.

В состав **Солнечной системы** также входят другие планеты, карликовые планеты, астероиды, спутники планет, карликовых планет и астероидов, кометы, метеоритные тела, космическая пыль, газ, частицы космических лучей.

Центральное тело Солнечной системы, ***Солнце***, представляет собой типичную звезду спектрального класса G2V, желтый карлик, находящийся на стадии главной последовательности. Звезды (в широком смысле) – это находящиеся в состоянии гидростатического равновесия небесные тела, в которых происходили, происходят или будут происходить термоядерные реакции. Однако чаще всего под звездой понимают газоплазменный объект, форма которого близка к сферической и в недрах которого в настоящее время идут термоядерные реакции. Масса Солнца составляет 99,8% от массы всей Солнечной системы.

Вокруг Солнца по орбитам, форма которых близка к окружности, обращаются восемь планет (в порядке удаления от Солнца): Меркурий, Венера, Земля, Марс (планеты земной группы, или земли), Юпитер, Сатурн (газовые гиганты, или юпитеры), Уран и Нептун (ледяные гиганты, или нептуны). Средний радиус орбиты Меркурия равен 0,38 а.е., Венеры – 0,72, Земли – 1, Марса – 1,62, Юпитера – 5,20, Сатурна – 9,54, Урана – 19,19, Нептуна – 30,07 а.е. (более точные и подробные данные о планетах приведены в Приложении).

Под ***планетой*** (этот класс объектов, чтобы подчеркнуть их особый статус, часто называют ***классическими планетами***) в настоящее время принято понимать небесное тело, которое:

- ❑ обращается вокруг звезды и при этом само не является звездой;
- ❑ обладает достаточной массой, чтобы иметь форму, близкую к сферической;
- ❑ очищает соседнее пространство вокруг своей орбиты (т.е. рядом с планетой вдоль ее орбиты нет других сравнимых с ней (или крупнее) тел).

У большинства планет имеются естественные спутники. *Спутником* называют объект, обращающийся вокруг центрального тела (планеты, карликовой планеты или астероида) так, что барицентр его орбиты (центр масс системы) находится внутри центрального тела. Если барицентр орбиты находится вне центрального тела, то объект считается компонентом системы, состоящей из двух или нескольких планет (карликовых планет, астероидов).

У Меркурия и Венеры нет естественных спутников. У Земли один естественный спутник – Луна. Барицентр орбиты Луны находится на расстоянии примерно 4700 км от центра Земли (средний радиус Земли

равен 6400 км). У Марса два спутника – Фобос и Деймос. У Юпитера на момент написания этой книги известно 67 спутников, у Сатурна – 62, у Урана – 27, у Нептуна – 14. Все планеты-гиганты обладают также системами колец (наиболее развитая система наблюдается у Сатурна), состоящих из мелких частиц и пыли.

Между орбитами Марса и Юпитера (в основном на расстояниях от 2,2 до 3,6 а.е. от Солнца) находится *Главный пояс астероидов*. Количество астероидов диаметром более 1 км в Главном поясе оценивается почти в 2 млн. Однако общая масса всех астероидов Главного пояса составляет всего около 4% от массы Луны (или примерно $5 \cdot 10^{-4}$ массы Земли), причем на Цереру (карликовую планету) и три крупнейших астероида – Весту, Палладу и Гигею – приходится чуть больше половины (51%) массы всех астероидов Главного пояса. Таким образом, бóльшая часть астероидов имеет ничтожную массу. При столкновениях между собой астероиды дробятся и разрушаются. В результате этого пространство в области Главного пояса астероидов заполнено роем твердых обломков размером от долей микрометра до самых больших астероидов (диаметр Паллады составляет 500 км). Выбрасываемые гравитационными возмущениями на новые орбиты, такие тела, если сталкиваются с Землей, выпадают на ее поверхность в виде метеоритов.

За пределами орбиты Нептуна, на расстояниях примерно 40–50 а.е. от Солнца, располагаются малые тела, принадлежащие так называемому *поясу Койпера*, или транснептуновые объекты (ТНО). Пояс Койпера открыт в 1992 г. Эта область Солнечной системы подобна Главному поясу астероидов, но примерно в 20 раз больше по протяженности и (оценочно) в 20–200 раз – по массе. В отличие от каменных и металлических астероидов Главного пояса ТНО состоят в основном из замороженного метана, аммиака и воды. Пояс Койпера включает как минимум четыре из пяти известных к моменту написания этой книги карликовых планет – Плутон, Эриду, Хаумеа и Макемаке.

Под ***карликовой планетой*** понимают небесное тело, которое:

- ❑ обращается по орбите вокруг звезды;
- ❑ имеет достаточную массу для того, чтобы под действием сил гравитации поддерживать гидростатическое равновесие и иметь форму, близкую к сферической;
- ❑ не доминирует на своей орбите, т.е. не может расчистить пространство от других объектов вокруг своей орбиты;
- ❑ не является спутником каких-либо других, кроме центральной звезды, небесных тел.

Термин «карликовая планета» был принят на XXVI Генеральной ассамблее Международного астрономического союза (МАС, или IAU – International Astronomical Union) в августе 2006 г. в рамках классификации обращающихся вокруг Солнца тел на три категории. Тела, достаточно большие для того, чтобы расчистить окрестности своей орбиты, определены как планеты, а недостаточно большие, чтобы достичь даже гидростатического равновесия (т.е. не имеющие сферической формы), – как малые тела Солнечной системы. Карликовые планеты занимают промежуточное положение между этими двумя категориями. Предполагается, что по меньшей мере около 40 из известных объектов в Солнечной системе могут принадлежать к категории карликовых планет.

У Плутона известно пять спутников: большой спутник Харон, а также четыре малых – Гидра, Никта, Кербер (открыт в июне 2011 г.) и Стикс (открыт в июне 2012 г.). Барицентр системы Плутон – Харон находится вне поверхности Плутона, поэтому Плутон и Харон считают двойной планетой (двойной планетной системой). Еще у двух карликовых планет – Хаумеа и Эриды – также имеются спутники.

К ***малым телам*** Солнечной системы отнесены все обращающиеся вокруг Солнца объекты, кроме классических и карликовых планет и их спутников. В это категорию входят классические, «троянские» и другие астероиды Главного пояса, большинство ТНО и кометы.

В настоящее время известно более 1000 транснептуновых объектов, и предполагается, что всего в поясе Койпера их может быть более 70 000 диаметром около 100 км.

Сфера гравитационного влияния Солнца простирается гораздо дальше пояса Койпера (на расстояния во много тысяч астрономических единиц). В настоящее время предполагается, что внутренняя часть Солнечной системы окружена так называемым облаком Оорта, существование которого пока не подтверждено наблюдениями. Объекты в облаке Оорта должны состоять в значительной степени из водяных, аммиачных и метановых льдов. Здесь расположены афелии орбит долгопериодических комет. Иногда под действием различных гравитационных возмущений объекты облака Оорта покидают эту область и попадают во внутренние области Солнечной системы, где могут достигать орбит Земли и других планет. Предполагаемое расстояние до внутренних границ облака Оорта от Солнца составляет около 20 тыс. а.е., а до внешних – от 50 до 100 тыс. а.е., т.е. около одного светового года (1 световой год – это расстояние, которое свет в вакууме проходит за 1 год (365,25 средних солнечных суток), распространяясь со скоростью 299792,458 км/с; 1 св. год ≈ 9460,7 млрд км, или 63,2 тыс. а.е.). Внешняя граница облака Оорта определяет гравитационную границу Солнечной системы.

Кроме того, в Солнечной системе существует ряд компонентов, чрезвычайно важных для понимания ее формирования и современного состояния: пылевые частицы; электромагнитное излучение Солнца во всем диапазоне длин волн; солнечный ветер (поток горячей квазинейтральной

водородно-гелиевой плазмы, в основном состоящей из протонов, электронов и α-частиц), непрерывно вытекающий из солнечной короны. Следует учитывать также, что Солнечная система постоянно пополняется веществом, приходящим из межзвездной среды, – заряженными частицами космических лучей, а также нейтральными атомами.

Область пространства, занятая солнечным ветром, называется ***гелиосферой***. На расстоянии около 100 а.е. от Солнца солнечный ветер взаимодействует с межзвездной средой (аналогичными потоками космических лучей, испускаемых другими звездами) и резко тормозится. Тонкая область пространства (практически поверхность), в которой это происходит, называется границей ударной волны. Эта поверхность является внутренней границей гелиосферы. За ней следует гелиопауза, на внешней границе которой солнечный ветер окончательно останавливается, смешиваясь с космическими лучами других звезд (звездным ветром). В декабре 2004 г. космический аппарат «Вояджер-1» пересек гелиосферную ударную волну на расстоянии 94 а.е. от Солнца. В августе 2007 г. космический аппарат «Вояджер-2» пересек границу гелиосферы на расстоянии 84,7 а.е. Таким образом, было подтверждено, что в результате движения Солнца гелиосфера имеет вытянутую (каплевидную) форму.

В окрестностях Солнца в радиусе 5 св. лет известно 3 звезды (точнее, одна тройная звезда), в радиусе 10 св. лет – 11 звезд. Ближайшая к Солнечной системе звезда – красный карлик Проксима Центавра (от лат. proxima – ближайшая) – находится на расстоянии 4,24 св. года и является компонентом тройной звездной системы α Центавра. Два других компонента – желтая звезда α Центавра А и оранжевая α Центавра В – в настоящее время находятся немного дальше, на расстоянии 4,36 св. года. Другие близкие звезды: красный карлик звезда Барнарда, которую часто называют «Летящей Барнарда» (созвездие Змееносца, 5,9 св. года), красный карлик Вольф 359 (созвездие Льва, 7,6 св. года), красный карлик Лаланд 21185 (созвездие Большой Медведицы, 8,1 св. года), двойная звезда Сириус А и В (α Большого Пса, 8,6 св. года).

Солнечная система входит в состав Галактики, называемой **Млечный Путь**. Это гигантская спиральная галактика с перемычкой типа SBb. Наша Галактика представляет собой огромную сплюснутую систему, симметричную относительно главной плоскости и оси, проходящей через центр Галактики, и состоящую из более чем 200 млрд звезд (вместе с их возможными планетными системами), разреженного газа, пыли и космических лучей. Поперечник Галактики составляет около 100 тыс. св. лет. Важнейшими элементами структуры Галактики являются: сферическая составляющая, центральное сгущение (балдж), ядро, звездно-газово-пылевой диск, спиральные рукава (ветви), перемычка. Толщина звездного диска составляет около 10 тыс. св. лет. Предполагается, что в центре ядра Галактики находится сверхмассивная черная дыра массой около $3{,}7 \cdot 10^6$ масс Солнца. Центр Галактики при наблюдении из Солнечной системы проецируется в созвездие Стрельца. Вблизи центра Галактики звездная плотность на 6–7 порядков выше звездной плотности в окрестностях Солнца.

Солнечная система расположена в так называемом рукаве Ориона нашей Галактики на расстоянии 65–80 св. лет выше плоскости симметрии Галактики и удалена от центра на расстояние около 27 тыс. св. лет. Солнечная система совершает один оборот вокруг центра Галактики примерно за 225–250 млн лет.

Примечание. Всего в структуре Галактики выделяют четыре основных рукава. Спиральные рукава галактик визуально выделяются за счет молодых ярких и массивных звезд класса О и В, концентрация которых именно в рукавах максимальна.

В настоящее время достоверно установлено, что галактики содержат от 10 млн (10^7) до нескольких триллионов (10^{12}) звезд, вращающихся вокруг общего центра тяжести. Кроме отдельных и кратных звезд, а также разреженной межзвездной среды большая часть галактик содержит звездные скопления (шаровые и рассеянные) и различные туманности. Как правило, диаметр галактик составляет от нескольких тысяч до нескольких сотен тысяч световых лет, а расстояния между ними исчисляются миллионами световых лет. В центре многих (если не всех) галактик находятся сверхмассивные черные дыры. Также предполагается, что около 90% массы галактик приходится на долю темной материи.

Галактика Млечный Путь вместе с 53 другими галактиками входит в состав гравитационно-связанной **Местной группы галактик**. Ближайшая к Солнечной системе галактика (расстояние от Солнечной системы 25 тыс. св. лет) – карликовая галактика в созвездии Большого Пса (CMa Dwarf), состоящая всего из 1 млрд звезд. Доминирующей в Местной группе является галактика Андромеды (или Туманность Андромеды) – сверхгигантская спиральная галактика типа Sb. Она находится на расстоянии 2,52 млн св. лет от Солнечной системы. Протяженность Туманности Андромеды составляет 260 тыс. св. лет, что в 2,6 раза больше, чем у Млечного Пути. По современным данным, в ее состав входит около 1 трлн звезд.

Галактика Андромеды, а также галактики Большое и Малое Магеллановы Облака – три объекта, не принадлежащие нашей Галактике, которые в безлунную ночь видны на небе невооруженным глазом с поверхности Земли. Большое Магелланово Облако – карликовая галактика типа Ir/SBm, расположенная на расстоянии около 163 тыс. св. лет от нашей Галактики. Она занимает область неба южного полушария в созвездиях Золотой Рыбы и Столовой Горы. Диаметр этой галактики при-

близительно в 5 раз меньше диаметра Млечного Пути, и она содержит около 30 млрд звезд. Малое Магеллановo Облако – карликовая галактика типа Ir/SBm, находится на расстоянии около 200 тыс. св. лет в созвездии Тукана. Содержит только 1,5 млрд звезд. Обе эти галактики видны только в южном полушарии.

Примечание. В именовании типа карликовой галактики Ir/SBm первое обозначение (Ir) соответствует классификации галактик Э. Хаббла, второе (SBm) дано согласно классификации Ж. де Вокулёра и присваивается галактикам переходного класса от неправильных к спиральным со слабовыраженной спиральной структурой.

Местную группу можно разделить на несколько подгрупп галактик. ***Группа Млечного Пути*** состоит из гигантской спиральной галактики Млечный Путь и 14 ее известных спутников, представляющих собой карликовые, в основном неправильные, галактики. ***Группа Туманности Андромеды*** весьма похожа на группу Млечного Пути: в центре группы находится гигантская спиральная галактика Андромеды, а ее 24 известных спутника тоже являются в основном карликовыми галактиками. Кроме того, в Местную группу входит ***группа Треугольника*** (галактика Треугольника со своими спутниками), а также другие карликовые галактики, которые нельзя определить ни в одну из указанных групп. Число известных галактик в Местной группе увеличивается, так как регулярно обнаруживаются новые галактики. Центр масс Местной группы находится примерно на линии, соединяющей Млечный Путь и галактику Андромеды. Поперечник Местной группы составляет около 10 млн св. лет. Вследствие гравитационного притяжения Млечный Путь и галактика Андромеды приближаются друг к другу и, предположительно, через 4–5 млрд лет столкнутся.

Местная группа галактик, в свою очередь, является частью **Местного сверхскопления галактик (Сверхскопления Девы)**, главную роль в котором играет Скопление Девы – скопление галактик, расположенное на расстоянии от 50 до 70 млн св. лет от Млечного Пути. Это ближайшее к Местной группе крупное скопление, в его состав входит около 2000 галактик.

Сверхскопление Девы – система галактик размером около 200 млн св. лет. Всего в состав Местного сверхскопления входят 100 групп и скоплений галактик и около 30 тыс. галактик. Масса Сверхскопления составляет около 10^{15}–10^{16} масс Солнца ($2 \cdot 10^{46}$ кг). Поскольку его светимость слишком мала для такого количества звезд, считается, что бóльшую часть массы Сверхскопления составляет темная материя. Сверхскопления галактик в отличие от скоплений не являются гравитационно-связанными структурами, они принимают участие в общем

расширении Вселенной, поэтому расстояния до объектов Местного сверхскопления можно измерять с помощью закона Хаббла.

Сверхскопление Девы в целом притягивается к гравитационной аномалии под названием **Великий аттрактор**. Аномалия представляет собой сверхскопление галактик, в центре которой находится скопление галактик Abell 3627 с оценочной массой $5 \cdot 10^{16}$ масс Солнца (10^{47} кг). Великий аттрактор находится на расстоянии около 250 млн св. лет от Млечного Пути в созвездии Наугольника. Непосредственное наблюдение Великого аттрактора затруднено, поскольку он закрыт от нас диском Галактики.

Итак, в наиболее общем виде иерархия строения Вселенной выглядит следующим образом: звездная система (например, Солнечная система) → скопление звезд (10–100 тыс. звезд) → галактика (1 млрд – 1 трлн звезд) → местная подгруппа галактик (5–30 галактик) → местная группа галактик (10–100 галактик) → местное скопление галактик (1 тыс. – 10 тыс. галактик) → местное сверхскопление галактик (20 тыс. – 200 тыс. галактик). Такая последовательность может нарушаться. Так, в случае Солнечной системы отсутствуют два иерархических уровня – скопление звезд (оно рассеялось на ранних этапах формирования Солнечной системы) и местное скопление галактик. Ранее предполагалось, что сверхскопления являются самыми большими структурами во Вселенной. Однако после ряда недавних открытий считается, что сверхскопления также являются частью огромных **стен** (или **нитей**), которые могут достигать в длину 1 млрд св. лет, т.е. более 5% наблюдаемой Вселенной.

Скопления и сверхскопления галактик выстраиваются в нити, окружающие гигантские области пустоты неправильной формы – ячейки, или войды (от англ. void – пустота), практически не содержащие барионного вещества. Межгалактическое пространство является по сути чистым вакуумом со средней плотностью менее 1 атома вещества на 1 $м^3$. Типичные поперечные размеры войдов составляют 35–500 млн св. лет, однако встречаются войды и большего размера.

В масштабах более 300 млн св. лет Вселенная предстает однородной и изотропной (в соответствии с космологическим принципом). Во Вселенной нет выделенного направления, оси вращения или центра. Все точки Вселенной равноправны. Об этом свидетельствуют исследования далекого космоса (расстояние более 12 млрд св. лет от Земли), осуществленные космическим телескопом «Хаббл» (назван так в честь астронома и космолога Э. Хаббла) в рамках проектов Hubble Deep Field (HDF), Hubble Ultra Deep Field (HUDF) и Hubble eXtreme Deep Field (XDF).

Один из наиболее удаленных объектов, обнаруженных к 2012 г., – галактика IOK-1, находящаяся на расстоянии 12,88 млрд св. лет от Солнечной системы в созвездии Волосы Вероники. Эта галактика сфор-

мировалась спустя 750 млн лет после момента начала эволюции Вселенной (Большого Взрыва). Наиболее удаленный объект Вселенной, который в принципе можно обнаружить с помощью регистрации электромагнитных волн, – это так называемая поверхность последнего рассеяния, которой соответствует наблюдаемое ныне ***реликтовое излучение***. Поверхность последнего рассеяния отдалена от момента Большого Взрыва на 380 тыс. лет (именно тогда реликтовое излучение оторвалось от вещества). Существует также потенциальная возможность регистрации ***реликтовых нейтрино***. Реализация такой возможности позволит заглянуть вглубь Вселенной еще дальше, на «расстояние» менее одной секунды от момента Большого Взрыва. «Наблюдение» еще более удаленной (ранней) части Вселенной, по всей видимости, гипотетически возможно только при условии регистрации ***реликтовых гравитационных волн***.

Поскольку Вселенная однородна и изотропна, она не может быть стационарной. Другими словами, Вселенная должна или сжиматься, или расширяться. В настоящее время Вселенная ***расширяется***, причем ***ускоренно***. В рамках современной теории Горячей Вселенной (или теории Большого Взрыва) расширение Вселенной началось около 13,7 млрд лет назад из сверхплотного (не менее 10^{94} г/см^3) и сверхгорячего (не менее 10^{32} К) состояния – сингулярности. Об отдаленном будущем Вселенной пока нет определенного мнения: на основе имеющихся наблюдательных данных и современных космологических теорий невозможно достоверно утверждать, будет ли Вселенная и далее расширяться (с ускорением или равномерно) или же в некоторый момент времени расширение сменится сжатием.

Представление об ускоренно расширяющейся Вселенной, наполненной кроме обычного вещества темными составляющими – темной материей и энергией, лежит в основе так называемой космологической ΛCDM-модели (Lambda – Cold Dark Matter, модель холодной темной материи с лямбда-слагаемым).

Концепция темной, или скрытой, материи (массы) (Cold Dark Matter) Вселенной определяется необходимостью объяснения ряда наблюдаемых астрофизических эффектов (более подробно см. в § 3.1.5, 3.1.7): распределения скоростей звезд в Галактике, гравитационного линзирования темными гало галактик и др. Под ***темной материей*** понимают вещество, которое не участвует в электрослабом взаимодействии и присутствие которого обнаруживается только благодаря гравитационным эффектам.

В настоящее время предполагается, что на долю обычной барионной материи приходится не более 5% материи Вселенной. Около 23% материи Вселенной составляет темная материя, носители которой имеют небарионную природу.

Идея присутствия во Вселенной неизвестной формы материи, которую сейчас принято называть темной энергией (энергией вакуума, или Λ-слагаемым) и на которую приходится до 72% материи Вселенной, также основана на целом ряде астрофизических наблюдательных данных (более подробно см. в § 3.1.7): исследованиях характеристик реликтового излучения (анизотропии, углового спектра мощности), наблюдениях сверхновых типа Ia («стандартных свечей») в удаленных галактиках.

Есть основания полагать, что астрофизические исследования ближайшего будущего позволят подтвердить правильность современной ΛCDM-модели. Возможно, новые наблюдательные данные (либо переосмысление и уточнение имеющейся информации) потребуют ревизии данной концепции. Не исключено также, что в будущем придется от нее отказаться и создать новую, более совершенную.

ГЛАВА 1. СФЕРИЧЕСКАЯ АСТРОНОМИЯ

1.1. Небесная сфера. Системы небесных координат. Преобразование координат

Небесной сферой называется воображаемая сфера произвольного радиуса с центром в выбранной точке наблюдения. На поверхности этой сферы светила расположены так, как они видны на небе в некоторый момент времени из данной точки пространства. Чтобы правильно представлять себе астрономическое явление, следует считать радиус $R_{сф}$ небесной сферы намного большим радиуса $R_{\oplus}$ Земли ($R_{сф} >> R_{\oplus}$), т.е. полагать, что наблюдатель находится в центре небесной сферы, причем одна и та же ее точка (одна и та же звезда) видна из разных мест земной поверхности по параллельным направлениям.

Под **небесным сводом**, или **небом**, понимают внутреннюю поверхность небесной сферы, на которую проецируются небесные тела. Для наблюдателя на Земле днем на небе видно Солнце, иногда Луна, реже – Венера. В безоблачную ночь видны звезды, Луна, планеты, иногда кометы и другие тела. Видимых невооруженным глазом звезд около 6000. Взаимное расположение звезд почти не изменяется из-за большого расстояния до них. Небесные тела, относящиеся к Солнечной системе, изменяют свое положение относительно звезд и друг друга, что определяется их заметным угловым и линейным суточным и годовым смещением.

Небесный свод вращается как единое целое со всеми находящимися на нем светилами около воображаемой оси. Это вращение – суточное. Если наблюдать суточное вращение звезд в северном полушарии Земли, стоя к Северному полюсу лицом, то небо будет вращаться против часовой стрелки. На востоке звезды восходят, на западе заходят. При этом каждая звезда восходит и заходит в одних и тех же точках горизонта. Максимальная высота для данной звезды в данной местности постоянна. Некоторые звезды не заходят, а описывают полный круг (за сутки) над горизонтом, вращаясь вокруг неподвижной точки (***Северного полюса мира***). Солнце и Луна также восходят и заходят в течение суток, но, в отличие от звезд, в разных точках горизонта в течение года. С помощью наблюдений можно заметить, что Луна, перемещаясь на фоне звезд, передвигается с запада на восток со скоростью около 13° в сутки и совершает полный круг по небу за 27,32 сут. Солнце также проходит этот путь, но в течение года, перемещаясь со скоростью 59′ в сутки.

Для ориентации на небе яркие звезды объединены в созвездия. Всего на небе 88 созвездий, из которых 56 может видеть наблюдатель, находящийся в средних широтах северного полушария Земли. Все созвездия имеют названия. Одни из них связаны с названиями животных (Большая Медведица, Лев, Дракон), другие – с именами героев греческих мифов (Кассиопея, Андромеда, Персей) или названиями предметов, очертания которых они напоминают (Северная Корона, Треугольник, Весы). Некоторые звезды в созвездиях обозначаются буквами греческого алфавита, а наиболее яркие из них (около 200) получили имена собственные (например, α Большого Пса – Сириус, α Ориона – Бетельгейзе, β Персея – Алголь, α Малой Медведицы – Полярная звезда, около которой находится точка Северного полюса мира). Пути Солнца и Луны на фоне звезд проходят по тринадцати созвездиям, которые называются зодиакальными, поскольку большинство из них носит название животных (от греч. «зоон» – животное). Это созвездия Овна, Тельца, Близнецов, Рака, Льва, Девы, Весов, Скорпиона, Змееносца, Стрельца, Козерога, Водолея и Рыб.

Примечание. Следует заметить, что общепринятых знаков Зодиака двенадцать: Овен, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Дева, Весы, Скорпион, Стрелец, Козерог, Водолей и Рыбы. Ранее созвездие Змееносца не выделялось в качестве отдельного зодиакального созвездия.

На рис. 1.1 показаны основные точки и линии небесной сферы. Центр O небесной сферы – точка наблюдения. Прямая ZOZ', совпа-

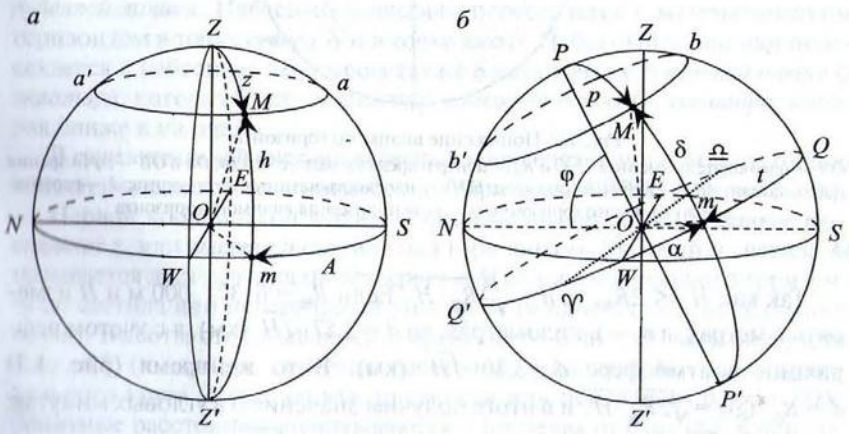


Рис. 1.1. Основные точки и линии небесной сферы и связанные с ними системы небесных координат:

а – горизонтальная система координат; *б* – первая и вторая экваториальные системы координат

2131307
БИБЛИОТЕКА БГУ

дающая с направлением нити отвеса в месте наблюдения, называется ***отвесной*** или ***вертикальной линией***. Отвесная линия пересекается с поверхностью небесной сферы в двух точках: в ***зените*** Z над головой наблюдателя и в диаметрально противоположной точке Z' – ***надире***. Большой круг небесной сферы ($SWNE$), плоскость которого перпендикулярна к отвесной линии, называется ***математическим*** или ***истинным горизонтом***. Математический горизонт – плоскость, касательная к поверхности Земли в точке наблюдения.

Следует заметить, что истинный горизонт отличается от видимого. На ровной земной поверхности видимый горизонт представляет собой малый круг, на который опирается конус, образованный касательными к поверхности Земли лучами зрения наблюдателя. На ровной местности видимый горизонт ниже истинного (рис. 1.2).

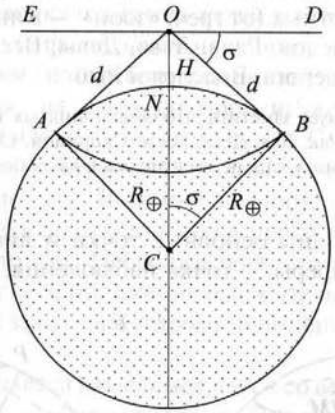


Рис. 1.2. Понижение видимого горизонта:
ON – наблюдатель высотой H; C и $R_\oplus$ – центр и средний радиус Земли; OA и OB – лучи зрения наблюдателя; AB – видимый горизонт; EOD – плоскость истинного горизонта; d – расстояние до видимого горизонта; σ – угол понижения видимого горизонта

Так как $H << 2R_\oplus$, то $d = \sqrt{2R_\oplus \cdot H}$. Если $R_\oplus = 6\ 371\ 000$ м и H измерять в метрах, а d – в километрах, то $d = 3{,}57 \cdot \sqrt{H}$ (км), а с учетом рефракции в атмосфере $d = 3{,}80 \cdot \sqrt{H}$ (км). В то же время (рис. 1.2) $d = R_\oplus \cdot \mathrm{tg}\sigma = \sqrt{2R_\oplus \cdot H}$, и в итоге получим значение σ в угловых минутах: $\sigma' = 1'{,}93 \cdot \sqrt{H}$, а с учетом рефракции $\sigma' = 1'{,}77 \cdot \sqrt{H}$.

Малый круг небесной сферы (aMa'), который проходит через светило M и плоскость которого параллельна плоскости математического горизонта, называется ***альмукантаратом*** светила (см. рис. 1.1, *а*). Большой полукруг небесной сферы ZMZ' именуется ***кругом высоты***, ***вертикальным кругом*** или просто ***вертикалом*** светила.

Диаметр PP', вокруг которого происходит вращение небесной сферы (см. рис. 1.1, *б*), называется ***осью мира***. Ось мира пересекается с поверхностью небесной сферы в двух точках: в *Северном полюсе мира P*, со стороны которого вращение небесной сферы происходит по часовой стрелке, если смотреть на сферу извне, и в *Южном полюсе мира P'*. Ось мира наклонена к плоскости математического горизонта под углом, равным географической широте точки наблюдения φ. ***Небесный экватор*** изображен на рис. 1.1, *б*, в виде большого круга небесной сферы $QWQ'E$, плоскость которого перпендикулярна к оси мира. Малый круг небесной сферы bMb', плоскость которого параллельна плоскости небесного экватора, называется ***небесной*** или ***суточной параллелью*** светила M. Большой полукруг небесной сферы PMP' именуется ***часовым кругом*** или ***кругом склонения*** светила.

Небесный экватор пересекается с математическим горизонтом в двух точках: в точке ***востока*** E и в точке ***запада*** W. Круги высот, проходящие через точки востока и запада, являются *первыми вертикалами* – восточным и западным.

Большой круг небесной сферы $PZQSP'Z'Q'N$, плоскость которого проходит через отвесную линию и ось мира, есть ***небесный меридиан***. Плоскость небесного меридиана пересекается с плоскостью математического горизонта по прямой линии NOS, которая называется *полуденной линией*. Небесный меридиан пересекается с математическим горизонтом в точке ***севера*** N и в точке ***юга*** S. Небесный меридиан пересекается с небесным экватором также в двух точках: в *верхней точке Q экватора*, которая ближе к зениту, и в *нижней точке Q' экватора,* которая ближе к надиру.

В **горизонтальной системе небесных координат** основной плоскостью является плоскость математического горизонта $NWSE$ (см. рис. 1.1, *а*).

Первой координатой в данной системе является или ***зенитное расстояние*** z, или ***высота*** h светила над горизонтом. Высотой h светила M называется дуга вертикального круга mM от математического горизонта до светила или центральный угол mOM (в плоскости вертикального круга). Высоты отсчитываются в пределах от 0 до +90° (к зениту) и от 0 до −90° (к надиру). Зенитное расстояние z светила M – дуга вертикального круга ZM от зенита до светила или центральный угол ZOM. Зенитные расстояния отсчитываются в пределах от 0 до 180° в направлениях от зенита к надиру. Отсюда $z + h = 90°$.

Второй координатой является ***азимут*** A. Азимут A светила M – дуга математического горизонта Sm от точки юга S до вертикального круга,

проходящего через светило, или центральный угол SOm (в плоскости математического горизонта). Азимуты отсчитываются в сторону суточного вращения небесной сферы, т.е. к западу от точки юга S, в пределах от 0 до 360°. В процессе суточного вращения небесной сферы горизонтальные координаты h (z) и A всех светил непрерывно изменяются.

В **первой экваториальной системе координат** основной плоскостью является плоскость небесного экватора $QWQ'E$ (см. рис. 1.1, *б*).

Первая координата в данной системе – ***склонение*** δ светила. Склонением δ светила M называется дуга mM часового круга $PMmP'$ от небесного экватора до светила или центральный угол mOM (в плоскости часового круга). Склонения отсчитываются в пределах от 0 до +90° к Северному полюсу мира и от 0 до −90° к Южному полюсу мира. Иногда склонение заменяется полярным расстоянием p (также либо дуга PM, либо центральный угол POM), которое отсчитывается от 0 до 180° от Северного полюса мира к Южному. Отсюда $p + \delta = 90°$.

Второй координатой является ***часовой угол*** t светила M – дуга небесного экватора Qm от верхней точки Q небесного экватора до часового круга $PMmP'$, проходящего через светило, или центральный угол QOm (в плоскости небесного экватора). Часовые углы отсчитываются в сторону суточного вращения небесной сферы, т.е. к западу от верхней точки Q небесного экватора, в пределах от 0 до 360° или от 0 до 24^h. В процессе суточного вращения небесной сферы склонения δ светил не изменяются (если пренебречь собственным движением светил), а часовые углы t увеличиваются.

Во **второй экваториальной системе координат** основная плоскость и склонение δ – те же, что и в первой экваториальной системе. Второй координатой, определяющей положение часового круга светила, является ***прямое восхождение*** α. Прямым восхождением α светила M называется дуга небесного экватора Υm от *точки весеннего равноденствия* Υ до часового круга, проходящего через светило, или центральный угол ΥOm (в плоскости небесного экватора). Прямые восхождения отсчитываются в сторону, противоположную суточному вращению небесной сферы, т.е. к востоку от точки Υ в пределах от 0 до 360° или от 0 до 24^h. В процессе суточного вращения небесной сферы склонения δ и прямые восхождения α светил не изменяются (если пренебречь собственным движением светил).

Поскольку ось мира параллельна оси вращения Земли, высота полюса мира h_P над горизонтом всегда равна географической широте φ места наблюдения, а наклон небесного экватора к истинному горизонту определяется углом $90° - \varphi$.

С помощью наблюдений нетрудно установить, что Солнце в течение года перемещается среди звезд *с запада на восток* по большому

кругу небесной сферы, который называется ***эклиптикой***. Плоскость эклиптики $\xi'\Upsilon\xi\Omega$ (рис. 1.3) наклонена к плоскости небесного экватора под углом $\varepsilon = 23°26'$. Диаметр $\Pi\Pi'$, перпендикулярный к плоскости эклиптики, называется *осью эклиптики* и пересекается с поверхностью небесной сферы в *северном полюсе* Π *эклиптики* (в северном полушарии) и в *южном полюсе* Π' *эклиптики* (в южном полушарии). Эклиптика пересекается с небесным экватором в двух точках: в *точке весеннего равноденствия* Υ и в *точке осеннего равноденствия* Ω.

Точки эклиптики, отстоящие от точек равноденствия на 90°, называются *точкой летнего солнцестояния* ξ (в северном полушарии) и *точкой зимнего солнцестояния* ξ' (в южном полушарии). Большой полукруг небесной сферы $\Pi M\Pi'$ называется *кругом широты* светила M.

Эклиптика $\xi'\Upsilon\xi\Omega$ и точка весеннего равноденствия Υ положены в основу **эклиптической системы небесных координат** (рис. 1.3).

Первая координата данной системы – ***эклиптическая широта*** β светила M – дуга круга mM от эклиптики до светила, или центральный угол mOM. Эклиптические широты отсчитываются от 0 до +90° к точке Π и от 0 до −90° к точке Π'.

Вторая координата – ***эклиптическая долгота*** λ, которая определяет положение самого круга широты на небесной сфере. Эклиптическая долгота λ светила M – дуга Υm эклиптики от точки Υ до круга широты светила, или центральный угол ΥOm в плоскости эклиптики. Эклиптические долготы отсчитываются в сторону видимого годичного движения Солнца по эклиптике, т.е. с запада на восток от 0 до 360°.

За сутки Солнце смещается по эклиптике примерно на 1° (360° за 365,25 сут), двигаясь против часовой стрелки, если смотреть с северного полюса эклиптики. Поскольку это движение Солнца накладывается на вращение небесной сферы, то траектория годового движения Солнца по небесной сфере может быть представлена в виде спирали, навитой на шар. В течение астрономических зимы и весны (в промежуток времени от дня зимнего до дня летнего солнцестояния) Солнце поднимается по этой спирали вверх (для жителей северного полушария Земли). Верхнюю точку спирали – точку летнего солнцестояния ξ Солнце проходит примерно 22 июня. Затем в течение астрономических лета и осени Солнце опу-

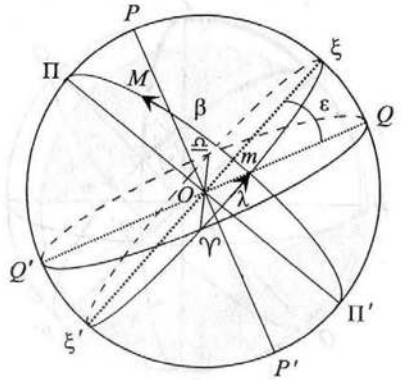


Рис. 1.3. Основные точки и линии небесной сферы, связанные с эклиптической системой небесных координат

скается вниз. В нижней точке ξ' спирали Солнце оказывается в день зимнего солнцестояния примерно 22 декабря.

Рассмотрев ***параллактический треугольник*** (треугольник на небесной сфере, вершинами которого являются полюс мира P, зенит Z, светило M, рис. 1.4), образованный пересечением небесного меридиана, вертикального круга и часового круга светила, и прибегнув к основным уравнениям сферической тригонометрии, можно получить формулы пересчета горизонтальных координат в экваториальные и наоборот:

$$\begin{cases} \sin\delta = \sin\varphi\cdot\cos z - \cos\varphi\cdot\sin z\cdot\cos A, \\ \cos\delta\cdot\sin t = \sin z\cdot\sin A, \\ \cos\delta\cdot\cos t = \cos\varphi\cdot\cos z + \sin\varphi\cdot\sin z\cdot\cos A, \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\begin{cases} \cos z = \sin\varphi\cdot\sin\delta + \cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos t, \\ \sin z\cdot\sin A = \sin t\cdot\cos\delta, \\ \sin z\cdot\cos A = -\cos\varphi\cdot\sin\delta + \sin\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos t. \end{cases} \quad (1.2)$$

За сутки светило дважды пересекает небесный меридиан – южную половину ($t = 0^h$, что соответствует наивысшему положению над горизонтом) и северную половину ($t = 12^h$, что соответствует нижнему положению относительно горизонта). Эти моменты прохождения небесного меридиана называются ***кульминациями*** – *верхней и нижней*. Используя формулы (1.1) и (1.2), можно определить условия видимости для данной широты φ местности как определенного светила со склонением δ, так и звездного неба в целом. Светило является *незаходящим* в данной местности с широтой φ, если его высота $h_{нк}$ в нижней кульминации больше $0°$ ($h_{нк} \geqslant 0°$ или $z_{нк} \leqslant 90°$). *Невосходящими* считаются небесные объекты, для которых при верхней кульминации $h_{вк} \leqslant 0°$ или $z_{вк} \geqslant 90°$. Значения h и z можно через формулы (1.1) и (1.2) связать с δ и таким образом определить условия незаходящих и невосходящих светил. Если $\delta \geqslant (90° - \varphi)$, то светило не захо-

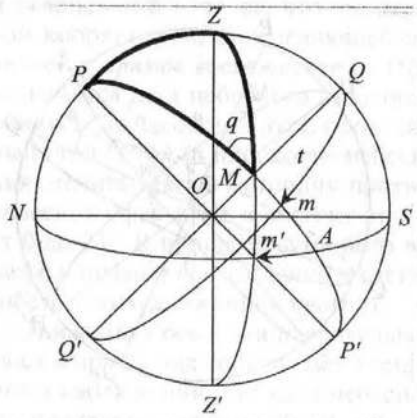


Рис. 1.4. Параллактический треугольник PZM ($q = \angle PMZ$ – параллактический угол)

дит ($h_{нк} \geqslant 0°$); если $\delta \leqslant -(90° - \varphi)$, то светило не восходит в течение суток над горизонтом на данной широте φ в северном полушарии Земли ($\varphi > 0°$).

Все светила со склонениями δ в пределах от $-(90° - \varphi)$ до $(90° - \varphi)$ восходят и заходят в данной местности. Таким образом, анализ взаимосвязи между δ и φ для случая верхней и нижней кульминации позволяет установить вид звездного неба на любой географической широте. На рис. 1.5, *а*, представлен вид звездного неба на широте φ, отличной от 0 и 90°. Здесь указаны суточные параллели светил, которые не заходят (*ll*), не восходят (*kk*), а также восходят и заходят (*aa*, *QQ'*, *bb*) в данной местности. Заштрихованные участки на рис. 1.5, *б*, обозначают области небесной сферы с незаходящими (северное полушарие) и невосходящими (южное полушарие) светилами, незаштрихованная часть круга – область светил, которые восходят и заходят. Нетрудно убедиться, что на Северном полюсе ($\varphi = 90°$) наблюдателю будет видна только северная половина небесной сферы и все ее светила будут незаходящими; на экваторе наблюдателю будет видна вся небесная сфера, а светила на ней будут восходяще-заходящими.

Поскольку Солнце, Луна и большинство планет движутся по эклиптике (или вблизи нее), которая находится под углом к небесному экватору, то склонение δ этих небесных объектов изменяется со временем, из-за чего условия наблюдения также изменяются. Склонение Солнца в течение года меняется в пределах $-23°26' \leqslant \delta \leqslant +23°26'$. Это приводит к смене сезонов (времен года) и существованию ***тепловых поясов*** на Земле.

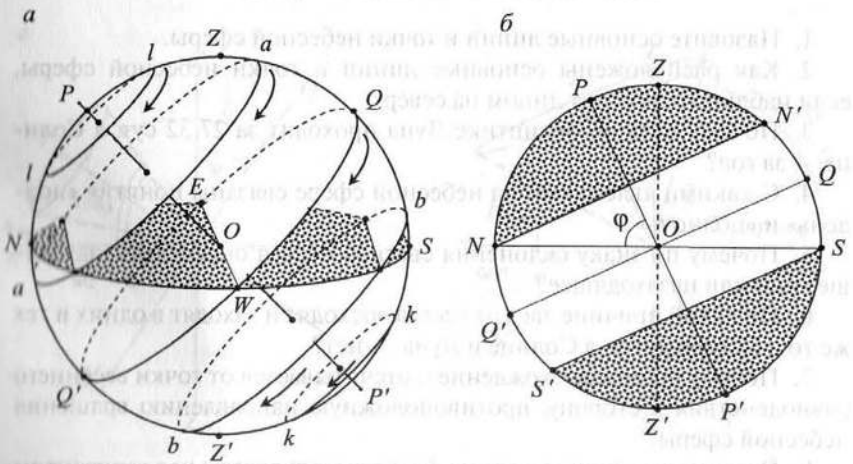


Рис. 1.5. Суточное движение светил на небесной сфере для широты φ

Смена времен года связана с ***тропическим***, или ***солнечным***, ***годом***. Это промежуток времени между двумя последовательными моментами, когда Солнце проходит точку весеннего равноденствия Υ ($Y_{\Upsilon} = 365^d5^h48^m56^s = 365^d{,}2422$).

В период между весенним и осенним равноденствием Северный полюс Земли наклонен к Солнцу, между днями осеннего и весеннего равноденствия – наоборот. Границы тепловых (климатических) поясов на Земле проведены по астрономическим признакам. В *жарком поясе* Солнце в истинный полдень проходит через зенит в тех местностях, где в этот день $\varphi = \delta$. Так как $\delta_{max} = \varepsilon = |\pm 23°26'|$ для Солнца, то и границы жаркого пояса (*тропики*) расположены на географических параллелях с $|\varphi| = \delta_{max} = \varepsilon = |\pm 23°26'|$. В зените на северном тропике ($\varphi = +23°26'$) Солнце находится в день летнего солнцестояния, в зените на южном тропике ($\varphi = -23°26'$) – в день зимнего солнцестояния. На земном экваторе в полдень Солнце проходит через зенит в дни равноденствия. *Холодные пояса* ограничены *полярными кругами*, т.е. географическими параллелями, положение которых определяется условиями незаходящего и невосходящего Солнца при $\delta_{\odot} = \varepsilon$, т.е. $\varphi = \pm(90° - \varepsilon) = \pm 66°34'$. В этих поясах Солнце является невосходящим или незаходящим более одних суток в году (на полюсах это явление длится по полгода). *Умеренные пояса* находятся между широтами $+23°26' \leqslant \varphi \leqslant +66°34'$ (северный умеренный пояс) и $-23°26' \geqslant \varphi \geqslant -66°34'$ (южный умеренный пояс).

Вопросы и задания для самопроверки

1. Назовите основные линии и точки небесной сферы.
2. Как расположены основные линии и точки небесной сферы, если наблюдатель стоит лицом на север?
3. Почему путь по эклиптике Луна проходит за 27,32 сут, а Солнце – за год?
4. С какими явлениями на небесной сфере связаны понятия «полдень» и «полночь»?
5. Почему по знаку склонения светила нельзя определить, заходящее оно или незаходящее?
6. По какой причине звезды всегда восходят и заходят в одних и тех же точках горизонта, а Солнце и Луна – нет?
7. Почему прямое восхождение α отсчитывается от точки весеннего равноденствия в сторону, противоположную направлению вращения небесной сферы?
8. При каких условиях и где на Земле высота звезды над горизонтом в течение суток не изменяется?

9. Составьте таблицу взаимосвязи между значениями прямого восхождения, выраженными в угловой и часовой мере.
10. Предложите способ определения координат Солнца в течение года.

Примеры решения задач

Задача 1. Незаходящая звезда находится на высоте 20° в нижней кульминации и на высоте 50° – в верхней. Определите склонение этой звезды и широту места наблюдения.

Решение. Задача имеет два решения в зависимости от того, где будет выбрано положение верхней кульминации: к северу или к югу от зенита.

Пусть верхняя кульминация наблюдалась к северу от зенита. Тогда согласно рис. 1.6, *а*, можно составить систему уравнений:

$$\begin{cases} \delta = 90° - \varphi + h_{min} \\ 180° = 90° - \varphi + h_{max} + \delta \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \delta = 110° - \varphi \\ \varphi = \delta - 40° \end{cases}. \text{ Следовательно, } \begin{cases} \delta = 75° \\ \varphi = 35°. \end{cases}$$

Пусть верхняя кульминация наблюдалась к югу от зенита. Тогда согласно рис. 1.6, *б*, можно составить систему уравнений:

$$\begin{cases} \delta = 90° - \varphi + h_{min} \\ \delta = h_{max} - (90° - \varphi) \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \delta = 110° - \varphi \\ \delta = \varphi - 40°. \end{cases} \text{ Следовательно, } \begin{cases} \delta = 35° \\ \varphi = 75°. \end{cases}$$

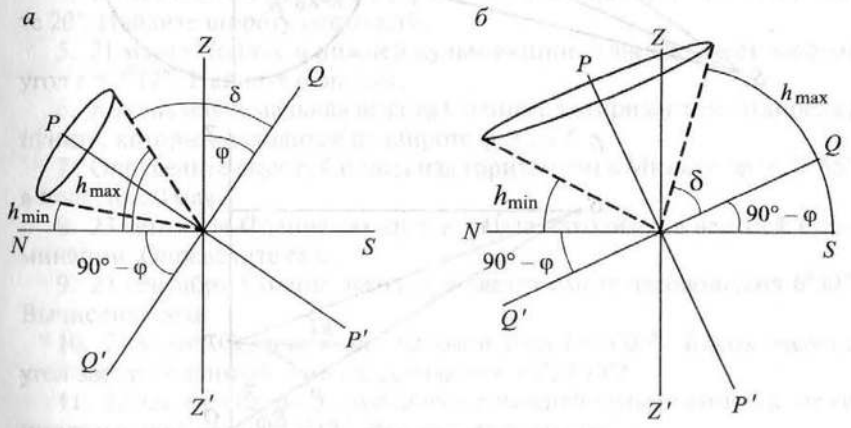


Рис. 1.6. К решению задачи о совместном определении склонения светила и широты местности

Задача 2. Экваториальный спутник S должен пройти над щитом P с координатами $\lambda = -105°$ и $\varphi = 0°$ на геоцентрическом расстоянии $R_{so} = 42\ 190$ км (рис. 1.7, *а*). В это время спутник будет наблюдаться на станции T в пункте с координатами $\lambda_0 = -6^h$ и $\varphi_0 = 40°$. Определите горизонтальные координаты спутника в этот момент времени в пункте T.

Решение. Для дальнейших выводов и рассуждений используем формулы сферической тригонометрии

$$\cos(c) = \cos(a)\cdot\cos(b) + \sin(a)\cdot\sin(b)\cdot\cos(C),$$

$$\sin(c)\cdot\cos(A) = \sin(b)\cdot\cos(a) - \cos(b)\cdot\sin(a)\cdot\cos(C),$$

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C},$$

где a, b, c – стороны сферического треугольника, а A, B, C – соответствующие им противолежащие углы.

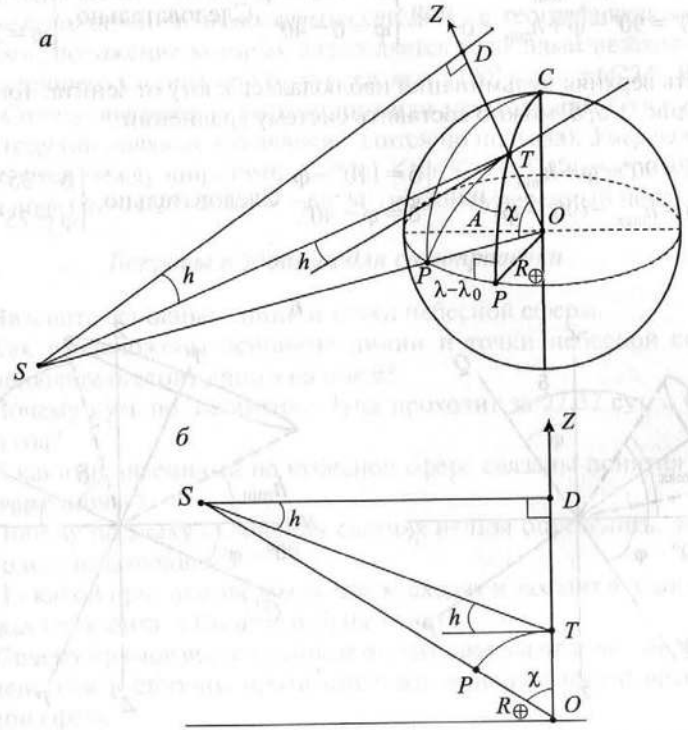


Рис. 1.7. К решению задачи об определении горизонтальных координат спутника

Из рис. 1.7, *а*, очевидно, что $\Delta PTP'$ – прямоугольный и $\angle PP'T$ – прямой. Если это угол C (см. формулы выше), то

$$\cos(PT) = \cos(P'T)\cdot\cos(PP') = \cos\varphi_0\cdot\cos(\lambda - \lambda_0) =$$
$$= \cos 40°\cdot\cos 15° = 0{,}75.$$

Следовательно, $\angle PT = \angle\chi = 42°{,}27$.

Из теоремы синусов с учетом, что $\angle PP'T = 90°$, получим выражение для азимута A:

$$\frac{\sin(\lambda-\lambda_0)}{\sin A} = \frac{\sin\chi}{1} \Rightarrow \sin A = \frac{\sin(\lambda-\lambda_0)}{\sin\chi} = \frac{\sin 15°}{\sin 42°{,}27} = 0{,}39 \Rightarrow A = 22°{,}7.$$

Высоту h над горизонтом легко найти из рис. 1.7, *б*:

$$\operatorname{tg}(h) = \frac{DT}{SD} = \frac{OD - OT}{SD} = \frac{R_{so}\cdot\cos\chi - R_\oplus}{R_{so}\cdot\sin\chi} = 0{,}88 \Rightarrow h = 41°{,}31.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Прямое восхождение звезды $2^h10^m09^s$ выразите в градусной мере.
2. Полярное расстояние звезды равно 20°15′. Каково ее зенитное расстояние в Вологде ($\varphi = 59°13'$) в момент нижней кульминации?
3. 22 июня Солнце кульминирует в верхней кульминации. Найдите часовой угол звезды в данный момент, если $\alpha = 12^h24^m$.
4. В некотором пункте 18 февраля Солнце в полдень было на высоте 20°. Найдите широту местности.
5. 21 марта Солнце в нижней кульминации, а звезда имеет часовой угол $t = 3^h12^m$. Найдите α звезды.
6. Какова максимальная высота Солнца над горизонтом 10 апреля в пункте, который находится на широте $\varphi = 20°$?
7. Определите высоту Солнца над горизонтом в Минске ($\varphi = 53°55'$) в полдень 20 мая.
8. 23 сентября Солнце заходит, а звезда находится в верхней кульминации. Определите ее α.
9. 23 сентября Солнце заходит, а звезда имеет часовой угол 6^h30^m. Вычислите ее α.
10. 21 марта Солнце имеет часовой угол $t = 6^h00^m$. Каков часовой угол звезды в данный момент, если ее $\alpha = 96°23'18''$?
11. 22 декабря Солнце находилось в нижней кульминации, а звезда имела часовой угол $t = 3^h12^m$. Вычислите α звезды.
12. Определите широту местности, до которой 10 декабря Солнце не будет восходить над горизонтом.

13. 22 июня Солнце кульминирует в верхней кульминации. Найдите часовой угол звезды в данный момент, если $\alpha = 22^h12^m$.

14. 23 сентября звезда с $\alpha = 36°38'$ заходит точно на западе. Каков часовой угол Солнца?

15. 22 декабря Солнце имеет часовой угол $t = -3^h00^m$. Определите α звезды, находящейся в нижней кульминации.

16. До какого склонения видны звезды южного полушария в Санкт-Петербурге ($\varphi = 59°57'$) и в Ташкенте ($\varphi = 41°20'$)?

17. В Одессе ($\varphi = 46°29'$) на зенитном расстоянии $63°5'$ наблюдалась верхняя кульминация Сириуса. Каково его склонение?

18. Выразите в градусной мере угол между кругами склонения двух звезд, из которых одна кульминировала в 3^h18^m, а другая – в 21^h31^m.

19. 21 марта Солнце восходит, а звезда имеет часовой угол 2^h30^m. Определите α звезды.

20. Прямые восхождения звезд, равные $241°24'17''$ и $28°41'36''$, выразите в часах, минутах и секундах.

21. Через 12 ч после прохождения через зенит звезда находилась на высоте $76°34'$. Какова широта места наблюдения? Какие значения склонения могла иметь звезда?

22. В каких двух случаях высота светил над горизонтом в течение суток не изменяется?

23. Каковы наибольший и наименьший углы, которые образуют эклиптика и горизонт в Москве ($\varphi = 55°45'$)?

24. При каких условиях полюс эклиптики совпадает с зенитом наблюдателя?

25. Какой угол с горизонтом образует эклиптика для широты $+55°$ в момент восхода точки весеннего равноденствия, в момент захода этой точки? Определите то же для широты $+66°34'$?

26. Каковы астрономические широта и долгота Северного полюса мира?

27. Каковы прямое восхождение и склонение северного полюса эклиптики?

28. Где будет находиться на небе Сириус ($\alpha = 6^h41^m$) 21 марта через час после захода Солнца, 23 сентября через час после восхода Солнца (для средних широт северного полушария)?

29. Каково положение звезды, имеющей прямое восхождение 7^h и склонение $40°$, 21 марта через час после захода Солнца для наблюдателя, который находится на широте $40°$?

30. Одни из самых ярких звезд неба Вега и Капелла имеют прямые восхождения 18^h34^m и 5^h10^m соответственно. В какой стороне неба (в западной или восточной) и под каким часовым углом они находятся в

момент верхней кульминации точки весеннего равноденствия и в момент ее нижней кульминации?

31. Используя условия предыдущей задачи, ответьте на вопрос: какой интервал звездного времени проходит от нижней кульминации Капеллы до верхней кульминации Веги?

32. * Спустя какой промежуток времени после своей верхней кульминации Солнце будет находиться на высоте $h = 35°$ 13 июня в Киеве ($\varphi = 50°27'$), если склонение Солнца $\delta = +23°12'$?

33. При каких условиях азимут звезды не меняется от ее восхода до кульминации?

34. У каких светил, наблюдающихся в Минске, азимут никогда не равен нулю?

35. Москва и столица Эфиопии Аддис-Абеба лежат почти на одном меридиане (широта Москвы $+56°$, Аддис-Абебы $+9°$). Какова разность высот, на которых звезду Сириус в момент верхней кульминации видят наблюдатели в этих городах?

36. Каково зенитное расстояние Веги ($\delta = +38°42'$) во время верхней кульминации в Москве ($\varphi = 55°45'$)?

37. Восходит ли в Архангельске ($\varphi = 64°35'$) Фомальгаут (α Южной Рыбы), у которого $\delta = -30°05'$?

38. Определите, где на Земле начинает быть видимым созвездие Южного Креста, расположенное в пределах южного склонения от -55 до $-64°$? В каких местах оно видно полностью?

39. Каково склонение звезды, наблюдавшейся в Архангельске ($\varphi = 64°35'$), в нижней кульминации на высоте $10°$?

40. К югу от зенита высота нижнего края Солнца в меридиане была $84°21'$, склонение центра Солнца $+18°39'$. Определите широту, учитывая, что угловой диаметр Солнца равен $32'$.

41. Незаходящая звезда наблюдалась в верхней кульминации к северу от зенита на зенитном расстоянии $29°47'$, а в нижней – на $41°49'$. Определите географическую широту места наблюдения.

42. Каковы координаты кометы (α и δ), если она находилась в меридиане на $3'51'$ севернее звезды с $\alpha = 19^h10^m14^s$ и $\delta = 18°14'9''$? Меридиан комета прошла раньше звезды на 1^m1^s.

43. Каковы минимальная и максимальная полуденная высота Солнца в вашем городе?

44. Какая доля общего числа звезд на данной широте φ никогда не заходит? Звезды считайте равномерно распределенными по небесной сфере.

45. Через 12 ч после своего прохождения через зенит звезда находилась на высоте $76°34'$. Какова широта места наблюдения? Какие значения склонения могла иметь звезда?

46. Около 1100 г. до н.э. китайские астрономы определили, что в день летнего солнцестояния высота Солнца в полдень равнялась 79°7′, а в день зимнего солнцестояния − 31°19′ (к югу от зенита). Каковы были широта места наблюдения и наклонение эклиптики к экватору?

47. На какой максимальной и минимальной высоте можно наблюдать шаровое звездное скопление 47 Тукана ($\delta = -72°05'$) в Рио-де-Жанейро ($\varphi = 22°54'$ ю.ш.)?

1.2. Измерение времени. Системы счета времени

Основными единицами измерения времени в астрономии являются звездные, истинные солнечные и средние солнечные сутки в зависимости от того, какая точка на небесной сфере выбрана в качестве основного ориентира для их измерения.

Звездные сутки – промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями точки весеннего равноденствия Υ на одном и том же географическом меридиане. Начало звездных суток – момент верхней кульминации точки Υ. Время, прошедшее от верхней кульминации точки Υ до любого другого ее положения, выраженное в долях звездных суток (в звездных часах, минутах и секундах), называется ***звездным временем*** s. Следовательно, на данном меридиане в любой момент

$$s = t_{\Upsilon} = \alpha + t, \qquad (1.3)$$

где t_{Υ} – часовой угол точки Υ, выраженный в часовой мере; α и t – прямое восхождение и часовой угол светила M соответственно (см. рис. 1.1, *б*).

В момент верхней кульминации светила его часовой угол $t = 0$, а звездное время совпадает с прямым восхождением данного светила ($s = \alpha$). Иными словами, звездное время в любой момент суток равно прямому восхождению α светил, находящихся в этот момент в верхней кульминации.

Поскольку в каждом пункте земной поверхности географический и небесный меридианы совпадают (лежат в одной плоскости), то очевидно, что направления на точку весеннего равноденствия Υ с любой точки поверхности Земли являются параллельными (рис. 1.8). Поэтому звездное время будет одинаковым на одном меридиане и различным – на разных. Если D – точка Гринвичского меридиана и на нем $s_0 = t_{0\Upsilon}$, то на географической долготе λ (точка E) звездное время $s_\lambda = s_0 + \lambda$.

Истинные солнечные сутки – промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями центра солнечного

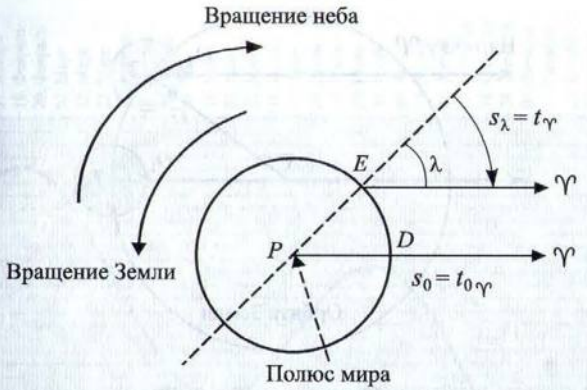


Рис. 1.8. Определение звездного времени на меридиане с географической долготой λ

диска на одном и том же географическом меридиане. Начало истинных солнечных суток – момент нижней кульминации Солнца (истинная полночь). Время, которое прошло с момента нижней кульминации Солнца до любого другого его положения, выраженное в долях истинных суток (в истинных солнечных часах, минутах, секундах), называется ***истинным солнечным временем*** $T_\odot$. Тогда $T_\odot = t_\odot + 12^h$, где $t_\odot$ – часовой угол Солнца.

В момент верхней кульминации Солнца (истинный полдень) его часовой угол $t_\odot = 0^h$ и истинное солнечное время $T_\odot = 12^h$, а в нижней кульминации часовой угол $t_\odot = 12^h$ и истинное солнечное время $T_\odot = 24^h = 0^h$.

В связи с движением Земли по орбите вокруг Солнца каждая последующая верхняя кульминация центра солнечного диска будет происходить приблизительно на 4^m (а точнее, на $3^m56^s{,}56$) позже очередной кульминации точки весеннего равноденствия (рис. 1.9). Действительно, спустя одни звездные сутки наблюдатель (O) вместе с Землей (T) относительно точки весеннего равноденствия повернется на 360°, а за счет движения Земли по своей орбите переместится из точки O_1 в точку O_2. Однако для завершения истинных солнечных суток Земля должна повернуться настолько, чтобы наблюдатель оказался в положении O_3, где он снова будет видеть Солнце (S) находящимся на небесном меридиане. Поскольку радиус-вектор Земли поворачивается за сутки примерно на 1°, а вокруг своей оси Земля вращается с угловой скоростью около 1° за 4 мин (время, необходимое для завершения истинных солнечных суток), то истинные солнечные сутки приблизительно на 4^m продолжительнее звездных суток.

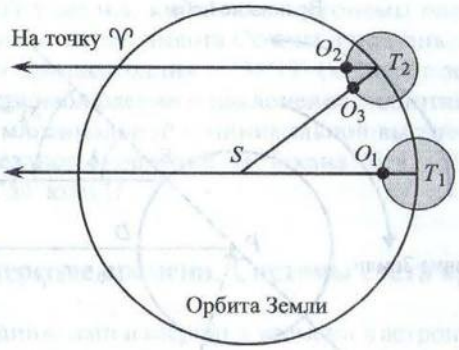


Рис. 1.9. Отличие продолжительности истинных солнечных суток от звездных

Поскольку продолжительность истинных солнечных суток – величина непостоянная, то в астрономии введено понятие математически определяемой (фиктивной) точки – ***среднего экваториального солнца***, которое равномерно движется по небесному экватору со среднегодовой скоростью истинного Солнца по эклиптике.

Промежуток времени между двумя последовательными одноименными кульминациями среднего экваториального солнца на одном и том же географическом меридиане называется **средними солнечными сутками (средними сутками).** Начало средних солнечных суток – момент нижней кульминации среднего экваториального солнца (средняя полночь). Время, протекшее от нижней кульминации среднего экваториального солнца до любого другого его положения, выраженное в долях средних солнечных суток (в средних часах, минутах, секундах), называется ***средним солнечным временем*** или ***средним временем*** T_m. Оно может быть выражено через часовой угол t_m среднего экваториального солнца: $T_m = t_m + 12^h$.

Разность между средним временем и истинным солнечным временем в один и тот же момент называется ***уравнением времени*** η:

$$\eta = T_m - T_\odot = t_m - t_\odot = \alpha_\odot - \alpha_m \qquad (1.4а)$$

или

$$T_m = T_\odot + \eta,$$

$$T_m = t_\odot + 12^h + \eta. \qquad (1.4б)$$

Кривая уравнения времени (рис. 1.10, кривая *1*) является суммой двух периодических кривых, подобных синусоидам, – с годичным

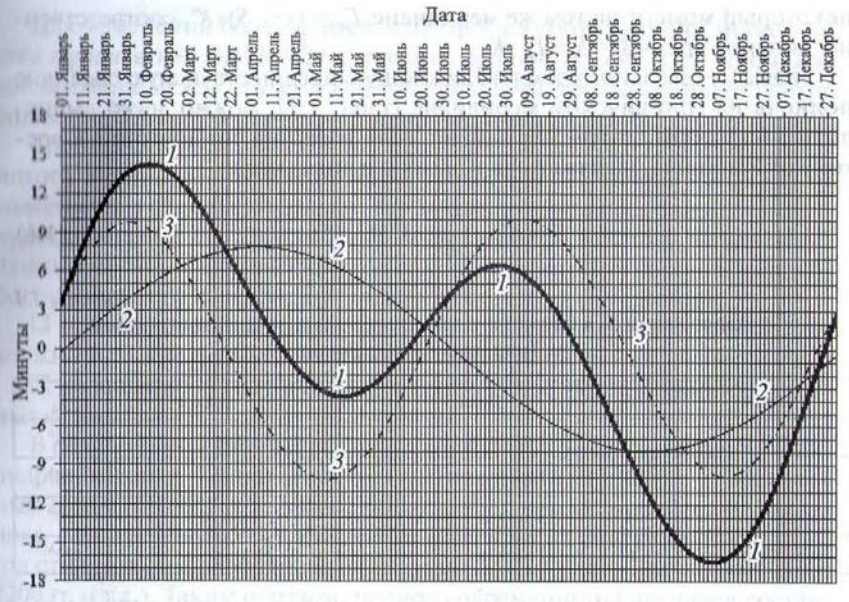


Рис. 1.10. Графики уравнения времени (кривая *1*), уравнения от эксцентриситета (кривая *2*) и уравнения от наклона эклиптики (кривая *3*)

(уравнение от эксцентриситета) и полугодичным (уравнение от наклона эклиптики) периодами.

Поскольку в тропическом году 365,2422 средних солнечных суток и 366,2422 звездных суток (средние экваториальные сутки длиннее звездных на $3^m56,^s555$ (-4^m), что за тропический год дает разницу в одни сутки), то интервалы звездного и среднего времени на одном и том же географическом меридиане могут быть связаны с помощью коэффициентов

$$K = \frac{366,2422}{365,2422} = 1,002738 \quad \text{и} \quad K' = \frac{365,2422}{366,2422} = 0,997270$$

следующим образом:

$$\Delta s = K \cdot \Delta T_m,$$

$$\Delta T_m = K' \cdot \Delta s. \qquad (1.5)$$

Если S – звездное время в ближайшую предшествующую среднюю полночь на некотором географическом меридиане, то среднее время в

некоторый момент на том же меридиане $T_m = (s - S) \cdot K'$, соответственно звездное время $s = S + T_m \cdot K$.

Зная S_0 – звездное время в ближайшую предшествующую среднюю полночь на Гринвичском меридиане (табл. 1.1), можно легко вычислить S на любом другом меридиане, если известна его долгота λ к востоку от Гринвича, выраженная в часах и в долях часа:

$$S = S_0 - \frac{\lambda^h}{24^h} \cdot 3^m 56^s{,}555. \qquad (1.6)$$

Таблица 1.1

Звездное время S_0 в ближайшую предшествующую среднюю полночь на Гринвичском меридиане

Дата	S_0	Дата	S_0	Дата	S_0
22 сентября	0^h	21 января	8^h	23 мая	16^h
22 октября	2^h	21 февраля	10^h	22 июня	18^h
22 ноября	4^h	23 марта	12^h	23 июля	20^h
22 декабря	6^h	22 апреля	14^h	22 августа	22^h

Среднее солнечное время на Гринвичском меридиане называется ***всемирным временем*** T_0. Для любого пункта на Земле с долготой места λ ***местное время*** $T_\lambda = T_0 + \lambda$. Поскольку для двух сколь угодно близко расположенных пунктов с различной долготой местности λ_1 и λ_2 местное время $T_{\lambda 1} \neq T_{\lambda 2}$, то для практических целей необходимо было ввести систему счета времени, которая позволила бы сохранить реальное различие местного времени для достаточно удаленных друг от друга по долготе населенных пунктов и не учитывать такое различие (ликвидировать связанные с этим неудобства) для близко расположенных пунктов. Такая система, появившаяся в 1884 г., была названа **поясной**, поскольку в ней введено ***поясное время***, которое является постоянным (независимо от долготы местности) в пределах одного пояса. Земная поверхность разделена по меридианам на 24 пояса (от нулевого, или Гринвичского, до 23-го). Средние меридианы каждого пояса находятся на расстоянии 15° по долготе друг от друга. Таким образом, поясное время T_n пояса с номером n связано с всемирным временем соотношением $T_n = T_0 + n^h$. Связь между местным временем T_λ какого-либо пункта и его поясным временем T_n выражается так: $T_n - T_\lambda = n^h - \lambda^h$, где λ – долгота местности, находящейся в данном поясе. Разность $(T_n - T_\lambda)$, очевидно, не должна превышать 30^m, однако из-за того, что реальные границы часовых поясов чаще всего проводятся по административным границам (как правило, довольно извилистым), она может достигать 1^h.

Для измерения более длительных промежутков времени используется ***тропический год*** (365,2422 средних солнечных суток) – промежуток времени между двумя последовательными прохождениями центра солнечного диска через точку весеннего равноденствия.

Тропический год положен в основу григорианского календаря, принятого в большинстве стран мира. Подобные календари называются *солнечными* в отличие от *лунных*, где за основу взята продолжительность лунного месяца $29^d{,}53$, или *лунно-солнечных*, где в основу положены и лунный месяц, и тропический год одновременно. При составлении любого солнечного календаря учитываются следующие факторы:

- ❑ продолжительность календарного года в среднем за несколько лет должна быть как можно ближе к продолжительности тропического года;
- ❑ календарный год должен содержать целое число средних солнечных суток.

В современном календаре год состоит из 365 дней в течение трех лет подряд, каждый 4-й год (високосный) состоит из 366 дней. К високосным годам относятся те, порядковый номер которых делится на 4. Однако в григорианском календаре високосным не считается последний год столетия, когда число сотен не делится на 4 (1700, 1800, 1900, 2100, 2200 гг. и т.д.). Таким образом, период современного календаря составляет 400 лет: из них 97 високосных и 303 простых. Календарный год григорианского календаря отличается от тропического года на 0,0003 сут, что дает ошибку в 1 сут за 3300 лет (юлианский календарь, который применялся для счета времени до 10 октября 1582 г., давал ошибку 0,0078 сут в год, 1 сут за 128 лет).

Вопросы и задания для самопроверки

1. Почему звездные сутки короче солнечных?
2. Чем вызвано введение уравнения времени?
3. Почему солнечные сутки неравномерны?
4. Какие системы счета времени используются в повседневной жизни?
5. Предложите свой солнечный календарь, который удовлетворял бы основным критериям при создании календарей.

Примеры решения задач

Задача 1. В котором часу (по местному и поясному времени) сегодня наступит истинный полдень в том месте, где вы находитесь? Воспользуйтесь графиком уравнения времени.

Решение. Для определенности предположим, что сегодня 17 января 2014 г. и вы находитесь в Минске.

Истинный полдень – момент, когда истинное солнечное время $T_\odot = 12^h$. Среднее солнечное время $T_m = T_\odot + \eta$, где η – уравнение времени. Используя график, дающий уравнение времени для разных дат (см. рис. 1.9), получим, что 17 января $\eta \approx +8^m$. Следовательно, местное время $T_m = 12^h08^m$.

Всемирное время $T_0 = T_m - \lambda$, а долгота центра Минска $\lambda \approx 27°40' \approx \approx 1^h51^m$, поэтому $T_0 = 10^h17^m$.

Теперь определим поясное время. Минск находится во втором часовом поясе ($n = 2$), поэтому $T_n = T_0 + 2^h = 12^h17^m$.

Зимой 2014 г. в Беларуси действовало так называемое «летнее» время, когда к поясному времени добавляется еще 1^h, поэтому окончательно получим, что 17 января 2014 г. $T_{\text{Минск}} = T_n + 1^h = T_0 + n^h + 1^h = 13^h17^m$.

Задача 2. Когда по солнечному времени 10 февраля будет кульминировать звезда Арктур ($\alpha = 14^h12^m$)?

Решение. Учитывая, что с 21 января до 10 февраля прошло 20 дней, с помощью табл. 1.1 определим звездное время в ближайшую предшествующую полночь: $S = 8^h + 20 \cdot 4^m = 9^h20^m$. Поскольку нижняя кульминация Арктура (α Волопаса) в наших широтах не видна, то, очевидно, в задаче идет речь о верхней кульминации, для которой часовой угол $t = 0$. Следовательно, звездное время этого события $s = \alpha + t = 14^h12^m$. Воспользовавшись формулой $T_m = (s - S) \cdot K'$, находим среднее солнечное время $T_m = (14^h12^m - 9^h20^m) \cdot 0{,}997270 \approx 4^h51^m12^s$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Выразите разность прямых восхождений звезд $132°14'31''$ и $218°06'58''$ как интервал времени.

2. В Минске ($\varphi = 53°54'$) наблюдалась верхняя кульминация появившейся кометы с координатами $\alpha = 12^h10^m10^s$ и $\delta = 42°43'$. Вычислите зенитное расстояние кометы в момент кульминации и звездное время этого события.

3. 23 сентября заходит звезда с координатами $\alpha = 138°23'$ и $\delta = 0°$. Определите солнечное время.

4. 23 сентября звезда с $\alpha = 45°00'$ и $\delta = 0$ имеет часовой угол $t = 13^h30^m$. Найдите солнечное время.

5. Чему равно звездное время, если звезда с прямым восхождением $22^h08^m24^s$ имеет часовой угол $126°11'28''$?

6. Какие значения α и δ должны иметь две звезды, которые в $7^h35^m15^s$ звездного времени кульминировали бы в Минске ($\varphi = 53°54'$) на $z = 60°$

одна – к югу, другая – к северу от зенита? Рассчитайте то же самое для зенитного расстояния $z = 40°$.

7. Рассчитайте, за какое время накапливается ошибка в 1 сут в юлианском и григорианском календарях по сравнению с тропическим (солнечным) годом?

8. В котором часу по звездному времени происходит нижняя кульминация звезды, имеющей прямое восхождение $158°27'$?

9. Если сегодня звезда кульминировала в $T_m = 20^h00^m$, то когда это случится через 10 дней?

10. Рассчитайте приблизительно, какие звезды будут находиться в верхней кульминации в 10 ч вечера 28 июля.

11. Определите приблизительно месяц и число, когда звезда, прямое восхождение которой равно 18^h, находится в меридиане в 8 ч вечера?

12. Звезда δ Ориона 14 ноября восходит в 8 ч вечера. В какой день она взойдет в 5^h30^m вечера? Каково приблизительно ее прямое восхождение, если склонение равно нулю?

13. В Киеве ($\varphi = 50°27'$) наблюдалась кульминация появившейся кометы. Измеренное зенитное расстояние (к югу от зенита) оказалось равным $3°52'$, а по звездным часам момент кульминации наступил в $15^h15^m10^s$. Определите δ и α.

14. * На какую максимальную высоту h над горизонтом поднимется Солнце 1 марта над Минском ($\varphi = 53°54'$ с.ш., $\lambda = 27°40'$ в.д.). Когда это произойдет по среднему местному времени и по поясному времени? Уравнение времени в этот день $+12^m$. Какова продолжительность этого дня?

15. В мусульманском (лунном) календаре в основу положен цикл в 30 лет – 19 лет по 354 дня и 11 лет по 355 дней. Определите точность календаря. Средний лунный месяц $29^d12^h44^m2^s{,}78$.

16. Для кого и при каких условиях возможно наибольшее количество воскресений в феврале? Каково это количество?

17. В XI в. в Персии был введен солнечный календарь, в основу которого положен цикл, составляющий 33 года. В нем 25 простых и 8 високосных лет. Определите среднюю продолжительность года и ошибку, которую дает этот календарь. Сравните ее с ошибкой григорианского календаря.

18. Каково было бы соотношение солнечного и звездного времени, если бы Земля вращалась в направлении, противоположном действительному направлению ее вращения?

19. Солнце находится в верхней кульминации в 0^h всемирного времени. Определите долготу (уравнением времени пренебречь).

20. * Полагая, что Земля – сфероид со сжатием 1/300, определите, на сколько за сутки уйдут вперед маятниковые часы на полюсе Земли по сравнению с аналогичными часами на экваторе. Как следует изменить длину маятника часов на полюсе, чтобы часы шли так же, как и на экваторе? Центробежную силу не учитывать.

21. * Известно, что продолжительность суток увеличивается на 0,02 с за 1000 лет. На сколько через 1000 лет показания часов, синхронизированных по вращению Земли с учетом ее векового замедления, будут отличаться от показаний атомных часов, синхронизированных с постоянной начальной скоростью вращения Земли?

22. Известно, что в феврале 1920 г. было пять воскресных дней. Определите предыдущий и последующий годы, когда отмечалось то же самое.

23. Когда по поясному времени Казани (по времени 3-го пояса) 22 июня (долгота этого города $\lambda = 3^h16^m29^s$) произойдет кульминация Солнца, если в этот день уравнение времени $\eta = +1^m20^s$?

24. Верхняя кульминация Проциона ($\alpha = 7^h36^m$) в пункте с долготой $\lambda = 2^h30^m$ произошла в ночь с 30 на 31 декабря в 1^h15^m по часам, которые идут по декретному времени ($+1^h$) данного пункта. Какова их поправка?

25. 11 февраля по поясному времени Солнце взошло в 7^h6^m, а зашло в 16^h24^m (11 февраля – максимум уравнения времени $\eta = +14^m$). Чему равна разница между поясным и средним местным временем данного места?

26. Мореплаватель, путешествующий по океану вдоль экватора с постоянной скоростью, использовал часы с будильником, идущие по гринвичскому времени. Через некоторое время он обнаружил, что точно в момент пробуждения по звонку будильника на темном небе каждый раз восходила одна и та же звезда. В каком направлении и с какой скоростью двигался путешественник?

27. Во сколько по среднему солнечному времени 22 декабря Сириус поднимется на максимальную высоту? Уравнение времени 22 декабря равно нулю.

28. Как известно, в горизонтальных солнечных часах гномон (стрелка, отбрасывающая тень на циферблат) направляется на полюс мира. Определите для момента полдня длину тени от гномона солнечных часов, установленных в Минске, в дни равноденствий и солнцестояний, если длина гномона $L = 2$ м.

29. Турист, прогуливаясь 1 ноября по центру старинного европейского города, заметил на площади солнечные часы и обнаружил, что на его наручных часах было точно 14^h00^m, а солнечные часы показывали 14^h15^m. Определите, в чем причина такого расхождения. Сколько будут показывать солнечные часы, если турист вернется в этот город в 14^h00^m 1 июля? Определите также долготу города.

1.3. Подвижная карта звездного неба

Подвижная карта звездного неба (рис. 1.11, см. вкладку) представляет собой стереографическую проекцию северной и частично южной небесных полусфер на плоскость небесного экватора. На карте изображена сетка небесных координат (склонение δ и прямое восхождение α), а также основные созвездия, представленные наиболее яркими звездами. Северный полюс мира находится в центре карты, в точке пересечения кругов склонения. Круги склонения представлены радиальными линиями, проведенными через 1^h прямого восхождения, и оцифрованы в часовой мере. Небесный экватор и три небесные параллели северной полусферы с интервалом в 30° обозначены концентрическими окружностями, оцифрованы в точках пересечения с начальным кругом склонения ($\alpha = 0^h$) и с диаметрально противоположным ему кругом склонения ($\alpha = 12^h$). На карте отмечены также часть южной небесной полусферы со склонением до −45° и небесная параллель для $\delta = -30°$, радиус которых больше, чем радиус небесного экватора. Их размер – следствие неизбежного искажения южных областей сферы при стереографической проекции. Поэтому изображения созвездий южной полусферы чрезвычайно растянуты и сильно отличаются от привычного их вида на небе.

Эксцентрический овал, пересекающийся с небесным экватором в двух диаметрально противоположных точках равноденствий (♈ и ♎), изображает эклиптику.

На наружном обрезе карты, называемом лимбом дат, нанесены календарные числа и названия месяцев.

Накладной круг, который прилагается к карте (рис. 1.12, см. вкладку), позволяет установить вид звездного неба в любой день года для любого времени суток. С этой целью внешний обрез круга (часовой лимб) разделен на 24 ч. Штрихи на часовом лимбе нанесены через каждые 10 мин. В накладном круге имеется овальный вырез, положение которого определяется географической широтой места наблюдения. Он вырезается по соответствующему овалу из начерченных на накладном круге. Контур овального выреза изображает математический горизонт с нанесенными на нем точками: север, юг, запад, восток.

Для определения вида звездного неба следует совместить часовой лимб с лимбом дат (нужное время T с нужной датой n) таким образом, чтобы небесный меридиан (линия север – юг) проходил через Северный полюс мира. В асимметрично расположенном овале накладного круга окажутся созвездия, которые видны в этот момент времени над горизонтом.

С помощью подвижной карты звездного неба можно решать многие астрономические задачи (например, определять положение небесных светил в любое время суток и года). Это хорошее подспорье при переходе к визуальным наблюдениям, помогает легче ориентироваться на ночном небе. Расположение определенных звезд и созвездий можно установить благодаря перемещению точек наблюдения на небесной сфере относительно ярких и наиболее заметных созвездий, которые могут служить ориентиром. Так, взяв за основу семь ярких звезд созвездия Большой Медведицы (звезды «ковша»), можно определить положение групп так называемых «зимних» и «летних» созвездий. «Зимние» хорошо видны на небе с ноября по февраль, они высоко поднимаются над горизонтом в течение ночи (созвездия Возничего, Тельца, Ориона, Большого Пса, Малого Пса, Близнецов). Их положение можно определить, если от Большой Медведицы провести через две звезды «ковша» (δ и α) прямую (вправо, если смотреть на юг, или против направления «ручки ковша»), продолжение которой позволит найти Капеллу (α) в созвездии Возничего. Двигаясь по большому кругу в этом направлении по часовой стрелке, наблюдатель попадет в созвездие Тельца с яркой звездой Альдебаран (α), а затем – в созвездие Ориона со звездами Бетельгейзе (α), Беллатрикс (γ) и Ригель (β). При этом движении по окружности внизу будет располагаться созвездие Большого Пса с самой яркой звездой на небе – Сириусом (α). Завершая это движение по кругу, наблюдатель пройдет по созвездиям Малого Пса (α Малого Пса – Процион), Близнецов (α и β – Кастор и Поллукс) и замкнет окружность в созвездии Возничего.

Таким же образом, проведя прямую через звезды γ и δ Большой Медведицы, наблюдатель пройдет вблизи Северного полюса мира и попадет в группу «летних» созвездий. Они хорошо видны в период с июня по сентябрь. «Летними» являются созвездия Лебедя (α Лебедя – Денеб), Лиры (α Лиры – Вега), Орла (α Орла – Альтаир).

С помощью этого способа можно найти созвездия вблизи Северного полюса мира (созвездия Цефея, Кассиопеи, Малой Медведицы), проведя прямую через β и α звезды Большой Медведицы. Продолжив кривую, проходящую через три звезды «ручки ковша» созвездия Большой Медведицы, мы попадем туда, где находятся созвездия Волопаса (α Волопаса – Арктур) и Девы (α Девы – Спика).

Благодаря известным ориентирам на ночном небе наблюдатель может достаточно легко найти любое созвездие, звезду или какой-либо другой космический объект.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Каковы основные элементы, изображенные на неподвижном круге звездной карты?
2. Какую функцию выполняет подвижный круг?
3. Какую часть звездного неба открывает подвижный круг?
4. От чего зависит вид наблюдаемой части звездного неба?
5. Оцените погрешность в измерениях, которые проводятся с помощью подвижной карты.

Примеры решения задач

Задача 1. Используя подвижную карту звездного неба, определите время, в течение которого звезда Спика (α Девы) будет видна над горизонтом в ночь с 14 на 15 мая (считайте, что ночь – время от захода до восхода Солнца).

Решение. С помощью карты получим, что восход звезды 14 мая в 16^h57^m, а заход – в 2^h52^m. Восход Солнца 14 мая в 4^h05^m, а заход в 19^h55^m. Следовательно, Спика будет ночью над горизонтом в промежуток времени от 19^h55^m до 2^h52^m, т.е. $\Delta T = 26^h52^m - 19^h55^m = 6^h57^m$.

Задача 2. Определите с помощью подвижной карты звездного неба, где будет находиться на небе Сириус ($\alpha = 6^h44^m$, $\delta = -16°41'$) 21 марта через час после захода Солнца, т.е. найдите его азимут и высоту над линией горизонта.

Решение. Определив положение Солнца на эклиптике 21 марта (день весеннего равноденствия), расположим эту точку эклиптики в положении, соответствующем местному времени 19^h (известно, что 21 марта Солнце заходит в 18^h местного времени). Найдя на карте Сириус, определим его координаты: $A \approx 4°$, $h \approx 18°$.

Задачи для самостоятельного решения

1. В Киеве ($\varphi = 50°27'$) в полдень Солнце находилось на высоте 32°. В какой день года это могло быть?
2. В Тбилиси ($\varphi = 41°31'$) в полдень Солнце находилось на высоте 45°. В какой день года это могло произойти?
3. В Санкт-Петербурге ($\varphi = 59°40'$) в полдень Солнце было на высоте 40°. Определите день года, когда это могло быть.
4. Когда лучше всего виден Млечный Путь в Республике Беларусь? Широту примите равной 55° с.ш.
5. В каком созвездии находится полюс галактической системы координат, если его координаты $\alpha = 12^h49^m$, $\delta = +27°,4$?

4 Зак. 1941

6. В каком созвездии находится Северный полюс мира Сатурна, если координаты этого полюса $\alpha = 38°{,}4$, $\delta = +83°{,}3$? Определите координаты Южного полюса мира для планеты Сатурн.

7. * Как путешественник может определить стороны света, если звезда Ригель (β Ориона), которую он видит, находится прямо над головой ($\delta = -8°15'$)? С помощью подвижной карты звездного неба определите время года путешествия.

8. Будет ли Юпитер виден 25 августа в момент $s = 20^h40^m$ звездного времени, если он находится в противостоянии? Обоснуйте ответ, используя подвижную карту звездного неба, и определите примерные горизонтальные координаты планеты.

9. С помощью подвижной карты звездного неба определите положение звезды (азимут и высоту над горизонтом), имеющей прямое восхождение $\alpha = 7^h$ и склонение $\delta = 65°$ в день летнего солнцестояния через час после захода Солнца.

10. В каких созвездиях находится в течение суток точка зенита для наблюдателя, находящегося на $\varphi = 54°$ с.ш.?

11. В каком созвездии будет находиться Луна 15 октября в момент верхней кульминации в фазе первой четверти? Воспользуйтесь картой звездного неба.

12. Можно ли наблюдать 25 апреля Юпитер в момент $s = 14^h40^m$ звездного времени, если он находится в точке весеннего равноденствия? Обоснуйте ответ, используя подвижную карту звездного неба.

13. * Определите с помощью подвижной карты звездного неба координаты Марса 10 марта, если он находился в западной квадратуре по отношению к Земле. Считайте, что плоскости орбит Марса и Земли совпадают.

14. Над пунктом, широта которого $\varphi = 53°08'$, 25 ноября 1916 г. в 11^h49^m дня в зените появился яркий болид, упавший на Землю в данном месте в виде двух метеоритов массой 50 и 200 кг. Определите созвездие, по направлению от которого метеориты упали на Землю, а также звезду, рядом с которой находился их радиант.

Примечание. Радиант – точка или область небесной сферы, кажущаяся источником метеоров, которые наблюдаются при встрече Земли с роем метеорных тел, движущихся вокруг Солнца по общей орбите. Поскольку траектории метеорных тел, принадлежащих одному рою, в пространстве почти точно параллельны, то пути метеоров соответствующего метеорного потока, продолженные на небесной сфере в обратном направлении, вследствие перспективы пересекаются на небольшом участке неба, центр которого и является радиантом.

15. Определите созвездие и примерные экваториальные координаты Земли для наблюдателя, который находится на Луне, если при наблюдении с Земли 10 апреля Луна находилась в последней четверти. Считайте, что плоскость орбиты Луны совпадает с плоскостью эклиптики.

16. Турист в течение одних суток наблюдал две кульминации звезды Дубхе (α Большой Медведицы, $\alpha = 11^h04^m$, $\delta = 61°45'$) с одинаковым азимутом. При этом зенитные расстояния звезды отличались в 8 раз. Определите широту места наблюдения, а с помощью подвижной карты звездного неба – время года, когда оно могло осуществляться.

1.4. Факторы, влияющие на положение светил на небесной сфере

Световые лучи, проходя через земную атмосферу, преломляются. Это явление называется **астрономической рефракцией** (рис. 1.13). Угол M_1OM_2 – угол рефракции, или рефракция ρ. Угол ZOM_1 – видимое зенитное расстояние z' светила, а угол ZOM_2 – истинное зенитное расстояние z ($z - z' = \rho$; $z = z' + \rho$).

Рефракция приподнимает светило над горизонтом ($\rho > 0$) по отношению к истинному положению. Если плоскость падения совпадает с небесным меридианом (светило находится в кульминации), то при рефракции вместе с зенитным расстоянием z и высотой h изменяется склонение δ, но не прямое восхождение α. Для случая, когда луч OM_2 не лежит в плоскости небесного меридиана, изменяется также и значение α. Очевидно, что рефракция не изменяет азимут A светила.

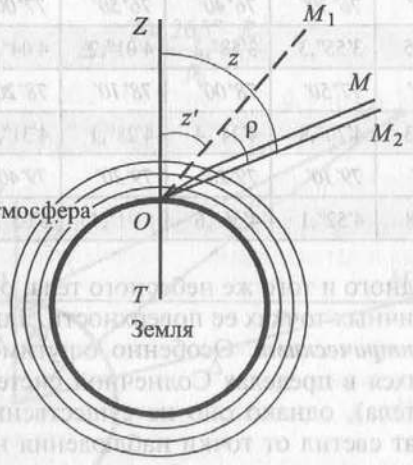


Рис. 1.13. Влияние рефракции света в атмосфере Земли на астрономические наблюдения: OM и OM_2 – истинные направления на светило; OM_1 – видимое направление на светило; ρ – угол рефракции

При давлении P (мм рт. ст.) и температуре t (°C) приближенное значение рефракции для $0° \leqslant z' < 70°$ можно получить по формуле

$$\rho = 60'',25 \cdot \frac{P}{760} \cdot \frac{273°}{273° + t°} \cdot \operatorname{tg}(z'), \qquad (1.7)$$

т.е. при $t = 0$ °C и $P = 760$ мм рт. ст. $\rho = 60'',25 \cdot \operatorname{tg}(z')$.

При $z' > 70°$ формула (1.7) дает ошибку $\Delta\rho >> 1''$, которая при дальнейшем увеличении z' возрастает до бесконечности, хотя в действительности значение рефракции вблизи горизонта составляет около 35′. Определить ρ при $z' > 70°$ можно с помощью специальных таблиц (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Угол рефракции для больших зенитных углов

z'	70°00′	70°30′	71°00′	71°20′	71°40′	72°00′	72°20′	72°40′
ρ	2′36″,9	2′41″,3	2′45″,7	2′48″,8	2′52″,0	2′55″,4	2′58″,8	3′02″,4
z'	73°00′	73°20′	73°40′	74°00′	74°10′	74°20′	74°30′	74°40′
ρ	3′06″,1	3′10″,0	3′13″,9	3′18″,1	3′20″,5	3′22″,4	3′24″,6	3′26″,9
z'	74°50′	75°00′	75°10′	75°20′	75°30′	75°40′	75°50′	76°00′
ρ	3′29″,2	3′31″,5	3′34″,0	3′36″,5	3′39″,0	3′41″,6	3′44″,2	3′46″,9
z'	76°10′	76°20′	76°30′	76°40′	76°50′	77°00′	77°10′	77°20′
ρ	3′49″,6	3′52″,5	3′55″,3	3′58″,2	4′01″,2	4′04″,3	4′07″,5	4′10″,7
z'	77°30′	77°40′	77°50′	78°00′	78°10′	78°20′	78°30′	78°40′
ρ	4′14″,0	4′17″,3	4′20″,8	4′24″,4	4′28″,1	4′31″,8	4′35″,7	4′39″,7
z'	78°50′	79°00′	79°10′	79°20′	79°30′	79°40′	79°50′	80°00′
ρ	4′43″,9	4′47″,8	4′52″,1	4′56″,6	5′01″,1	5′05″,8	5′10″,6	5′15″,5

Координаты одного и того же небесного тела, определенные с Земли, разные в различных точках ее поверхности. Такие координаты называются ***топоцентрическими***. Особенно ощутимо это различие для светил, находящихся в пределах Солнечной системы (Солнце, Луна, планеты, малые тела), однако оно не существенно для звезд. Зависимость координат светил от точки наблюдения на Земле связана со смещением проекции светила на небесной сфере, которое называется **параллаксом**. В связи с этим основным считается направление на светило из центра Земли. Оно дает геоцентрическое положение светила и определяет его ***геоцентрические координаты***.

Угол между направлениями, под которым видно светило M' из центра Земли и с какой-нибудь точки на ее поверхности, называется ***суточным параллаксом*** p' светила (рис. 1.14). Это угол, под которым со светила был бы виден радиус Земли в месте наблюдения. Для светила в зените $p' = 0$. Если светило на горизонте, то значение p' максимально и называется ***горизонтальным параллаксом*** p. Из треугольников TOM' и TOM получим

$$\frac{R}{\Delta} = \frac{\sin p'}{\sin z'} \text{ и } \frac{R}{\Delta} = \sin p.$$

Следовательно, $\sin p' = \sin p \cdot \sin z'$.

Так как горизонтальный параллакс – величина небольшая (для Луны в среднем $p = 57'$, для Солнца $p = 8'',79$, у планет $p < 1'$), то $p' = p \cdot \sin z'$.

Горизонтальный параллакс, вычисленный для экватора (экваториальный радиус Земли $R_0 \approx 6\ 378$ км), называют ***горизонтальным экваториальным параллаксом*** p_0.

Расстояния до тел Солнечной системы можно определить с помощью их горизонтальных параллаксов. Если $TO = R_0$ – экваториальный радиус Земли, то $\Delta = \dfrac{R_0}{\sin p_0}$ – расстояние от центра T Земли до светила M. Так как параллаксы очень малы для всех тел, кроме Луны, то (p_0 – в угловых секундах)

$$\Delta = \frac{206265'' \cdot R_0}{p_0''}. \qquad (1.8)$$

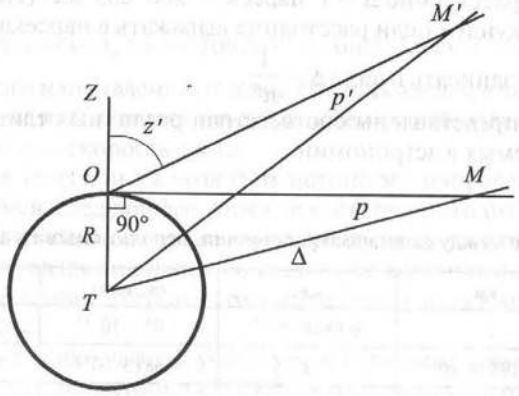


Рис. 1.14. Суточный параллакс p' светила M' и горизонтальный параллакс p светила M: R – радиус Земли; Δ – расстояние от центра T Земли до светила

Измерение расстояний в астрономии на основе экваториального радиуса R_0 Земли или горизонтального экваториального параллакса используется лишь в пределах Солнечной системы. Для измерения расстояний до звезд в основу положен средний радиус орбиты Земли, равный 1 а.е.

Угол, под которым со звезды был бы виден средний радиус земной орбиты a при условии, что направление на звезду перпендикулярно радиусу, называется ***годичным параллаксом звезды*** π (рис. 1.15).

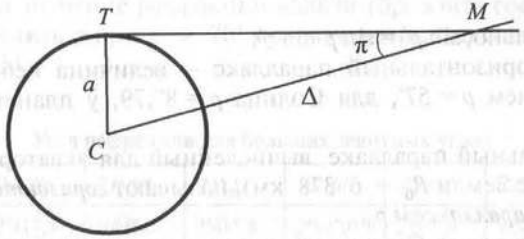


Рис. 1.15. Годичный параллакс звезды M:
C – Солнце; T – Земля

Расстояние Δ от звезды M до Солнца C может быть выражено так: $\Delta = \frac{a}{\sin\pi}$. Поскольку $\pi < 1''$, то для звезд (π – в секундах дуги)

$$\Delta = \frac{206\,265'' \cdot a}{\pi''}. \qquad (1.9)$$

При $\pi = 1''$ расстояние $\Delta = 1$ парсек = 206 265 а.е. (Парсек (пк) – параллакс в секунду.) Если расстояние выражать в парсеках, то формулу (1.9) можно записать в виде $\Delta = \frac{1}{\pi''}$.

В табл. 1.3 представлены соответствия различных единиц расстояния, используемых в астрономии.

Таблица 1.3

Соответствие между единицами расстояния, используемыми в астрономии

Единицы	км	а.е.	св. годы	пк
1 км	1	$6{,}6846 \cdot 10^{-9}$	$1{,}057 \cdot 10^{-13}$	$3{,}2408 \cdot 10^{-14}$
1 а.е.	$1{,}49598 \cdot 10^{8}$	1	$1{,}5813 \cdot 10^{-5}$	$4{,}8481 \cdot 10^{-6}$
1 св. год	$9{,}4605 \cdot 10^{12}$	63 240	1	0,3066
1 пк	$3{,}0857 \cdot 10^{13}$	206 265	3,2616	1

Наблюдатель вместе с Землей движется по орбите вокруг Солнца, при этом направление на близкую звезду меняется, а звезда описывает эллипс на небесной сфере в течение года. Этот эллипс, который называется параллактическим, тем больше сжат (от окружности до отрезка или дуги), чем ближе звезда к эклиптике. Размер его тем меньше, чем дальше звезда от Земли. Большие полуоси *параллактических эллипсов* равны годичным параллаксам звезд.

Еще один фактор, связанный с движением Земли и изменяющий положение светил на небесной сфере, – **аберрация**. Это явление заключается в том, что движущийся наблюдатель видит светило не в том направлении, в котором он видел бы его в тот же момент, если бы находился в состоянии покоя. Под аберрацией часто понимают угол σ между наблюдаемым (видимым) и истинным направлениями на светило.

Аберрация – это релятивистский эффект, связанный с конечностью скорости света. Представим, что с Земли, движущейся со скоростью v по орбите вокруг Солнца, наблюдают в телескоп за звездой с эклиптической широтой β. Если бы скорость света была значительно выше v (или бесконечна), то движением Земли можно было бы пренебречь (время прохождения светом тубуса телескопа от объектива до окуляра можно было бы считать равным нулю) и звезда была бы видна в том месте неба, где она находится на самом деле. Однако из-за конечности скорости света, чтобы увидеть звезду, телескоп следует повернуть на угол аберрационного смещения σ:

$$\sin\sigma = \frac{v}{c} \cdot \sin\theta. \qquad (1.10)$$

Так как угол σ мал, то $\sigma = 206\,265'' \cdot \frac{v}{c} \cdot \sin\theta$. Здесь θ – угловое расстояние видимого направления на звезду от точки неба, в которую направлена скорость наблюдателя (*апекс* движения наблюдателя); v – скорость Земли; c – скорость света.

Повернув телескоп на угол σ от истинного направления на звезду, мы добиваемся следующего: пока луч света проходит расстояние от объектива телескопа до его окуляра, наблюдатель вместе с Землей смещается в направлении апекса на некоторое расстояние так, чтобы его глаз (фотоприемное устройство) «встретился» с лучом света, исходящим от звезды.

Поскольку наблюдатель участвует в суточном вращении Земли и в годичном ее движении ($v = 29{,}78$ км/с) вокруг Солнца, различают ***суточную*** и ***годичную аберрации***. В результате годичного движения $\sigma = 20''{,}496 \cdot \sin\theta \approx 20''{,}50 \cdot \sin\theta$ ($k_0 = 20''{,}496 \approx 20''{,}50$ – постоянная

аберрации), а видимые положения звезд описывают *аберрационные эллипсы* с полуосями 20″,50 и 20″,50 · sin β, где β – эклиптическая широта звезды.

Линейная скорость точек поверхности Земли, обусловленная ее вращением, значительно меньше скорости движения Земли по орбите (для точек на экваторе 464 м/с) и пренебрежимо мала по сравнению со скоростью света. Поэтому суточную аберрацию обычно не учитывают при определении координат небесных объектов.

Измерения угловых размеров небесных объектов и их суточных параллаксов (с учетом поправок на рефракцию и аберрацию) позволяют определять линейные размеры и форму тел (рис. 1.16) (как правило, в пределах Солнечной системы), а также расстояния до них. При этом за основу принимают экваториальный радиус Земли R_0:

$$r = R_0 \cdot \frac{\rho}{p_0}, \qquad (1.11)$$

где ρ и r – угловой и линейный (например, радиус) размеры тела; p_0 – его экваториальный горизонтальный параллакс.

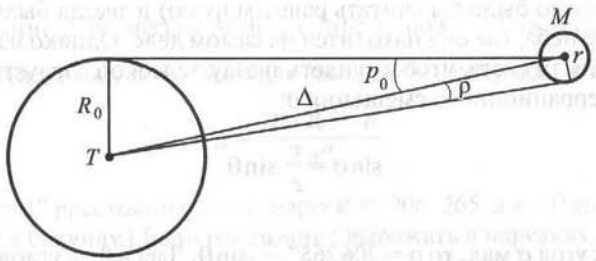


Рис. 1.16. Определение размеров и формы тел Солнечной системы: ρ и p_o – угловой радиус и горизонтальный экваториальный параллакс светила M с радиусом r

Если бы Земля была сферой и обладала свойствами абсолютно твердого тела, то она вращалась бы как единое целое с постоянным периодом и постоянным направлением оси вращения в пространстве. Однако Земля близка к сфероиду, и ее притяжение каким-либо телом L можно разложить на три силовые составляющие: $\vec{F}$, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ (рис. 1.17).

Поскольку $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$, то сила притяжения телом L стремится повернуть ось вращения сфероида $P_N P_S$ так, чтобы плоскость экватора совпала с направлением TL. В этом случае ось $P_N P_S$ будет перемещаться в направлении, перпендикулярном к плоскости, в которой лежат силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. На

экваториальные выступы Земли действуют силы притяжения со стороны Луны и Солнца, и ось Земли совершает сложные движения в пространстве.

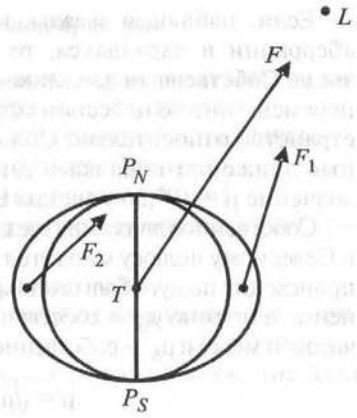


Рис. 1.17. Притяжение сфероида внешним телом L

Прежде всего, ось Земли описывает конус вокруг оси эклиптики, оставаясь под углом 66°34′ к ее плоскости. Это движение называется **прецессионным**, его период около 26 000 лет. Полюсы мира за этот же период тоже описывают около полюса эклиптики круги угловым радиусом 23°26′. Эта прецессия, вызываемая действием Луны и Солнца, именуется ***лунно-солнечной***.

Кроме того, ось Земли совершает малые колебания около своего среднего положения. Происходит так называемая **нутация** земной оси. Это связано с непрерывным периодическим изменением $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (рис. 1.17) по величине и направлению. Основное нутационное колебание совершается за период 18,6 года, который равен периоду обращения лунных узлов. Вследствие этого полюсы мира описывают на небесной сфере эллипсы, большие оси которых равны 18″,42, а малые – 13″,72.

Притяжение планет слишком мало, чтобы влиять на положение оси вращения Земли в пространстве, но оно изменяет положение плоскости земной орбиты, т.е. плоскости эклиптики. Это так называемая ***планетарная прецессия***, которая смещает точку весеннего равноденствия к востоку на 0″,114 в год.

В результате лунно-солнечной и планетарной прецессий изменяются положения как небесного экватора (полюса мира), так и эклиптики. Точки пересечения небесного экватора с эклиптикой (точки равноденствий) медленно перемещаются относительно звезд к западу. В результате координаты (α и δ) светил с течением времени изменяются. Скорость перемещения точки весеннего равноденствия за год $l = 360° / 26\ 000 = 50″,26$ (общая годовая прецессия в эклиптике). Общая годовая прецессия в экваторе $m = 50″,26 \cdot \cos\varepsilon = 46″,11$. Так как точка ♈ и Солнце движутся навстречу друг другу по эклиптике, то Солнце приходит в эту точку раньше, чем если бы она была неподвижна (прецессию называют также предварением равноденствий, лат. praecessio – предварение). По этой причине тропический год примерно на 20 мин короче периода обращения Земли вокруг Солнца, называемого ***звездным годом*** (365,2564 средних солнечных суток).

Если, наблюдая звезды, исключить влияние прецессии, нутации, аберрации и параллакса, то можно выделить собственное движение звезд. **Собственным движением звезды** μ называется ее видимое угловое перемещение по небесной сфере за год, вызванное ее движением в пространстве относительно Солнца. Большинство звезд имеют собственные движения порядка $0''{,}01$ либо $0''{,}001$. Самое большое известное значение $\mu = 10''{,}36$ у звезды Барнарда («Летящей Барнарда»).

Собственное движение звезды μ (рис. 1.18), образующее с направлением к Северному полюсу мира угол φ (отсчитывается против часовой стрелки), происходит по дуге большого круга и может быть разложено на два компонента, а именно μ_α – собственное движение по прямому восхождению (в часовой мере) и μ_δ – собственное движение по склонению (в угловой мере):

$$\mu = \sqrt{\mu_\delta^2 + (15\cdot\mu_\alpha\cdot\cos\delta)^2};$$
$$\mu_\delta = \mu\cdot\cos\varphi;$$
$$15\cdot\mu_\alpha\cdot\cos\delta = \mu\cdot\sin\varphi. \qquad (1.12)$$

Зная измеренное собственное движение звезды, можно рассчитать ее тангенциальную скорость v_t (скорость, перпендикулярную лучу зрения):

$$v_t = 4{,}74\cdot\frac{\mu''}{\pi''}\ \text{км/с}, \qquad (1.13)$$

а также полную скорость звезды в пространстве:

$$v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2}, \qquad (1.14)$$

где v_r – лучевая скорость (скорость вдоль луча зрения), которую можно определить из рассмотрения эффекта Доплера (см. главу 3).

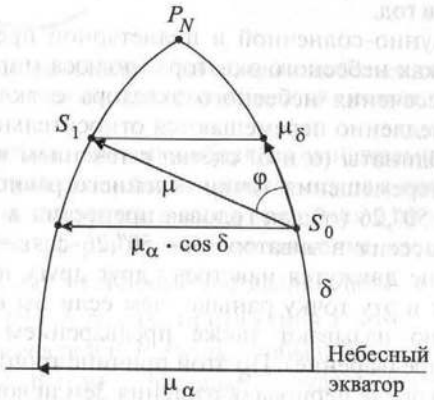


Рис. 1.18. Компоненты собственного движения звезды

Вопросы и задания для самопроверки

1. Если рефракция приподнимает светило над горизонтом, то как изменяет небесные координаты светил суточный параллакс?
2. Как зависят от расстояния суточный и годичный параллаксы?
3. Во сколько раз годичная аберрация больше суточной?
4. Почему происходит прецессия и нутация земной оси?
5. Как прецессия земной оси связана с продолжительностью тропического и звездного годов?
6. Почему звездный год длиннее тропического?
7. Почему прецессионные явления вызывают изменения экваториальных координат?
8. В каком случае нельзя обнаружить собственное движение даже для близкого небесного объекта?

Примеры решения задач

Задача 1. Созвездие Ориона имеет экваториальные координаты $\alpha \approx 6^h$, $\delta \approx 0°$, а созвездие Южной Короны – координаты $\alpha \approx 18^h$, $\delta \approx -40°$. Каковы условия видимости этих созвездий в Минске сейчас? Какими они будут через 13 000 лет?

Решение. Выясним условия видимости этих созвездий в Минске ($\varphi \approx 54°$) в настоящее время. У Ориона $\alpha \approx 6^h$, что означает верхнюю кульминацию в полночь зимой. Высота созвездия в верхней кульминации такая же, как у Солнца в конце марта, т.е. 36°. У Южной Короны $\alpha \approx 18^h$, что означает верхнюю кульминацию в полночь летом, а высота в верхней кульминации примерно $-4°$. Таким образом, созвездие Ориона хорошо видно зимой, а Южная Корона не видна совсем.

За 13 000 лет (половина периода прецессии) плоскость экватора, составляющая угол $\varepsilon \approx 23°{,}5$ с плоскостью эклиптики, повернется на 180° вокруг оси эклиптики. Через 13 000 лет вследствие прецессии экваториальные координаты составят:

- для Ориона: $\alpha' = \alpha + 12^h = 18^h$; $\delta' = \delta - 2\varepsilon = -47°$;
- для Южной Короны: $\alpha' = \alpha + 12^h = 6^h$; $\delta' = \delta + 2\varepsilon = +7°$.

Созвездие Ориона будет в верхней кульминации в полночь летом, а высота его в кульминации составит $-11°$, так что знаменитый пояс Ориона и другие красоты этого созвездия через 13 000 лет станут недоступны минчанам. Зато Южная Корона, которую нельзя увидеть сейчас, будет хорошо видна в Минске зимой, кульминируя на высоте 43°.

Задача 2. В обсерватории под широтой $55°45'20''$ измеренное зенитное расстояние звезды в верхней кульминации составило $47°59'48''$. Чему равно склонение звезды с учетом средней рефракции?

Решение. Истинное зенитное расстояние звезды с учетом рефракции $z = z' + \rho$. Считая атмосферные условия нормальными и учитывая, что $z < 70°$, поправку на рефракцию можно записать так: $\rho = 60'',25 \cdot \mathrm{tg}(z') = 66'',91 \approx 1'7''$. Для сформулированных в задаче условий $z = 48°00'55''$. Так как звезда находится в верхней кульминации, определим ее склонение: $\delta = \varphi - z = 55°45'20'' - 48°00'55'' = 7°44'25''$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Измеренная с ледокола полуночная высота нижнего края Солнца составляла 14°11′5″. Склонение Солнца в этот день +21°19′34″, угловой радиус 15′47″. Определите с учетом рефракции широту, под которой находилось судно.

2. Наблюдая на меридианном круге недавно открытую малую планету, астроном определил, что ее верхняя кульминация произошла на высоте 37°19′55″ в $5^h18^m14^s$ по звездным часам, имеющим поправку (см. § 1.5) -3^m19^s. При этих условиях поправка на рефракцию была 1′3″. Каковы координаты α и δ планеты? Широта обсерватории 43°19′1″.

3. Влияет ли рефракция на обе экваториальные координаты светил или только на одну и всегда ли это происходит?

4. Влияет ли рефракция на обе эклиптические координаты светил или только на одну и всегда ли это происходит?

5. * На сколько действие рефракции удлиняет продолжительность дня на экваторе Земли?

6. * Можно ли одновременно видеть над горизонтом Солнце и полную Луну? Ответ обоснуйте.

7. Увеличивает или уменьшает рефракция видимые диаметры Солнца и Луны около горизонта?

8. По измерениям горизонтальный параллакс Солнца равен 8″,7940. Определите расстояние от Земли до Солнца и оцените погрешность результата. Радиус Земли принять равным 6371,03 км.

9. Звезда совершает в плоскости эклиптики видимые колебания в пределах угла $\delta\theta = 41''$. Определите скорость Земли по орбите.

10. * У Альтаира (α Орла) годичный параллакс $\pi = 0'',198$, а его собственное движение $\mu = 0'',658$, лучевая скорость $v_r = -26$ км/с и блеск $m = 0^m,89$. Когда и на какое наименьшее расстояние Альтаир сблизится с Солнцем? Какой будет тогда его видимая звездная величина (для ответа на этот вопрос необходимо ознакомиться с содержанием главы 3)?

11. В каком направлении (слева направо или справа налево) перемещается из-за прецессии точка весеннего равноденствия?

12. * Координаты Сириуса таковы: $\alpha = 6^h41^m$, $\delta = -16°35'$. Его собственное движение по прямому восхождению $\mu_\alpha = -0^s,0374$, а собственное движение по склонению $\mu_\delta = -1'',209$ в год, лучевая скорость $v_r = -7,5$ км/с, параллакс $\pi = 0'',38$. Определите полную пространственную скорость Сириуса относительно Солнца и угол, образуемый вектором скорости с лучом зрения.

13. * Угловое расстояние от точки на небесной сфере, в направлении которой движется скопление Гиады, до одной из звезд этого скопления с собственным движением $\mu = 0'',103$ составляет 23°,0. Лучевая скорость этой звезды $v_r = 45,0$ км/с. Определите расстояние до звездного скопления Гиады.

1.5. Задачи практической астрономии

Наиболее простые и доступные способы измерения положения светил связаны с использованием горизонтальной системы координат. Для измерения углов в этой системе пользуются переносным оптическим прибором – универсальным инструментом (УИ), а также более простым – теодолитом. По вертикальной шкале установленного строго горизонтально УИ можно определить высоту h (или зенитное расстояние z) светила. Его азимут A определяется по горизонтальной шкале. Точность нахождения азимута зависит от точности определения положения небесного меридиана в месте измерения и его отметки на шкале прибора.

Склонение δ и прямое восхождение α звезд фиксируются в астрономических обсерваториях. Способ определения экваториальных координат светил называется ***абсолютным***, если он не зависит от ранее установленных α, δ и не опирается на известные координаты других звезд.

Абсолютным способом проще всего найти склонения незаходящих светил. Измерив $z'_{вк}$ и $z'_{нк}$ (зенитные расстояния светила в верхней и нижней кульминациях) и учитывая рефракцию, можно вычислить $z_{вк}$ и $z_{нк}$. Далее из соотношений для верхней и нижней кульминаций

$$z_{вк} = \pm(\varphi - \delta) \text{ и } z_{нк} = 180° - \varphi - \delta$$

определим δ:

$$\delta = 90° - \frac{z_{нк} + z_{вк}}{2}, \text{ если } \varphi > \delta;$$

$$\delta = 90° - \frac{z_{нк} - z_{вк}}{2}, \text{ если } \delta > \varphi. \qquad (1.15)$$

Географическую широту φ можно установить, например, с помощью наблюдений в момент кульминации светил. Так как в кульминации часовой угол t составляет 0 или 180°, то:

- ❑ $\varphi = \delta + z$, если светило находится в верхней кульминации к югу от зенита;
- ❑ $\varphi = \delta - z$, если светило находится в верхней кульминации к северу от зенита;
- ❑ $\varphi = 180° - \delta - z$, если светило находится в нижней кульминации.

Измерение прямого восхождения α связано с расчетом точного времени – солнечного (T) и звездного (s).

Задача определения точного времени сводится к выяснению поправки часов или хронометра.

Поправкой часов u называется разность между точным временем T (или s) и показаниями часов T' в некоторый момент: $u = T - T'$ или $T = T' + u$. При этом, если $u > 0$, говорят, что часы отстали, если $u = 0$ – часы точны, если $u < 0$ – часы ушли вперед.

Из-за несовершенства часов и в результате влияния внешней среды $u \neq \text{const}$. Изменение поправки часов за определенный промежуток времени называется **ходом часов** ω:

$$\omega = \frac{u_2 - u_1}{T_2' - T_1'}. \qquad (1.16)$$

Таким образом, $\omega > 0$, если u увеличивается (часы отстают), и $\omega < 0$, если u уменьшается (часы спешат).

На основании формулы (1.16) можно получить поправку для любого значения T между T_1' и T_2', т.е. $u = u_1 + \omega \cdot (T - T_1')$.

С помощью наблюдений обычно определяют местное звездное время s, а затем – местное среднее солнечное время T_m, которое можно выразить в любой другой системе счета времени:

$$s = T' + u = \alpha + t, \text{ или } u = \alpha + t - T', \qquad (1.17)$$

где α – прямое восхождение некоторого светила; t – его часовой угол.

Если отмечают показание часов в момент верхней кульминации ($t = 0$), то $u = \alpha - T'$, а если в момент нижней кульминации ($t = 180°$), то $u = \alpha - T' + 12^h$.

На измерении u основан метод определения *географической долготы* λ. Если T_m – местное время какого-либо меридиана с восточной долготой λ от Гринвича, а T_0 – всемирное время, то $\lambda = T_m - T_0$, $T_m = T' + u$, $T_0 = T' + u_0$. Следовательно, $\lambda = u - u_0$. Гринвичское время можно узнать по сигналам точного времени по радио, а T_m – с помощью наблюдений.

Абсолютный метод определения α применим только к ярким звездам (их называют часовыми), которые видны даже днем благодаря оптическим инструментам. По тщательно отрегулированным звездным часам снимают показания этих часов $s_1', s_2', \ldots, s_n'$ в момент верхних кульминаций этих звезд. В момент верхней кульминации Солнца также отмечают показания звездных часов $s_\odot'$ и измеряют его зенитное расстояние $z_\odot$. По измеренному зенитному расстоянию Солнца $z_\odot$ затем вычисляют его склонение $\delta_\odot$ и прямое восхождение $\alpha_\odot$:

$$\sin\alpha_\odot = \frac{\operatorname{tg}\delta_\odot}{\operatorname{tg}\varepsilon}, \qquad (1.18)$$

где $\varepsilon = 23°26'$ – угол между небесным экватором и эклиптикой.

Эти измерения повторяются многократно, чтобы достигнуть высокой точности. Наблюдения Солнца, очевидно, нужны только для фиксации на небесной сфере точки весеннего равноденствия. Затем по формуле $s = \alpha_\odot = s_\odot' + u$ определяют поправку часов на моменты наблюдения Солнца, а по выражению (1.16) – ход часов ω. Поправки часов на момент наблюдения звезд, согласно формуле (1.16), находят из выражения $u_i = u + \omega \cdot (s_i - s_\odot')$, где $i = 1, 2, \ldots, n$. Так как $\alpha_i = s_i' + u_i$, получим

$$\alpha_i = s_i' + u + \omega \cdot (s_i - s_\odot'). \qquad (1.19)$$

Прямые восхождения и склонения остальных звезд и других небесных тел рассчитывают, как правило, ***относительными*** или ***дифференциальными методами***, отталкиваясь от уже известных значений α и δ часовых звезд, которые определены с помощью абсолютных методов.

Зная точные значения склонения δ светила и широты φ местности, можно рассчитать характеристики, связанные с восходом и заходом небесного объекта.

Выражения для вычисления моментов времени и азимутов *восхода* и *захода светил* можно получить из формул (1.1). Для часового угла t

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin\varphi \cdot \sin\delta}{\cos\varphi \cdot \cos\delta}.$$

При восходе и заходе видимое зенитное расстояние $z' = 90°$. Из-за рефракции истинное зенитное расстояние $z = z' + \rho_{90} = z' + 35'$, а из-за суточного горизонтального параллакса $z = z' - p$. Итак, $z = z' + \rho_{90} - p = 90° + \rho_{90} - p$.

Для Солнца и Луны координаты относятся к центру их видимого диска, а восходом (заходом) их считается момент появления (исчезновения) на горизонте верхней точки края диска. Следовательно, истин-

ное зенитное расстояние центра диска этих светил в данный момент будет больше зенитного расстояния верхней точки края диска на величину видимого углового радиуса R диска (у Солнца и Луны $R \approx 16'$). В общем случае при вычислении часового угла светила в момент восхода и захода надо принимать $z = 90° + \rho_{90} - p + R$:

$$\cos t = \frac{\cos(90° + \rho_{90} - p + R) - \sin\varphi \cdot \sin\delta}{\cos\varphi \cdot \cos\delta}. \qquad (1.20)$$

По этой формуле t вычисляется только для Луны: $R_{\leftmoon} = 16'$, $p_{\leftmoon} = 57'$, $\rho_{90} = 35'$ и $z = 89°54'$. При определении t для Солнца его горизонтальным параллаксом можно пренебречь ($p_{\odot} \approx 8'',8$), тогда $R_{\odot} = 16'$, $\rho_{90} = 35'$ и $z = 90°51'$. Для остальных светил можно пренебречь и размерами, тогда $z = 90°35'$. Если пренебречь и рефракцией, то $\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta$.

Уравнение (1.20) дает два значения часового угла: $t_1 = t$ (заход) и $t_2 = -t$ (восход), тогда местное звездное время восхода и захода: $s_в = \alpha - t$, $s_з = \alpha + t$. Отсюда можно получить среднее солнечное время T_m восхода и захода светил.

Для Солнца не нужно рассчитывать s. Можно сразу найти истинное солнечное время ($T_{\odot} = t_{\odot} + 12^h$) и среднее солнечное время ($T_в = 12^h - t_{\odot} + \eta$; $T_з = 12^h + t_{\odot} + \eta$).

Азимуты точек восхода и захода вычисляют также из формул (1.1). Без учета ρ_{90}, p, R, если $z = 90°$, получим

$$\cos A = -\frac{\sin\delta}{\cos\varphi}. \qquad (1.21)$$

Уравнение (1.21) дает два значения азимута: $A_1 = A$ (заход) и $A_2 = 360° - A$ (восход).

С восходом и заходом Солнца, продолжительностью дня и ночи связано понятие **«сумерки»** – явление постепенного ослабления дневного света либо уменьшения ночной темноты по причине рассеяния света Солнца, находящегося под горизонтом, атмосферой Земли. Различают гражданские, навигационные и астрономические сумерки.

Продолжительность ***гражданских сумерек*** определяется интервалом времени от захода Солнца (исчезновение верхнего края солнечного диска) до момента, когда центр солнечного диска окажется на высоте $h_{\odot} = -6°$ (вечерние сумерки), либо от момента времени, когда $h_{\odot} = -6°$, до появления верхнего края солнечного диска над истинным горизонтом (утренние сумерки).

Навигационные и ***астрономические сумерки*** длятся дольше, так как для определения их продолжительности необходимо зафиксировать

момент времени, когда центр солнечного диска был на высоте $h_{\odot} = -12°$ и $h_{\odot} = -18°$ соответственно.

На географической широте $\varphi = 60°34'$ в день летнего солнцестояния ($\delta_{\odot} = 23°26'$) высота Солнца в нижней кульминации $h_{\odot} = -6°$. В этом случае конец вечерних и начало утренних гражданских сумерек совпадают, т.е. сумерки длятся всю ночь. Такие ночи называют *белыми*. Для других географических широт и календарных дней в году белые ночи наступают при условии $\delta_{\odot} \geqslant 84° - \varphi$.

Продолжительность Δt сумерек определяется по формуле

$$\cos(t + \Delta t) = \frac{\sin h_{\odot} - \sin\varphi \cdot \sin\delta_{\odot}}{\cos\varphi \cdot \cos\delta_{\odot}}. \qquad (1.22)$$

Здесь t – часовой угол восхода (захода) Солнца, а $h_{\odot}$ – высота Солнца под горизонтом (для гражданских сумерек $h_{\odot} = -6°$, для навигационных сумерек $h_{\odot} = -12°$, для астрономических сумерек $h_{\odot} = -18°$).

Вопросы и задания для самопроверки

1. Почему измерения координат горизонтальной системы более простые, чем измерения экваториальных координат?
2. Предложите способы определения положения небесного меридиана в данной точке местности.
3. Как найти склонение заходящих светил?
4. Как вычислить долготу дня в определенный календарный день года?
5. Зависит ли долгота дня от долготы местности?
6. Как рефракция влияет на продолжительность светлой части суток?
7. Какие сумерки длиннее – гражданские или астрономические?
8. Почему значение прямого восхождения α светила изменяется со временем? Почему и как оно изменяется для Солнца?

Примеры решения задач

Задача 1. В точке северного полушария, широту которой надо определить, вертикально установлен стержень длиной $l = 2{,}5$ м. Через 3^h40^m звездного времени после верхней кульминации Солнца он отбрасывает на горизонтальную плоскость тень длиной $l' = 3{,}831$ м. Какова географическая широта этого места, если склонение Солнца в день наблюдения $\delta_{\odot} = +15°20'$?

Решение. Из условий задачи можно определить косинус зенитного угла Солнца на момент наблюдения: $\cos z = \frac{l}{\sqrt{l^2 + l'^2}} \approx 0{,}5465$. Далее,

воспользовавшись формулой для параллактического треугольника из (1.2) $\cos z = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$, а также учитывая, что $t = 3^h40^m = 55°$ и $\delta_\odot = +15°20'$, получим тригонометрическое уравнение относительно широты φ:

$$0{,}5465 = 0{,}2644 \cdot \sin\varphi + 0{,}5532 \cdot \cos\varphi.$$

В тригонометрии известны формулы для решения подобных уравнений:

$$\begin{bmatrix} a = b \cdot \sin\varphi + c \cdot \cos\varphi = r \cdot \sin(\varphi + \omega), \text{ или} \\ a = b \cdot \sin\varphi + c \cdot \cos\varphi = r \cdot \sin(180° - \varphi - \omega), \end{bmatrix}$$

где $r = +\sqrt{b^2 + c^2}$, $\operatorname{tg}\omega = \dfrac{c}{b}$.

Из приведенных уравнений получим $r = 0{,}6131$, а $\omega = 64°{,}4552$. В итоге

$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi + \omega) = 0{,}8914, \text{ или} \\ \sin(180° - \varphi - \omega) = 0{,}8914, \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \varphi \approx -1°{,}41, \text{ или} \\ \varphi \approx 52°{,}5. \end{bmatrix}$$

Первый вариант ответа не подходит, поскольку речь в задаче идет о северном полушарии Земли, поэтому ответ такой: $\varphi \approx 52°30'$.

Задача 2. Вычислите продолжительность самого длинного и самого короткого дня в Санкт-Петербурге ($\varphi = 59°57'$), в Москве ($\varphi = 55°45'$), в Минске ($\varphi = 53°54'$), в Мадриде ($\varphi = 40°24'$) и в Душанбе ($\varphi = 38°35'$). Какая зависимость связывает продолжительность таких дней в данном месте (без учета рефракции)?

Решение. Поскольку продолжительность дня – это время от восхода до захода Солнца, определим вначале часовые углы этих событий по формуле $\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta$ (без учета рефракции). В качестве значений склонения Солнца подставим величины $\delta_{\odot 1} = +23°26'$ и $\delta_{\odot 2} = -23°26'$, так как очевидно, что самый длинный (1) и самый короткий (2) день будет соответственно в дни летнего и зимнего солнцестояния, когда Солнце поднимается над горизонтом в полдень наиболее и наименее высоко. Косинус – функция четная, и, таким образом, получим два ответа: t и $-t$. Первый ответ (положительный) соответствует заходу Солнца, а второй (отрицательный) – восходу. Следовательно, продолжительность дня $\Delta t = 2 \cdot |t|$.

Подставив склонение и широту указанных мест, получим:

- для Санкт-Петербурга: $t_1 = 138°{,}57$ и $\Delta t_1 = 18^h28^m{,}6$; $t_2 = 41°{,}43$ и $\Delta t_2 = 5^h31^m{,}4$;
- Москвы: $t_1 = 129°{,}57$ и $\Delta t_1 = 17^h16^m{,}6$; $t_2 = 50°{,}43$ и $\Delta t_2 = 6^h43^m{,}4$;

- Минска: $t_1 = 126°{,}36$ и $\Delta t_1 = 16^h50^m{,}9$; $t_2 = 53°{,}64$ и $\Delta t_2 = 7^h09^m{,}1$;
- Мадрида: $t_1 = 111°{,}59$ и $\Delta t_1 = 14^h52^m{,}7$; $t_2 = 69°{,}41$ и $\Delta t_2 = 9^h07^m{,}3$;
- Душанбе: $t_1 = 110°{,}25$ и $\Delta t_1 = 14^h42^m$; $t_2 = 69°{,}75$ и $\Delta t_2 = 9^h18^m$.

Во-первых, из полученных значений видно, что сумма продолжительностей самого длинного и самого короткого дня в году равна 24^h. Во-вторых, чем больше широта места, тем длиннее самый длинный день, короче самый короткий и больше их разница. Такая закономерность проявляется вплоть до полярного круга ($\varphi = 66°34'$): здесь самый длинный день 24^h, а самый короткий 0^h (проверьте самостоятельно). При больших широтах ($66°34' < \varphi < 90°$) продолжительность самого длинного дня составляет более суток, а на полюсе ($\varphi = 90°$) самый длинный день длится ровно полгода (без учета рефракции). На самом деле, если учесть рефракцию, самый длинный день на полюсе будет чуть дольше, чем полгода (см. задачу 5 из § 1.4), продолжительность дня – немного больше приведенных выше значений, а продолжительности дня и ночи весной в действительности станут одинаковыми чуть раньше, чем Солнце придет в точку весеннего равноденствия, осенью – чуть позже, чем Солнце окажется в точке осеннего равноденствия.

Задачи для самостоятельного решения

1. Астроном наблюдал прохождение светила через меридиан в $7^h35^m15^s$ по звездным часам и определил его зенитное расстояние ($44°15'$). Поправка часов $+0^m33^s$. Определите координаты светила, если широта обсерватории $\varphi = 56°20'$.

2. В пункте с широтой $\varphi = 55°20'$ ожидают верхнюю кульминацию α Большой Медведицы ($\alpha = 10^h15^m34^s$, $\delta = 62°8'$). Для этого был установлен теодолит в плоскости меридиана. Определите угол, на который труба теодолита должна быть отклонена от зенита, а также время кульминации по звездным часам, поправка которых $u = -2^m3^s$.

3. * В некотором городе Солнце зашло 22 марта на 1^m36^s позже, чем накануне. Определите широту этого города, если $\sin\varepsilon \approx \sin 23°{,}5 \approx 0{,}40$.

4. На каких географических широтах можно наблюдать Луну в зените?

5. Сколько раз в году Луна находится в зените на экваторе?

6. Марсоход движется вдоль экватора и перемещается из пункта с долготой 210° з.д. до места с долготой 233° з.д. Какое расстояние он пройдет? Экваториальный радиус Марса принять равным 3397 км.

7. Лазерный импульс отразился от Луны и возвратился через 2,4354567 с. Определите расстояние от Земли до Луны в этот момент и оцените погрешность результата. Скорость света принять равной 299 792 458 м/с.

8. Определите широту местности, если нижний край полуночного Солнца наблюдался 10 июля на высоте $h' = 4°11'$ (угловой диаметр Солнца $d_\odot = 32'32''$).

9. * Телеграфный столб высотой $l = 10$ м освещается Солнцем в полдень 14 июня в местности с широтой $\varphi = 48°25'$. Определите длину полутени от столба на горизонтальной поверхности. Видимый угловой диаметр Солнца $d_\odot = 32'$.

10. Каков азимут Солнца в момент его восхода на земном экваторе 21 марта, 22 июня, 23 сентября, 22 декабря?

11. Где длиннее день 27 августа и 27 апреля – в Гринвиче или в Иркутске, если их широта одинаковая, а по долготе Иркутск восточнее примерно на 7^h?

12. * Вычислите (с учетом рефракции) продолжительность астрономических сумерек в Санкт-Петербурге ($\varphi = 59°56',6$) 25 марта, когда склонение Солнца $\delta_\odot = 2°1',9$.

13. Какова высота полюса мира h_P в том месте Земли, где высота центра Солнца в полдень 22 июня равна 69°38′? Какова будет высота Солнца в том же месте в полдень 22 декабря?

14. Когда в Гринвиче $10^h17^m14^s$, в некотором пункте $12^h43^m21^s$. Какова долгота этого пункта?

15. Когда в Харькове полдень, часы в Казани показывают 12^h46^m. Какова долгота Казани от Гринвича? (Долгота Харькова от Гринвича 2^h25^m.)

16. В некотором месте в момент кульминации Арктура (α Волопаса), у которого $\alpha = 14^h12^m$, звездные часы, привезенные из Пулкова и поставленные по Пулковскому меридиану, показывали 6^h25^m. Какова долгота места наблюдения от Пулкова?

17. Поперечный размер Минска $l \approx 30$ км. На сколько истинный полдень на его восточной окраине наступает раньше, чем на западной, если широта Минска $\varphi = 53°54'$?

18. В котором часу сегодня зайдет Солнце?

19. Определите, может ли турист, находящийся на южном побережье Крыма на высоте $H = 500$ м над уровнем моря, увидеть берег Турции.

20. Считается, что белая ночь наступает в том случае, когда от захода до восхода Солнца не прекращаются гражданские сумерки. В каких из нижеперечисленных городов хотя бы один раз в год бывает белая ночь: в Минске ($\varphi = 54°$), Санкт-Петербурге ($\varphi = 60°$), Рейкьявике ($\varphi = 64°$)?

ГЛАВА 2. НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

2.1. Видимые и действительные движения планет

Солнечная система представляет собой совокупность небесных тел, движущихся вокруг Солнца, для большинства из которых оно является центральным притягивающим телом. В состав Солнечной системы входят восемь планет (Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун) со спутниками, пять карликовых планет (Церера, Плутон, Эрида, Хаумеа и Макемаке) также со спутниками, более 2500 больших астероидов, несколько десятков тысяч комет, метеоритные тела и потоки пыли. Наибольшая часть астероидов движется по своим орбитам в промежутке между орбитами Марса и Юпитера (в *Главном поясе астероидов*). В течение последних десятилетий открыто значительное количество малых тел, находящихся гораздо дальше от Солнца – за орбитой Нептуна. Это так называемые транснептуновые объекты, расположенные в *поясе Койпера*.

По отношению к Главному поясу астероидов все малые тела и планеты делятся на две группы – ***внутренние*** (Меркурий, Венера, Земля, Марс и астероиды, находящиеся внутри орбиты Марса), которые движутся внутри пояса, и ***внешние*** (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун со «своими» астероидами), орбиты которых находятся за пределами этого пояса.

Более важным является разделение планет на две группы по отношению к орбите Земли, поскольку астрономические измерения и наблюдения пока в основном производятся с поверхности нашей планеты. Меркурий и Венера относятся к группе ***нижних планет***, и их орбиты ближе к Солнцу, чем орбита Земли. Остальные планеты (Марс, Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун), которые находятся дальше от Солнца, чем Земля, относятся к ***верхним планетам***.

Условия наблюдения небесных тел с поверхности Земли (прежде всего планет и Луны) зависят от их положения по отношению к Земле и Солнцу. Различные взаимные расположения планет (и Луны) относительно Земли и Солнца называют **конфигурациями**. Характерные конфигурации планет представлены на рис. 2.1.

Положение небесных тел на орбите задается их геоцентрическими (λ) и гелиоцентрическими (обозначаются l для планет и L – для Земли) долготами, которые отсчитываются от направления на точку весеннего равноденствия ♈ (рис. 2.2). В этом случае основные конфигурации можно легко описать соотношениями между этими координатами. Так, для разных конфигураций нижних планет разность $(l - L)$

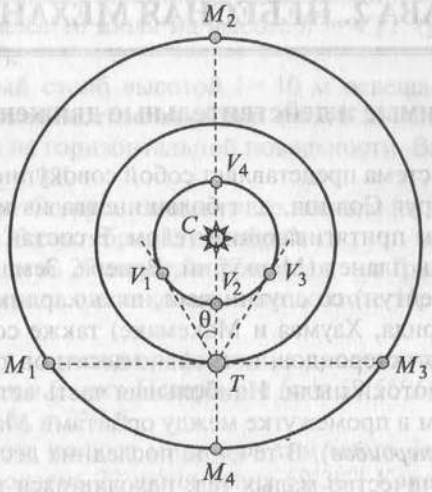


Рис. 2.1. Конфигурации нижних и верхних планет:
нижние планеты: V_1 – восточная элонгация, V_3 – западная элонгация, V_2 – нижнее соединение, V_4 – верхнее соединение; *верхние планеты*: M_1 – восточная квадратура, M_3 – западная квадратура, M_2 – соединение, M_4 – противостояние

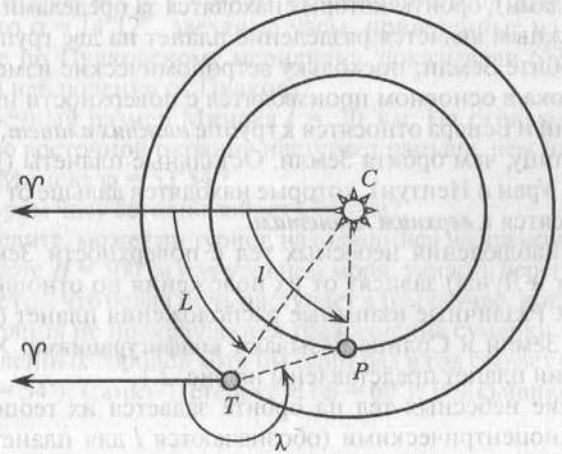


Рис. 2.2. Определение гелиоцентрических долгот Земли (L) и планеты (l), геоцентрической (эклиптической) долготы планеты (λ)

равна: для $V_1 \rightarrow 270° + \theta$, для $V_2 \rightarrow 0°$, для $V_3 \rightarrow 90° - \theta$, для $V_4 \rightarrow 180°$ (θ – угол наибольшего видимого отклонения планеты от Солнца: для Венеры $\theta = 45–48°$, для Меркурия $\theta = 18–28°$). Для верхних планет разность $(l - L)$ составляет: для $M_2 \rightarrow 180°$, для $M_4 \rightarrow 0°$.

Синодический период S определяет промежуток времени между двумя последовательными одинаковыми конфигурациями. Для нижних планет он вычисляется по формуле

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus}, \qquad (2.1)$$

для верхних планет

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T}, \qquad (2.2)$$

где $T_\oplus$ и T – ***звездные (сидерические) периоды*** обращения соответственно Земли и планеты вокруг Солнца.

Характерным примером конфигураций является ***противостояние***, когда верхние планеты (Марс, Юпитер и т.д.) и Земля находятся на одной прямой с Солнцем с одной стороны от него. При нахождении Земли в этот момент в афелии, а планеты (например, Марса) – в перигелии расстояние между ними будет минимальным. Так, противостояния Марса, при которых расстояние между этой планетой и Землей не превышает 0,4 а.е., называются *великими*. Последнее из великих противостояний отмечалось 28 августа 2003 г., следующие ожидаются 27 июля 2018 г., 16 сентября 2035 г., 14 августа 2050 г.

Все планеты движутся по орбитам в *прямом направлении* вокруг Солнца (с запада на восток, или против часовой стрелки, если смотреть на Солнечную систему со стороны северного полюса эклиптики). Однако *видимое движение* планет является петлеобразным, поскольку для наблюдателя оно определяется наложением двух движений – Земли и планеты. Если нижние планеты движутся по своим орбитам быстрее Земли, то верхние – медленнее. Вблизи противостояния для земного наблюдателя, который движется быстрее, верхняя планета будет казаться движущейся в направлении, противоположном прямому, т.е. *с востока на запад*, как говорят, *попятно*. Нижние планеты, проходя по отношению к Земле перед Солнцем, тоже будут видны как совершающие попятное движение.

Длина дуги попятного движения планеты для круговой орбиты рассчитывается по формуле

$$\psi = \left(360° - 2 \cdot \theta_0\right) - 2 \cdot n \cdot \tau, \qquad (2.3)$$

где θ_0 – элонгация планеты (угол видимого с Земли отклонения планеты от Солнца); n – среднее суточное движение планеты; 2τ – продолжительность попятного движения, сут.

Элонгация θ_0 определяется по уравнению

$$\operatorname{tg}\theta_0 = \frac{a \cdot \sin\varphi_0}{a \cdot \cos\varphi_0 + 1}, \quad \theta_0 < 180^\circ, \tag{2.4}$$

где a – радиус орбиты, а.е.

Угол φ_0 можно найти из выражения

$$\cos\varphi_0 = \frac{n \cdot a^2 + n_1^2}{a \cdot (n + n_1)}, \tag{2.5}$$

где n и n_1 – среднее суточное движение планеты и Земли соответственно.

Среднее суточное движение планет определяется из соотношения $n = 360^\circ/T$. Его примерные значения для некоторых планет приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Среднее суточное движение планет

Планета	Меркурий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн
n	245′,5	96′,1	59′,1	31′,4	5′	2′

Объяснение видимых движений планет и других небесных тел осложняется тем, что они наблюдаются с Земли, о характере движения которой ничто не указывает в наблюдениях небесных и земных явлений.

Основы современной астрономии были заложены Н. Коперником в XVI в. в созданной им гелиоцентрической картине мира, основные положения которой заключались в следующем:

- ❑ в центре мира находится Солнце, а не Земля;
- ❑ шарообразная Земля вращается вокруг своей оси, это вращение объясняет кажущееся суточное движение всех светил;
- ❑ Земля, как и все планеты, обращается вокруг Солнца, это объясняет видимое движение Солнца на фоне звезд;
- ❑ все видимые движения представляются в виде комбинаций равномерных движений по круговым орбитам;
- ❑ кажущиеся прямые и попятные движения планет «принадлежат» не им, а Земле, т.е. таким образом их видит движущийся вместе с Землей наблюдатель.

И. Кеплер, обобщив результаты наблюдений Т. Браге, а также ряд своих наблюдений за движениями планет (в частности, Марса), пришел к выводу о некруговом движении планет и сформулировал три основных закона движения планет вокруг Солнца:

- ❑ все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых (общем для всех планет) находится Солнце;
- ❑ радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает равновеликие площади;
- ❑ квадраты сидерических (звездных) периодов обращения планет вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их эллиптических орбит ($T^2 \sim a^3$).

На основе трех основных законов движения тел И. Ньютон показал, что «силы, которыми главные планеты постоянно отклоняются от прямолинейного движения и удерживаются на своих орбитах, направлены к Солнцу и обратно пропорциональны квадратам расстояний от его центра». Доказав, что сила, которая удерживает планеты, тождественна силе тяжести, действующей на поверхности Земли, Ньютон определил, что в основе интерпретации всех механических движений небесных тел лежит *закон всемирного тяготения*. Математически его можно выразить так:

$$\vec{F} = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^3} \cdot \vec{r}, \tag{2.6}$$

где $\vec{F}$ – гравитационная сила взаимодействия двух точечных тел; G – гравитационная постоянная, равная $6{,}6726 \cdot 10^{-11}$ $(\text{Н} \cdot \text{м}^2)/\text{кг}^2$; m_1 и m_2 – массы тел; r – расстояние между телами.

Используя закон всемирного тяготения, ***законы Кеплера*** можно сформулировать следующим образом.

1. При невозмущенном движении (в задаче двух тел) орбита движущейся материальной точки (планеты) является кривой второго порядка, в одном из фокусов которой находится центр силы притяжения (Солнце). Таким образом, орбита материальной точки при невозмущенном движении – это одно из конических сечений: окружность, эллипс (для планет), парабола или гипербола.

2. При невозмущенном движении (в задаче двух тел) радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает равновеликие площади. Математически этот закон можно записать так:

$$r^2 \cdot \frac{d\theta}{dt} = \text{const}, \tag{2.7}$$

где r – радиус-вектор планеты в любой точке орбиты; θ – истинная аномалия, т.е. угол между направлениями из центра Солнца на планету и на перигелий ее орбиты.

3. При невозмущенном эллиптическом движении материальной точки вокруг центрального тела справедливо равенство

$$\frac{T^2}{a^3}\cdot(m_1+m_2)=\frac{4\pi^2}{G}=\text{const}, \qquad (2.8)$$

где T – период обращения тела массой m_2 вокруг тела массой m_1 по эллиптической (или круговой) орбите; a – ее большая полуось.

Если рассматривать две системы, каждая из которых состоит из материальной точки (планеты или спутника), движущейся вокруг своего центрального тела (Солнца или планеты), то третий закон Кеплера можно сформулировать так: произведения квадратов периодов обращения на сумму масс центральной и движущейся точек соотносятся как кубы больших полуосей их орбит, т.е.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}\cdot\frac{M_1+m_1}{M_2+m_2}=\frac{a_1^3}{a_2^3}, \qquad (2.9)$$

где T_1 и T_2 – периоды обращения тел с массами m_1 и m_2 вокруг центральных тел с массами M_1 и M_2 соответственно; a_1 и a_2 – большие полуоси орбит.

К основным характеристикам эллиптической орбиты планеты (рис. 2.3) относятся:

- большая полуось $AO = a$;
- эксцентриситет $e=\frac{Of_1}{O\Pi}$;

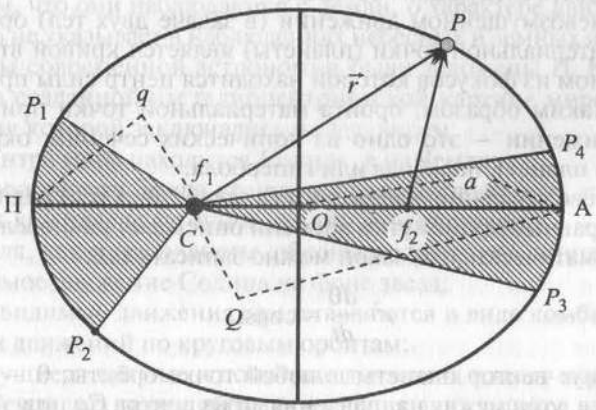


Рис. 2.3. Характеристики эллиптической орбиты

- перигелий П – ближайшая к Солнцу C точка орбиты планеты P, а $q = f_1\Pi = a\cdot(1-e)$ – расстояние в перигелии;
- афелий А – наиболее удаленная от Солнца C точка орбиты планеты P, а $Q = f_1A = a\cdot(1+e)$ – расстояние в афелии;
- фокусы f_1, f_2 и центр O эллипса орбиты планеты P;
- радиус-вектор планеты P ($\vec{r}$).

Из второго закона Кеплера, в частности, следует, что в перигелии орбиты скорость движения планеты

$$v_q = v_c\cdot\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} > v_c, \qquad (2.10)$$

а скорость в афелии

$$v_Q = v_c\cdot\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} < v_c, \qquad (2.11)$$

где v_c – круговая скорость планеты при $r = a$, которая рассчитывается по соотношению, полученному из уравнения (2.6):

$$v_c=\sqrt{\frac{G\cdot M_\odot}{r}}, \qquad (2.12)$$

где $M_\odot$ – масса центрального тела (Солнца).

Круговая скорость Земли равна 29,78 км/с. Поскольку скорость движения по параболе определяется по соотношению $v_p = \sqrt{2}\cdot v_c$, то соответствующая формула такова:

$$v_p=\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_\odot}{r}}. \qquad (2.13)$$

В этом случае скорость движения по эллипсу $v_e < v_p$, а скорость движения по гиперболе $v_h > v_p$.

Орбита принимает форму эллипса, окружности, параболы или гиперболы в зависимости от начальной скорости v_0 объекта m (рис. 2.4).

Если $0 < v_0 < v_c$ (v_c – скорость кругового движения массы m (2.12)), то движение происходит по эллипсу, а начало этого движения соответствует максимальному расстоянию до точки C (точка афелия или апогея). Для $v_0 = v_c$ орбита m соответствует круговой с радиусом $r = a$. Для $v_c < v_0 < \sqrt{2}\cdot v_c = v_p$ движение происходит по эллиптической орбите, а его начало соответствует перигелию или перигею. При $v_0 = \sqrt{2}\cdot v_c = v_p$

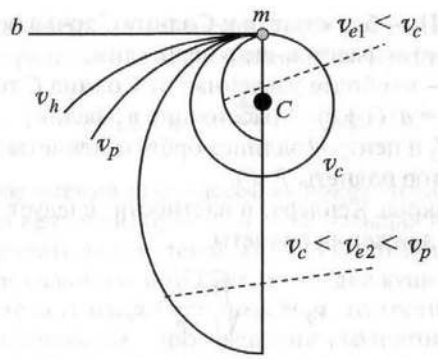


Рис. 2.4. Характер движения тела m в поле тяготения центральной массы M (точка C) в зависимости от начальной скорости:
v_{e1} и v_{e2} – эллиптические скорости; v_c – круговая скорость; v_p – параболическая скорость; v_h – гиперболическая скорость

(2.13) объект будет двигаться по параболе и $a = \infty$. При $v_0 > \sqrt{2} \cdot v_c$ орбита объекта m является гиперболой.

Закон всемирного тяготения сформулирован для материальных точек. Однако можно показать, что этот закон применим и для большинства небесных тел, поскольку они имеют почти правильную шаровую форму со сферически симметричной распределенной плотностью, а расстояние между ними значительно больше их размеров.

Для определения характера движения тела массой m относительно центрального тела массой M нужно записать уравнение динамики материальной точки $\vec{F} = m \cdot \vec{w} = m \cdot \ddot{\vec{r}}$ с учетом ньютоновского тяготения. В рамках ***задачи двух тел*** это уравнение будет иметь вид

$$m \cdot \vec{w} = m \cdot \ddot{\vec{r}} = m \cdot \left(-GM \frac{\vec{r}}{r^3} - Gm \frac{\vec{r}}{r^3} \right)$$

или

$$\ddot{\vec{r}} = -G \cdot (M + m) \cdot \frac{\vec{r}}{r^3}. \qquad (2.14)$$

Решив уравнение (2.14) с учетом закона сохранения энергии при движении тела массой m вокруг центрального тела массой M по орбите с большой полуосью a, получим формулу для скорости относительного движения v на расстоянии r (она называется ***интегралом энергии***):

$$v^2 = G \cdot (M + m) \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right). \qquad (2.14а)$$

На рис. 2.5 показаны основные ***элементы эллиптических орбит*** тел Солнечной системы. Две точки пересечения орбиты с плоскостью эклиптики называются узлами. Из них ***восходящим узлом*** является тот,



Рис. 2.5. Элементы орбиты тела Солнечной системы:
i – угол наклона плоскости орбиты к плоскости эклиптики; ω – угловое расстояние перигелия от восходящего узла; δ – гелиоцентрическая долгота восходящего узла; А – афелий; П – перигелий

который при движении по орбите пересекает тело, приближаясь к северному полюсу эклиптики. Долгота δ восходящего узла и наклонение i определяют положение плоскости орбиты в пространстве, угловое расстояние ω задает положение орбиты в ее плоскости, а большая полуось a и эксцентриситет e – размеры и форму орбиты. Зная момент времени t_0 прохождения через перигелий и другие элементы орбиты, можно рассчитать положение планеты на орбите для любого другого момента времени t. При этом нужно знать две величины, характеризующие положение планеты на орбите, – радиус-вектор r и истинную аномалию θ (рис. 2.6).

Радиус-вектор r и истинная аномалия θ вычисляются по формулам

$$r = a \cdot (1 - e \cdot \cos E), \qquad (2.15)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \operatorname{tg} \frac{E}{2}, \qquad (2.16)$$

где $E = \angle \Pi O N$ называется эксцентрической аномалией. Величину E можно найти из уравнения Кеплера

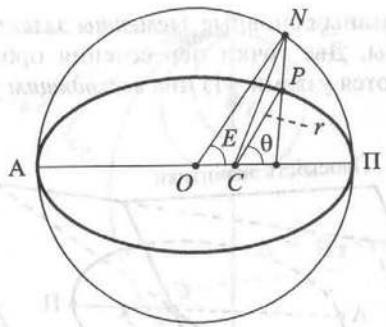


Рис. 2.6. Радиус-вектор r, истинная θ и эксцентрическая E аномалии орбиты планеты P

$$M = E - e \cdot \sin E, \tag{2.17}$$

где M – средняя аномалия, представляющая собой дугу окружности (в градусной или радиальной мере), которую описала бы планета за время $(t - t_0)$, если бы она равномерно двигалась по окружности радиусом a со средней угловой скоростью n, т.е.

$$M = n \cdot (t - t_0) = \frac{2\pi}{T} \cdot (t - t_0). \tag{2.18}$$

Таким образом, определив среднюю аномалию M и численными методами рассчитав эксцентрическую аномалию E, можно в любой момент времени найти радиус-вектор r и истинную аномалию θ планеты, т.е. ее положение в пространстве, если известны элементы ее орбиты.

Масса небесного тела может быть вычислена по закону всемирного тяготения Ньютона несколькими способами:

- в результате измерений силы тяжести на поверхности тела (гравиметрический способ):

$$m = \frac{g \cdot R^2}{G}, \tag{2.19}$$

где m – масса тела, на поверхности которого производятся измерения; g – ускорение силы тяжести (точнее, составляющей силы тяжести – силы притяжения) на поверхности; R – радиус тела. Ускорение силы тяжести можно найти, например, по формуле для периода колебания T математического маятника длиной l:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}; \tag{2.20}$$

- по третьему (уточненному) закону Кеплера (2.9);
- на основе анализа возмущений, которые производит небесное тело в движении других небесных тел.

В природе невозможно указать два взаимодействующих тела, движение которых описывалось бы строго в рамках задачи двух тел. При точном анализе приходится учитывать возмущающее действие других тел. Если при оценке отмечен малый вклад возмущения в характер движения, им можно пренебречь. Однако если влияние третьих тел приходится учитывать, это приводит к существенному отклонению в описании движения двух тел от того, что дают законы Кеплера. Подобные отклонения от законов Кеплера обычно называются **возмущениями**.

Пусть имеется система трех тел, которая состоит из центрального тела (притягивающего) массой M (например, Солнце C), тела массой m_1, движущегося относительно этого тела (планета P_1) на расстоянии r_1, и возмущающего тела массой m_2 (планета P_2) на расстоянии r_2 (рис. 2.7). Рассмотрим движение планеты P_1 относительно Солнца. Напомним, что система отсчета, связанная с Солнцем, будет неинерциальной, поскольку Солнце само движется с ускорением под воздействием двух других тел.

Солнце получает ускорение $w_1 = G \cdot m_1 / r_1^2$ от планеты P_1 и ускорение $w_2 = G \cdot m_2 / r_2^2$ от планеты P_2. Соответственно планета P_1 получает ускорение $w_1' = G \cdot M / r_1^2$ от Солнца и ускорение $w' = G \cdot m_2 / r^2$ от планеты P_2. Тогда в системе отсчета, связанной с Солнцем, планета P_1 будет двигаться с ускорениями $w = w_1 + w_1' = G \cdot (M + m_1) / r_1^2$, $w' = G \cdot m_2 / r^2$, $w'' = -w_2 = -G \cdot m_2 / r_2^2$. Если первое ускорение обусловливает движение P_1 по законам Кеплера, то два последних позволяют определить возмущающее ускорение и возмущающую силу.

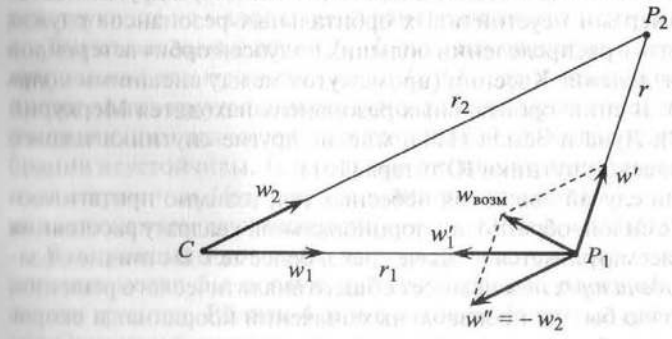


Рис. 2.7. Определение возмущающей силы и возмущающего ускорения

Возмущающая сила и вызываемое ею возмущающее ускорение определяются разностью действия возмущающего тела P_2 на тело P_1 и Солнце C. Таким образом, возмущающее ускорение (рис. 2.7)

$$\vec{w}_{\text{возм}} = \vec{w}' + \vec{w}'' = \vec{w}' - \vec{w}_2.$$

Как видно из рис. 2.7, это ускорение изменяется по величине и направлению при движении планет. Если $|\vec{w}_{\text{возм}}| << |\vec{w}|$, то действием возмущающего тела P_2 можно пренебречь.

Примером одного из проявлений возмущающей силы являются приливы и отливы на поверхности Земли. Поскольку размеры Земли конечны, то, независимо от ее формы, силы лунного (и солнечного) притяжения на разные точки Земли неодинаковы. В результате появляется возмущающая сила, которая зависит от расстояний и направлений от точек поверхности до притягивающего тела.

Возмущающая сила может приводить к возникновению так называемых орбитального и спин-орбитального резонансов. ***Орбитальный резонанс*** наблюдается в том случае, когда периоды обращения двух или более небесных тел относятся между собой как небольшие натуральные числа. Орбитальные резонансы могут быть устойчивыми и неустойчивыми. В первом случае небесное тело *стабилизируется* на резонансной орбите, во втором – *избегает* резонансной орбиты. ***Спин-орбитальный резонанс*** заключается в синхронизации периодов обращения одного небесного тела относительно другого и вращения первого небесного тела вокруг своей оси.

В устойчивых орбитальных резонансах находятся, например, Плутон и Нептун (2:3), «троянские» астероиды и Юпитер (1:1), галилеевы спутники Юпитера Ио, Европа и Ганимед (1:2:4), планеты b, c и e красного карлика Глизе 876 (созвездие Водолея, 15 св. лет) и другие небесные тела. Примерами неустойчивых орбитальных резонансов служат «щели Кирквуда» в распределении больших полуосей орбит астероидов Главного пояса, деление Кассини (промежуток между внешними кольцами Сатурна). В спин-орбитальных резонансах находятся Меркурий и Солнце (2:3), Луна и Земля (1:1), многие другие спутники планет, например галилеевы спутники Юпитера (1:1).

Более общий случай движения небесных тел, взаимно притягивающих друг друга с силой, обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними, рассматривается в задаче трех и более тел. В отличие от задачи двух тел ***задача трех тел*** не имеет общего аналитического решения, которое позволяло бы для произвольных значений координат и скоростей тел в начальный момент времени t_0 предсказать положение каждого из трех тел в любой будущий момент времени $t > t_0$. В 1906–1909 гг.

К. Зундман предложил алгоритм поиска общего решения задачи трех тел в виде степенных рядов. Однако позже было показано, что в общем случае для вычисления положений планет методом Зундмана с точностью, соответствующей наблюдениям, необходимо использовать не менее $10^{8\ 000\ 000}$ слагаемых.

Тем не менее существуют простые и точные решения задачи трех тел, которые носят частный характер и имеют важное значение в механике небесных тел. В 1767 г. Л. Эйлер нашел три точных так называемых *прямолинейных,* или *коллинеарных*, *решения* задачи трех тел. В этом случае все три тела постоянно находятся на одной прямой и обращаются вокруг общего центра масс в соответствии с законами Кеплера.

В 1772 г. Ж. Лагранж нашел еще два точных (*треугольных*) решения задачи трех тел. Согласно этим решениям три тела, расположенные в вершинах равностороннего треугольника произвольных размеров, при определенных значениях и направлениях начальных скоростей будут впоследствии двигаться, постоянно образуя треугольник. Величина стороны треугольника изменяется со временем согласно законам Кеплера, а сам треугольник вращается в фиксированной плоскости вокруг общего центра масс также в соответствии с этими законами.

Если же орбиты трех тел являются круговыми и масса одного из них намного меньше массы любого из двух других, то, пренебрегая влиянием малого тела, можно считать, что два массивных тела обращаются вокруг их общего центра масс с постоянной угловой скоростью. Такая задача носит название *ограниченной задачи трех тел*, а решения Эйлера и Лагранжа в этом случае дают *пять точек (либрации) Лагранжа* (рис. 2.8). Третье тело с пренебрежимо малой массой, будучи помещенным в одну из таких точек в пространстве вокруг двух массивных тел, будет оставаться неподвижным во вращающейся системе отсчета, связанной с массивными телами. В этих точках гравитационные силы, действующие на малое тело, уравновешиваются центробежной силой.

Три *коллинеарные* точки L_1, L_2 и L_3 находятся на одной прямой. Две *треугольные* или *троянские* точки L_4 и L_5 расположены в вершинах равносторонних треугольников, основание которых совпадает с отрезком, соединяющим два массивных тела (рис. 2.8). Коллинеарные точки либрации неустойчивы. Треугольные точки либрации устойчивы, если для параметра $\mu = m_2/(m_1 + m_2)$ выполняется условие $0 < \mu \cdot (1-\mu) < 1/27$, за исключением двух значений: $\mu \approx 0{,}0135$ и $\mu \approx 0{,}02429$.

В астрономии довольно часто встречаются системы небесных тел, которые могли бы послужить иллюстрацией решений ограниченной задачи трех тел. Вблизи 4-й и 5-й точек Лагранжа орбит многих планет Солнечной системы находятся так называемые *троянские астероиды* (ТА). У Земли, например, известен один ТА вблизи 4-й точки ли-

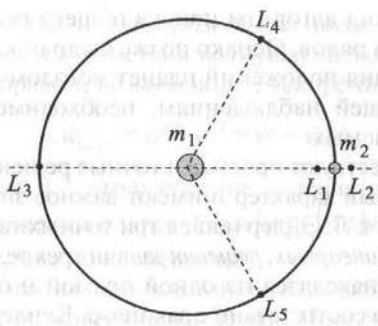


Рис. 2.8. Расположение точек Лагранжа (точек либрации)

брации, у Марса – один ТА вблизи 4-й точки и три ТА вблизи 5-й, у Юпитера – 2793 ТА вблизи 4-й точки («греки») и 1733 ТА вблизи 5-й точки («троянцы»), у Нептуна – шесть ТА вблизи 4-й точки и один ТА вблизи 5-й. Понятно, что ТА планет находятся в орбитальном резонансе 1 : 1 со своей планетой.

Кроме этого, в системе Сатурн – Тефия в точках либрации L_4 и L_5 находятся два небольших спутника – Телесто и Калипсо. Еще одна пара спутников известна в системе Сатурн – Диона: Елена в точке L_4 и Полидевк в точке L_5.

Несколько космических аппаратов размещены в различных точках Лагранжа Солнечной системы: SOHO (Solar and Heliospheric Observatory – обсерватория для изучения Солнца и гелиосферы) находится на орбите в точке L_1 между Землей и Солнцем; WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe – зонд для изучения анизотропии микроволнового излучения им. Д. Уилкинсона), предназначенный для изучения реликтового излучения, – в точке L_2 за орбитой Земли.

Вопросы и задания для самопроверки

1. При каких конфигурациях нижних и верхних планет условия их утреннего наблюдения наиболее благоприятны?
2. При каких конфигурациях нижних и верхних планет их наблюдают вечером после захода Солнца?
3. Почему синодические периоды соседних с Землей планет наибольшие?
4. Какое условие определяет равенство синодического и звездного периодов планеты?
5. Нарисуйте схему обращения верхней планеты относительно Земли и покажите возникновение петлеобразного движения этой планеты по небесной сфере.

6. Сравните формулировку законов движения планет, данную Кеплером, с их современной формулировкой. Чем они различаются?
7. Какие элементы орбиты определяют ее ориентацию в пространстве?
8. Какие элементы орбиты определяют ее размеры и степень эллиптичности?
9. Каков физический смысл интеграла энергии?
10. Что такое возмущающая сила и возмущающее ускорение?
11. Сформулируйте причину возникновения приливов и отливов на поверхности Земли.
12. Приведите примеры влияния возмущающей силы на движение тел Солнечной системы.
13. Опишите частные случаи решения задачи трех тел.

Примеры решения задач

Задача 1. Определите день ближайшего следующего противостояния Юпитера, если 1 января гелиоцентрическая долгота Юпитера 306°55′, а Земли – 99°55′.

Решение. Зная, что в противостоянии разность гелиоцентрических долгот равна 0°, можно вывести уравнение, которое свяжет долготы этих планет через x дней в противостоянии: $(l+n_\text{Ю}\cdot x)-(L+n_\oplus\cdot x)=0°$, где l, L – текущие долготы Юпитера и Земли на 1 января, $n_\text{Ю}$ и $n_\oplus$ – средние суточные движения Юпитера и Земли (см. табл. 2.1). На основании этого определим количество прошедших дней:

$$x=\frac{l-L}{n_\oplus-n_\text{Ю}}=\frac{306°55'-99°55'}{59',1-5'}=229{,}6 \text{ сут.}$$

Отсчитав это количество дней от 1 января (полагаем, что год не високосный), получим 19 августа.

Задача 2. Определите большую полуось a, время обращения T, эксцентриситет e и перигелийное расстояние q воображаемой кометы, которая на расстоянии 1 а.е. от Солнца имела скорость, по направлению совпадающую с круговой, но по величине в 10 раз меньшую.

Решение. Скорость кометы меньше, чем круговая. Из этого следует, что она движется по эллиптической орбите, находящейся в данном круге, а поскольку на расстоянии $r=1$ а.е. ее скорость совпадает по направлению с круговой, то в данный момент она находится в афелии, т.е. $Q=r$.

Формулу (2.14а) для кометы можно записать так: $v^2=G\cdot M_\odot\cdot\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)$, где $M_\odot$ – масса Солнца. Круговую скорость на расстоянии r можно определить по аналогичному соотношению: $v_c^2=G\cdot M_\odot/r$. По условию

$v = 0{,}1 \cdot v_c$. Отсюда $\frac{2}{r} - \frac{1}{a} = 0{,}01 \cdot \frac{1}{r}$, $a = r/1{,}99 = 0{,}5025$ а.е. Время обращения определим на основании третьего закона Кеплера: $T = a^{3/2} = 0{,}3562$ года. Поскольку афелийное расстояние $Q = r = a \cdot (1 + e)$, то $e = 0{,}99$. Следовательно, перигелийное расстояние $q = a \cdot (1 - e) = 0{,}005025$ а.е.

Задачи для самостоятельного решения

1. 1 июля гелиоцентрическая долгота $l = 291°$ для Юпитера и $L = 279°$ – для Земли. Когда наступит западная квадратура?

2. Наблюдатель заметил, что некоторая планета находится в противостоянии каждые 665,25 сут. Каково ее расстояние от Солнца в астрономических единицах?

3. Сатурн находится в противостоянии с Землей 10 мая. Когда произойдет соединение этих планет?

4. 18 июля гелиоцентрическая долгота Меркурия $l = 0°$, а разность долгот Земли и Меркурия $L - l = 60°$. Когда Меркурий будет лучше всего виден вечером?

5. Гелиоцентрическая долгота Земли $L = 90°$, а разность долгот Земли и Венеры $\Delta l = 180°$. Через сколько дней наступит западная элонгация?

6. Определите день ближайшей к 1 января наибольшей восточной элонгации Венеры и найдите видимое положение Венеры на небе в этот момент. Гелиоцентрическая долгота на 1 января: $l = 260°40'$ – для Венеры; $L = 99°55'$ – для Земли.

7. Какова была бы большая полуось орбиты планеты, если бы ее синодический период составлял 1 год?

8. Нижнее соединение Земли и Меркурия отмечено 1 октября. Будет ли западная элонгация в этом же году? Когда это произойдет?

9. Астероид Веста совершает полный оборот вокруг Солнца за 3,63 года. Во сколько раз дальше, чем Земля, он отстоит в среднем от Солнца?

10. В настоящий момент разность гелиоцентрических долгот Земли и Юпитера $\Delta l = 60°$. Через сколько дней наступит восточная квадратура?

11. Принимая, что орбиты планет – круги, находящиеся в одной плоскости, а радиус орбиты предполагаемой планеты равен 40 а.е., определите ее суточное смещение на небесной сфере в противостоянии.

12. * Найдите перигелийное, афелийное расстояния и звездный период обращения астероида Белоруссия, если большая полуось и эксцентриситет его орбиты соответственно равны 2,405 а.е. и 0,181. Через какой промежуток времени повторяются противостояния этого астероида? Какова его средняя орбитальная скорость? Каково среднее угловое перемещение астероида в сутки в противостоянии?

13. По снимкам с космического аппарата «Галилео» у астероида Ида был обнаружен спутник Дактиль размером 1,6×1,2 км, обращающийся вокруг Иды на расстоянии 100 км. Каков период обращения Дактиля вокруг Иды, если считать астероид шарообразным телом диаметром 38 км и средней плотностью $2{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

14. Какова масса карликовой планеты Плутон, если ее спутник Харон обращается на расстоянии 19,5 тыс. км с периодом 6,39 сут вокруг планеты?

15. 19 августа 1996 г. Венера наблюдалась в западной элонгации. Угловое удаление от Солнца в этот момент было 47°. В какое время суток самые благоприятные условия для ее наблюдения? Оцените координаты Венеры и то, в каком созвездии она находилась. Рассчитайте расстояние от Венеры до Земли в этот день. Какова при этом лучевая скорость Венеры относительно Земли? Когда наступит следующая западная элонгация Венеры?

16. * Определите время минимального смещения небесного тела на небесной сфере, движущегося по круговой орбите с $r = 4$ а.е., которое можно обнаружить с поверхности Земли с помощью зрительной трубы с диаметром объектива $D = 60$ мм (разрешающая способность человеческого глаза $d\theta \sim 1'$, диаметр зрачка $d \approx 6$ мм): в противостоянии; в соединении.

17. * Комета движется вокруг Солнца со скоростью 567,2 км/с (в некоторый момент времени). Ее радиус-вектор равен 0,005543 а.е. Определите эксцентриситет орбиты кометы.

18. * Около звезды массой M по круговой орбите движется звезда-спутник массой m ($m << M$). В некоторый момент времени центральная звезда вспыхивает как сверхновая и выбрасывает массу qM ($q < 1$). Считая, что эта масса выходит за орбиту спутника мгновенно, не задевая его, опишите возможные траектории последующего движения спутника в зависимости от значения q.

19. Определите звездный период обращения Марса, зная, что его синодический период равен 780 сут.

20. Противостояние Юпитера произошло 15 июля. Когда это произойдет в следующий раз?

21. Наилучшая вечерняя видимость Венеры отмечена 5 февраля. Когда в следующий раз Венера будет лучше всего видна в тех же условиях, если звездный период ее обращения 225 сут?

22. Определите среднее суточное движение Меркурия по орбите, если его синодический период равен 115,88 сут.

23. Чему равен угол наибольшей элонгации Земли с точки зрения марсиан?

24. Определите день ближайшего следующего противостояния Сатурна, зная, что его гелиоцентрическая долгота 1 января 306°55′, а Земли − 99°55′.

25. * Гелиоцентрическая долгота Юпитера 1 июля была 291°, а Земли − 279°. Определите видимое положение Юпитера на небе 1 сентября. Можно ли было его наблюдать вечером в Санкт-Петербурге ($\varphi = 59°57'$)?

26. Определите расстояние Юпитера от Солнца в астрономических единицах, если противостояние Юпитера произошло 10 июля. Через 11 лет 315 дней (звездный период обращения Юпитера) геоцентрическая разность долгот Δl Солнца и Юпитера составляла, по наблюдениям, 120°. При решении по возможности не используйте третий закон Кеплера.

27. За какой период времени обращалась бы вокруг Солнца планета, если бы она находилась на расстоянии 100 а.е. от него?

28. Среднее расстояние Венеры от Солнца 0,72 а.е. Определите наибольшую высоту h, на которой в местности с широтой φ можно видеть Венеру в момент захода Солнца, и укажите время года для этого явления. Орбиту Венеры считать круговой, имеющей наклонение 0°.

29. Принимая, что спутники Марса Фобос и Деймос обращаются по круговым орбитам с периодами $7^h39^m13^s,85$ и $30^h17^m54^s,86$, определите наибольшее угловое удаление Фобоса от Марса во время противостояния, если в этот момент наибольшее угловое удаление Деймоса от Марса составляет $1'23'',1$.

30. Определите сидерический период обращения Меркурия, если известно, что его наибольшая элонгация изменяется от 17°,8 до 27°,8.

31. Каков синодический период обращения Венеры, если известно, что ее наибольшая элонгация равна 46°,4.

32. * Каков промежуток времени (выраженный в марсианских солнечных сутках) между двумя последовательными верхними кульминациями Фобоса, наблюдаемыми на Марсе? Период вращения Марса вокруг оси относительно Солнца равен 24^h37^m среднего солнечного времени, звездный период обращения Фобоса − 7^h39^m среднего солнечного времени.

33. * На сколько звездные сутки на Юпитере короче солнечных, если его период обращения вокруг оси $9^h50^m30^s$, а продолжительность обращения около Солнца 4332,6 средних солнечных суток?

34. 20 августа Венера находилась в верхнем соединении. Будет ли в этом году наилучшая утренняя видимость Венеры с Земли?

35. Планета Нептун была открыта 23 сентября 1846 г. Средний радиус ее орбиты равен 30,07 а.е. Определите даты: 1) первого обращения Нептуна вокруг Солнца с момента открытия; 2) такого же взаимного положения Нептуна и Земли, как и в момент открытия. Продолжительность звездного года $T_\oplus = 365^d,25$.

36. На сколько градусов сместился Плутон по своей орбите с момента его открытия?

37. Период обращения Нептуна вокруг Солнца составляет 165 лет. Будет ли виден диск у Солнца, если смотреть на него с Нептуна невооруженным глазом, или оно будет точечным объектом?

38. Изобразите в проекции на плоскость эклиптики орбиту небесного тела, если она имеет следующие характеристики: $a = 1,5$ а.е., $e = 0$, $i = 90°$, $\Omega = 45°$. Для сравнения на том же чертеже и в том же масштабе изобразите орбиту Земли.

39. Каково угловое расстояние Земли от Солнца в наибольшей элонгации при наблюдении с Юпитера?

40. На каком наибольшем угловом расстоянии от Солнца бывает виден Юпитер с α Центавра?

41. Сидерический период осевого вращения Солнца (на экваторе) − 25 сут. Чему равен синодический период его вращения при наблюдении с Меркурия, Земли, Плутона?

42. * Определите характерное время прохождения Венеры по диску Солнца. Как она перемещается по диску, если ее наблюдать из средних широт северного полушария: справа налево или слева направо?

43. * Диаметр Плутона равен 2356 км, расстояние от Солнца (в начале третьего тысячелетия) ~30 а.е. Определите ширину полосы на поверхности Земли, из которой можно наблюдать, как Плутон покроет звезду. Сколько это будет длиться?

44. Представьте, что вы производите радиолокацию астероида, движущегося по круговой орбите радиусом 5/3 а.е. Во сколько раз более мощный импульс вы должны послать в соединении, чем в противостоянии, чтобы зарегистрировать отраженный сигнал одинаковой силы? На сколько звездных величин этот астероид ярче в противостоянии, чем в соединении?

45. Что стало бы с Солнечной системой, если бы масса Солнца мгновенно уменьшилась вдвое?

46. Как изменилась бы орбита Земли, если бы масса Солнца внезапно увеличилась в 2 раза?

47. Скорость движения кометы в перигелии в 3 раза больше, чем в афелии. Чему равен эксцентриситет ее орбиты?

48. Как зависит линейная скорость движения планеты по круговой орбите от радиуса орбиты r?

49. Найдите большую полуось гелиостационарной орбиты, т.е. такой круговой орбиты, которая лежит в плоскости экватора Солнца и имеет период обращения, равный сидерическому периоду осевого вращения Солнца ($T_\odot = 25^d$).

50. * В конце XX в. в Солнечной системе был открыт новый класс объектов – двойные астероиды. Определите наибольшее расстояние от 100-километрового астероида до его спутника – астероида меньшего размера (плотность астероидов $\rho = 2$ г/см^3, расстояние от них до Солнца $r = 3$ а.е.).

51. * Определите параметры (размер, положение центра) сферы притяжения Земли относительно Солнца. Действительно ли сфера притяжения является сферой? При какой массе Земли сфера притяжения была бы плоскостью?

52. Каковы пределы изменения уравнения времени на Марсе (больше или меньше, чем на Земле)? Ответ обоснуйте. Наклон оси Марса к плоскости его орбиты 65°, эксцентриситет орбиты 0,093.

53. Эксцентриситет орбиты Меркурия равен 0,2, большая полуось – 0,4 а.е. Каковы наибольшее и наименьшее расстояния планеты от Земли (в километрах)? Орбиту Земли считать круговой.

54. Яркий звездообразный объект был виден 1 апреля около 7 ч вечера как раз в точке востока. Была это звезда или планета? Ответ обоснуйте.

55. Как изменится период обращения планеты, если ее большая полуось увеличится на малую величину Δa?

56. Вычислите массу Марса в сравнении с массой Земли по движению его спутника Фобоса, для которого $a_{Ph} = 9300$ км, $T_{Ph} = 0^d,32$. Соответствующие величины для Луны принять равными 384 000 км и $27^d,3$.

57. Массы Земли и Луны относятся как 81:1. Расстояние между их центрами равно 382 420 км. Где находится их общий центр тяжести?

58. * Выведите формулу, которая выражает время падения t любого небесного тела на свое центральное светило с расстояния a.

59. Каково было бы время падения Земли на Солнце, если бы она перестала обращаться вокруг него?

60. В течение какого времени Плутон, падая на Солнце, достиг бы его поверхности?

61. Сравните отношение количества теплоты, приходящегося на единицу поверхности в Минске ($\varphi = 53°54'$) в дни летнего и зимнего солнцестояния и во время прохождения Земли через перигелий (~3 января) и афелий (~4 июля). Эксцентриситет земной орбиты $e = 0{,}017$. Во сколько раз влияние наклона солнечных лучей больше влияния изменения расстояния от Солнца в этом городе?

62. Каково прямое восхождение точки на небесной сфере, по направлению к которой движется по орбите Земля 22 июня?

63. Некоторое тело, находясь от Солнца на расстоянии $r = 0{,}7184$ а.е., движется относительно Солнца со скоростью $v = 33{,}2$ км/с. Определите вид конического сечения, описываемого телом. Что это за тело?

64. * Планета A движется по эллиптической орбите вокруг Солнца. В момент, когда она находилась на расстоянии r_0 от Солнца, ее скорость равнялась v_0, а угол между радиус-вектором $\vec{r}_0$ и вектором скорости $\vec{v}_0$ составлял α. Определите наибольшее и наименьшее расстояния, на которые эта планета удаляется от Солнца при своем движении.

65. Докажите, что полная механическая энергия планеты массой m, движущейся вокруг Солнца по эллипсу, зависит только от его большой полуоси a. Найдите формулу зависимости этой энергии от a.

66. Долгопериодическая комета в афелии своей орбиты видна в противостоянии с Солнцем. Через какой промежуток времени комета будет находиться в соединении? Определите также скорость кометы в перигелии, если перигелийное расстояние равно 1 а.е.

67. Спутник Юпитера обращается вокруг этой планеты по круговой орбите в том же направлении, что и галилеевы спутники. При наблюдении с Земли этот спутник и Солнце всегда видны на небе по разные стороны от Юпитера, а во время противостояния планеты спутник наблюдать невозможно. Определите расстояние спутника от Юпитера при условии, что плоскости орбит Земли, Юпитера и его спутника совпадают.

68. Долгопериодические кометы прилетают во внутренние области Солнечной системы, вероятнее всего, из облака Оорта. Определите, сколько времени длится такое путешествие. Считайте, что афелий орбиты кометы находится на расстоянии 35 000 а.е. от Солнца.

69. * С Земли наблюдается центральное покрытие звезды Марсом (т.е. звезда проходит по диаметру планеты, совпадая в некоторый момент времени с ее центром). Марс при этом находится в западной квадратуре. Определите продолжительность этого явления. Орбиты планет считайте круговыми.

70. В 1672 г. был осуществлен международный эксперимент по определению параллакса Марса в момент противостояния. Рассчитайте расстояние между Землей и Марсом в этот момент, если отличие в результатах измерений положения Марса двумя наблюдателями, разделенными базисом, равным диаметру Земли, составило $33'',6$.

71. Нижние планеты, в том числе и Венеру, лучше всего наблюдать в момент элонгации. Сколько времени проходит от восточной до западной элонгации Венеры?

72. * Сколько времени проходит от стояния Марса (когда прямое движение сменяется на попятное, в этот момент Марс практически не движется на фоне звезд) до его противостояния?

73. * Центральное покрытие звезды Венерой (центр планеты пересекает звезду) произошло в момент, когда разность гелиоцентрических долгот Венеры и Земли составляла 30°. Определите продолжительность этого явления, не учитывая вращение Земли вокруг своей оси и эллиптичность орбит планет.

74. * На расстоянии 1 млн км от Земли обнаружен астероид сферической формы диаметром 1 км (средняя плотность равна 3 г/см^3), движущийся в сторону нашей планеты с прицельным параметром 15 000 км и скоростью 12,1 км/с. Столкнется ли он с Землей? Если столкнется, то определите энергию, которая выделится в результате этого столкновения. Если не столкнется, то определите, на каком минимальном расстоянии он пройдет от земной поверхности.

75. Какая часть первоначальной массы звезды должна быть мгновенно сброшена после стадии красного гиганта, чтобы орбиты тел в планетной системе остались замкнутыми? Исходные орбиты считать круговыми.

2.2. Движение Земли и Луны

В первом приближении для решения многих задач орбиты планет и Луны можно считать круговыми, а их плоскости – лежащими в плоскости эклиптики. На самом деле, например, плоскость орбиты Луны наклонена к эклиптике под углом в среднем 5°09′, а большая полуось ее равна 384 400 км. В перигее расстояние от Земли до Луны 363 400 км, а в апогее – 405 400 км. Период обращения Луны вокруг Земли (***сидерический***, или ***звездный***, ***месяц***) составляет 27,32 сут.

Период вращения Луны вокруг своей оси совпадает с сидерическим месяцем, поэтому с Земли всегда видна только одна половина ее поверхности. Однако благодаря некоторым особенностям движения и положения Луны в пространстве на самом деле можно видеть несколько больше чем 50% ее поверхности.

Ось вращения Луны наклонена под углом 83°19′ к плоскости лунной орбиты, поэтому лунный экватор составляет с плоскостью орбиты угол 6°41′, а с плоскостью эклиптики – около 1°30′. Благодаря этому наклону с Земли поочередно виден то южный, то северный полюс Луны. Создается впечатление, будто Луна «покачивается» на 6°41′ (эта величина достигает 6°50′) вдоль меридианов, т.е. происходит так называемая ***либрация по широте***. Из-за неравномерности движения Луны по эллиптической орбите вокруг Земли и относительной равномерности вращения вокруг своей оси Луна «покачивается» вдоль параллелей в пределах 7°54′, т.е. происходит ***либрация по долготе***. Кроме того, из разных точек поверхности Земли одновременно видны разные участки поверхности Луны, что дает ***суточную***, или ***параллактическую, либрацию*** около 1°. Все эти явления вместе называются **оптической либрацией**. Благодаря им с Земли можно наблюдать около 60% поверхности Луны.

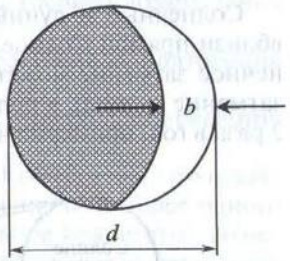


Рис. 2.9. Численное определение фазы Луны

В зависимости от расположения Солнца, Земли и Луны друг относительно друга для земного наблюдателя будет освещена определенная часть лунного диска, которая характеризует **фазу Луны**. Численно фаза Ф Луны равна отношению освещенной части b лунного диска к величине диаметра d, т.е. $\Phi = b/d$ (рис. 2.9). Последовательность смены фаз Луны от новолуния ($\Phi = 0$) до полнолуния ($\Phi = 1$) и наоборот представлена на рис. 2.10.

Период смены фаз Луны – это ***синодический***, или ***лунный***, ***месяц***, который составляет 29,53 сут.

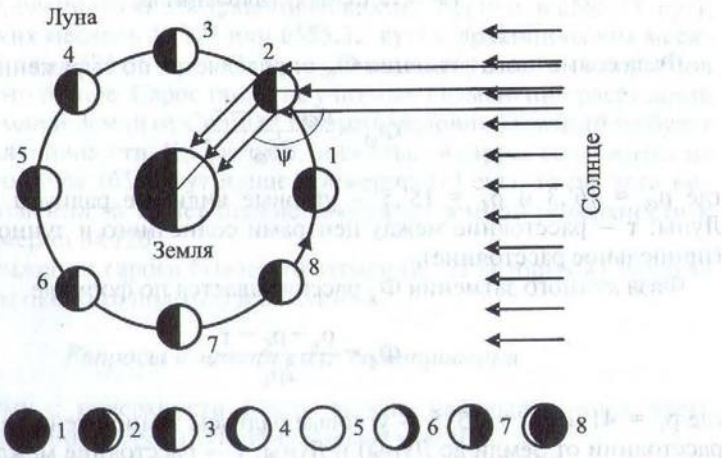


Рис. 2.10. Последовательность изменения фаз Луны в зависимости от фазы Ф и фазового угла ψ:

1 – новолуние ($\Phi = 0$, $\psi = 180°$), 3 – первая четверть ($\Phi = 0{,}5$, $\psi = 90°$), 5 – полнолуние ($\Phi = 1$, $\psi = 0°$), 7 – последняя четверть ($\Phi = 0{,}5$, $\psi = 90°$)

Солнечные и лунные затмения возможны, если Луна находится вблизи прямой Солнце – Земля, т.е. около узлов лунной орбиты. Солнечное затмение может быть лишь в новолуние (рис. 2.11), а лунное затмение – лишь в полнолуние (рис. 2.12). Эти условия повторяются 2 раза в год, примерно через каждые 6 звездных месяцев.

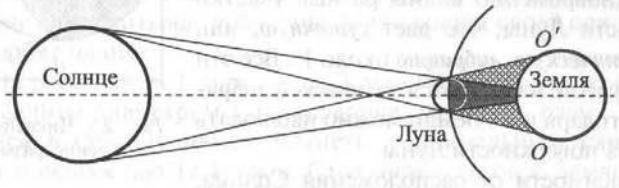


Рис. 2.11. Схема солнечного затмения

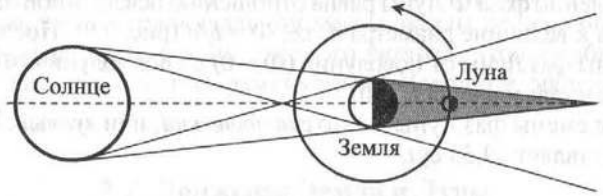


Рис. 2.12. Схема лунного затмения

Фаза солнечного затмения $\Phi_\odot$ определяется по выражению

$$\Phi_\odot = \frac{\rho_\odot + \rho_\leftmoon - \tau}{2\rho_\odot}, \qquad (2.21)$$

где $\rho_\odot \approx 16',3$ и $\rho_\leftmoon \approx 15',5$ – угловые видимые радиусы Солнца и Луны; τ – расстояние между центрами солнечного и лунного дисков (прицельное расстояние).

Фаза лунного затмения $\Phi_\leftmoon$ рассчитывается по формуле

$$\Phi_\leftmoon = \frac{\rho_\tau + \rho_\leftmoon - \tau}{2\rho_\leftmoon}, \qquad (2.22)$$

где $\rho_\tau \approx 41'$ и $\rho_\leftmoon \approx 15',5$ – угловые радиусы земной тени (на среднем расстоянии от Земли до Луны) и Луны; τ – расстояние между центрами дисков земной тени и Луны (прицельное расстояние).

Частота и периодичность солнечных и лунных затмений определяются несколькими временными параметрами, характеризующими движение Луны по орбите вокруг Земли и Земли вокруг Солнца:

- драконическим годом Y_D, равным $346^d,62$ (период возвращения Солнца к тому же самому узлу лунной орбиты);
- синодическим месяцем S, равным $29^d,53$ (период повторения одинаковых фаз Луны);
- драконическим месяцем S_D, равным $27^d,21$ (период возвращения Луны к тому же самому узлу своей орбиты).

Расчеты показывают, что в каждой зоне узлов обязательно произойдет одно (полное или частное) солнечное затмение и не более одного лунного (может и не быть). Поэтому минимальное количество затмений в году – два (причем оба солнечные), а наибольшее – семь (пять солнечных + два лунных или четыре солнечных + три лунных). Последнее, правда, возможно при условии, что первое затмение должно приходиться на начало января. Чаще всего за год бывает два солнечных затмения и одно-два лунных. Реально в определенной местности лунные затмения наблюдаются все же чаще, поскольку они видны со всей ночной территории Земли одновременно по всемирному времени, а полные солнечные – лишь в области лунной тени (длина – несколько тысяч километров, максимальная ширина – 270 км). В данной точке земной поверхности полные солнечные затмения видны в среднем один раз в 200–300 лет.

Цикл затмений повторяется через 18 лет 11,3 дня. Этот промежуток времени называется **саросом** (от греч. σάρος, имеющего египетское происхождение, которое означает «повторение»). Он наступает при совпадении определенного числа драконических лет Y_D (19 или 6585,78 сут), синодических месяцев S (223 или 6585,32 сут) и драконических месяцев S_D (242 или 6585,36 сут). Однако совпадение указанных периодов не абсолютно точное. Сарос также не учитывает изменений расстояния Луны от Земли и Земли от Солнца. Поэтому условия затмений не будут повторяться в точности. Кроме того, поскольку в саросе содержится не целое число суток (6585 сут и еще примерно 1/3 сут), то области видимости затмений за 18 лет перемещаются по земной поверхности к западу примерно на 120°.

На протяжении сароса бывает 70 затмений, из которых 41 солнечное (причем около 10 полных) и 29 лунных.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Почему с поверхности Земли можно наблюдать лишь часть (≈ 59%) поверхности Луны? Почему больше чем 50%?
2. Считая орбиту Луны круговой радиусом $R = 384\ 400$ км, определите среднюю скорость естественного спутника Земли.
3. Нарисуйте схему возникновения кольцеобразного солнечного затмения.

4. Возможно ли кольцеобразное лунное затмение?
5. Что такое полутеневое лунное затмение?
6. Можно ли в новолуние видеть поверхность Луны?
7. Каково будет прицельное расстояние τ, если Солнце и Луна соприкасаются внешними частями дисков?

Примеры решения задач

Задача 1. Определите максимальную фазу солнечного затмения и ее продолжительность, если прицельное расстояние $\tau = 0$, видимые угловые диаметры Солнца и Луны 32′20′ и 29′50′ соответственно. Считайте, что средняя угловая скорость Луны 0,53 град/ч, а Солнца – 2,463 угл. мин/ч.

Решение. Максимальную фазу солнечного затмения можно определить по формуле (2.21), когда диск Луны полностью находится в пределах диска Солнца:

$$\Phi_\odot = \frac{\rho_\odot + \rho_\leftmoon}{2\rho_\odot} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\rho_\leftmoon}{\rho_\odot}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{29'50''}{32'20''}\right) = 0{,}961,$$

а ее продолжительность вычислим по следующему уравнению (рис. 2.13 поясняет этот расчет):

$$\Delta T = \frac{\Delta d}{\Delta v} = \frac{d_\odot - d_\leftmoon}{v_\leftmoon - v_\odot} = \frac{150''}{29'',337} = 5{,}113 \text{ мин} = 5 \text{ мин } 6{,}8 \text{ с}.$$

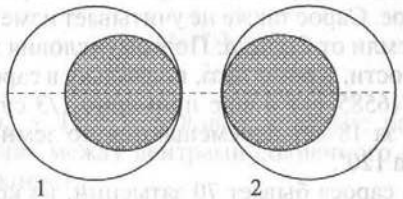


Рис. 2.13. Иллюстрация продолжительности максимальной фазы солнечного затмения

Задача 2. Определите видимую звездную величину Земли для наблюдателя на Луне в момент «полноземья», если коэффициент рассеяния солнечного света атмосферой нашей планеты $\rho_\oplus = 0{,}3$, а альбедо Луны $\rho_\leftmoon = 0{,}06$. Видимая звездная величина Луны $m_\leftmoon = -12^m{,}5$, средний радиус Земли $R_\oplus = 6371$ км, средний радиус Луны $R_\leftmoon = 1738$ км.

Решение. Если считать, что Земля и Луна находятся примерно на одинаковом расстоянии от Солнца, то освещенность поверхностей этих тел

одинакова – E_0. Потоки излучения, которые отражают и рассеивают Луна и Земля в пространство, выразим через площади $S_\leftmoon$, $S_\oplus$ их освещенных поверхностей и альбедо $\rho_\leftmoon$, $\rho_\oplus$: $\Phi_\leftmoon = E_0 \cdot S_\leftmoon \cdot \rho_\leftmoon$ и $\Phi_\oplus = E_0 \cdot S_\oplus \cdot \rho_\oplus$. Следовательно, освещенность Земли светом от Луны $E_\oplus \sim \dfrac{E_0 \cdot S_\leftmoon \cdot \rho_\leftmoon}{r^2}$, освещенность Луны светом от Земли $E_\leftmoon \sim \dfrac{E_0 \cdot S_\oplus \cdot \rho_\oplus}{r^2}$ (r – расстояние от Земли до Луны).

Далее для решения задачи воспользуемся информацией из главы 3. В соответствии с формулой Погсона (см. (3.6))

$$\lg \frac{E_\leftmoon}{E_\oplus} = \lg \frac{S_\oplus \cdot \rho_\oplus}{S_\leftmoon \cdot \rho_\leftmoon} = 0{,}4 \cdot (m_\leftmoon - m_\oplus),$$

где $m_\leftmoon$ – звездная величина Луны, видимая с Земли; $m_\oplus$ – звездная величина Земли, видимая с Луны.

Отсюда, подставив значения, рассчитаем требуемую величину:

$$m_\oplus = m_\leftmoon - 2{,}5 \cdot \lg \frac{R_\oplus^2 \cdot \rho_\oplus}{R_\leftmoon^2 \cdot \rho_\leftmoon} \approx -17^m{,}1.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. Видна ли Луна в июньское полнолуние на Северном полюсе? Ответ обоснуйте.
2. Почему летом Луна в полнолуние всегда тусклая, имеет желтоватый оттенок и находится невысоко над горизонтом (в наших широтах), а зимой, наоборот, яркая и «поднимается» высоко?
3. Какова наибольшая и наименьшая высота верхней кульминации Луны в вашем городе?
4. Можно ли в Беларуси увидеть Луну в зените?
5. Луна видна в последней четверти. Чему в среднем равны лучевые скорости звезд, находящихся на небесной сфере неподалеку от нее?
6. 7 февраля Луна была в последней четверти. Чему равнялось ее прямое восхождение?
7. 22 июня на диске Солнца с правой стороны виден ущерб. Это начало или конец затмения?
8. Какова наибольшая продолжительность солнечного затмения? Наклоном лунной орбиты пренебречь.
9. На какой максимальной высоте может находиться Луна в полнолуние для широты Минска ($\varphi = 53°54'$)? Когда наступит такой момент? В каком созвездии будет Луна?

10. Какова минимальная скорость падения метеорита на Луну?

11. * Каково должно быть расстояние до Луны, чтобы на ее орбите в Солнечной системе находились точки перегиба? Считать, что Луна движется строго в плоскости эклиптики, а ее орбита относительно Земли круговая.

12. Радиус Луны равен 1740 км, масса ее составляет 1/81 массы Земли. Определите: 1) длину l' секундного маятника на поверхности Луны; 2) продолжительность колебания T', которую имел бы на Луне земной секундный маятник. Ускорение силы тяжести на поверхности Земли $g_\oplus = 9{,}81$ м/с^2, радиус Земли $R_\oplus = 6371$ км.

13. Представьте, что звездный месяц составляет 60 сут. Каков был бы тогда промежуток времени между двумя последовательными одинаковыми кульминациями Луны?

14. Какова была бы продолжительность синодического месяца, если бы звездный месяц составлял 60 сут?

15. Каков был бы синодический период обращения Луны, если бы она обращалась вокруг Земли с востока на запад с той же скоростью, что и сейчас?

16. Почему Луна, двигаясь по небесной сфере, непременно покроет любую звезду, имеющую астрономическую широту $\beta = +6°38'$? Принять наклон лунной орбиты $i = 5°20'$ (наибольшее возможное значение этой переменной величины).

17. Какова наименьшая географическая широта, под которой с Земли можно видеть Луну (без учета рефракции и параллакса) над горизонтом в течение 48 ч подряд?

18. Известно, что большая полуось лунной орбиты постепенно увеличивается. Когда она возрастет на 3% (5, 10%), будут ли происходить на Земле полные солнечные затмения?

19. Как часто Луна покрывает звезды, видимые невооруженным глазом?

20. В какое время года серп «молодого месяца» (первая четверть) особенно высоко стоит на небе?

21. 21 января 2000 г. произошло лунное затмение. В каком созвездии находилась Луна в это время? Определите ее экваториальные координаты.

22. Луна взошла 20 сентября в 23^h52^m по местному времени. Когда и в какое время она взойдет следующий раз? В какой фазе Луна находится? Ответы обоснуйте.

23. Видимые с поверхности Земли диски Луны и Солнца вследствие эллиптичности орбит Земли и Луны изменяются по величине: для Луны $29'20'' \leqslant d_\leftmoon \leqslant 33'32''$, для Солнца $31'31'' \leqslant d_\odot \leqslant 32'36''$. Во сколько раз ослабевает свет Солнца при самом ярком кольцеобразном затмении? Считать поверхность Солнца одинаково яркой.

24. В какое время суток на данную область земной поверхности в среднем выпадает больше метеорного вещества?

2.3. Движение искусственных тел

Закон всемирного тяготения позволяет объяснить движение планет и искусственных тел – искусственных спутников Земли (ИСЗ), межпланетных космических аппаратов (КА). При описании движения искусственных тел часто приходится решать задачу движения материальной точки массой m под действием силы притяжения центрального тела массой M (задача двух тел). Характер движения тела массой m относительно тела массой M зависит от начальной скорости v_0. Решение задачи двух тел позволяет получить значение скорости v на любом расстоянии r (в том числе в момент запуска аппарата) в виде интеграла энергии, выражаемого формулой (2.14а).

Искусственные спутники Земли выводятся на орбиту с помощью ракет-носителей. Последняя ступень сообщает определенную скорость спутнику на некоторой высоте. Тело, запущенное горизонтально на высоте h от поверхности Земли ($(R_\oplus + h)$ – расстояние от центра Земли), станет ИСЗ при достаточной для этого скорости. Если $v_{ИСЗ} = v_c$ (см. уравнение (2.12)), ИСЗ будет двигаться по окружности. Условие $v_c < v_{ИСЗ} < v_p$ (см. формулу (2.13)) задает движение ИСЗ по эллипсу, причем точка старта спутника станет перигеем (рис. 2.14). Используя формулу (2.14а), можно рассчитать скорость ИСЗ для движения по орбитам с различным эксцентриситетом e.

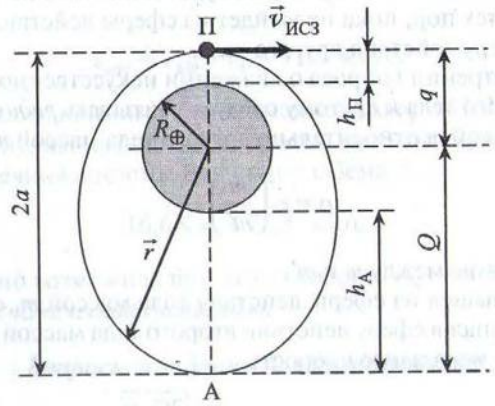


Рис. 2.14. Движение ИСЗ по эллиптической орбите

При запуске аппарата с высоты h его круговая скорость

$$v_c = \sqrt{\frac{g \cdot R_\oplus^2}{R_\oplus + h}} = \sqrt{\frac{G \cdot m}{R_\oplus + h}}, \qquad (2.23)$$

где $g = 9{,}81$ м/с^2 – ускорение свободного падения; $R_\oplus = 6378$ км – радиус Земли; $m = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг – масса Земли.

Рассчитав скорость движения воображаемого спутника по окружности у самой поверхности Земли ($h = 0$), получим ***первую космическую скорость*** $v_{1к} = 7{,}91$ км/с.

Расстояния перигея и апогея от центра Земли вычисляются по формулам

$$q = a \cdot (1 - e) = R_\oplus + h_\text{П}, \quad Q = a \cdot (1 + e) = R_\oplus + h_\text{А}, \qquad (2.24)$$

где a, e – большая полуось и эксцентриситет орбиты ИСЗ; $R_\oplus$ – радиус Земли; $h_\text{П}$, $h_\text{А}$ – высота перигея и апогея орбиты ИСЗ от поверхности планеты.

Период обращения тел вычисляется по третьему закону Кеплера:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{G \cdot m}} a^{3/2} = \frac{2\pi}{R\sqrt{g}} a^{3/2}. \qquad (2.25)$$

Траектория движения КА состоит из активного и пассивного участков. На активном участке, когда двигатели КА включены, характер движения определяется притяжением Земли. Пассивный участок начинается после отключения двигателей. Если скорость КА на начальной стадии движения $v \geqslant v_p$, то КА будет двигаться по параболе (или гиперболе) до тех пор, пока не выйдет из сферы действия Земли и/или не войдет в сферу действия другого тела.

При рассмотрении вопроса о движении искусственного аппарата от одного небесного тела к другому следует учитывать *радиус* ρ *сферы действия* тела массой m относительно другого тела массой m':

$$\rho = r \cdot \left(\frac{m}{m'}\right)^{2/5}, \qquad (2.26)$$

где r – расстояние между m и m'.

Чтобы КА вышел из сферы действия тела массой m, с которого его запускают, и попал в сферу действия второго тела массой m', необходимо придать ему начальную скорость

$$v_0 \geqslant v_p = v_c \cdot \sqrt{2} = \sqrt{\frac{2G \cdot m}{R + h}}. \qquad (2.27)$$

У поверхности Земли ($h = 0$; $m = m_\oplus$; $R = R_\oplus$) параболическая скорость $v_{2к}$, которая в этом случае называется ***второй космической скоростью***, равна 11,2 км/с.

Можно показать также, что для выхода КА из сферы действия тела, с поверхности которого он запущен, ему необходимо сообщить начальную скорость v_0 такую, что

$$v_0 = \sqrt{v_p^2 + v_\text{add}^2}, \qquad (2.28)$$

где v_p – параболическая скорость КА относительно тела, с поверхности которого он запускается; v_add – дополнительная скорость КА, которую он должен иметь, войдя в сферу притяжения Солнца, относительно тела, с поверхности которого запускается. Эта дополнительная скорость определяется как векторная разность между гелиоцентрической скоростью КА и гелиоцентрической скоростью планеты.

Если рассматривается возможность выхода тела из сферы действия Солнца (выход за пределы Солнечной системы) при старте с Земли, то дополнительную скорость необходимо определить как разность параболической скорости КА относительно Солнца на расстоянии Земли от Солнца $v_{p\odot} = 42{,}1$ км/с и гелиоцентрической скорости Земли $v_\oplus = 29{,}8$ км/с (при старте в направлении движения Земли вокруг Солнца), а именно

$$v_\text{add} = v_{p\odot} - v_\oplus = 12{,}3 \text{ км/с}, \qquad (2.29)$$

или как их сумму (при старте против направления движения Земли вокруг Солнца):

$$v_\text{add} = v_{p\odot} + v_\oplus = 71{,}9 \text{ км/с}. \qquad (2.30)$$

Таким образом, принимая во внимание, что $v_p = 11{,}2$ км/с, из формулы (2.28) получим начальную скорость, необходимую для выхода за пределы Солнечной системы при старте с Земли:

$$16{,}6 \leqslant v_0 \leqslant 72{,}8 \text{ км/с}. \qquad (2.31)$$

Минимально возможная при этом скорость $v_{3к} = 16{,}6$ км/с называется ***третьей космической скоростью***.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Как объяснить движение большинства планет по орбитам, близким к круговым?

2. Покажите, что скорость Земли на орбите 29,8 км/с соответствует круговому движению тела на расстоянии 1 а.е. относительно Солнца.

3. Перечислите условия, необходимые для запуска ИСЗ и КА.

4. Определите радиус ρ сферы действия Луны относительно Земли.

5. Что такое дополнительная скорость КА и каков ее физический смысл?

6. Что подразумевают под первой, второй и третьей космической скоростью?

7. Можно ли запустить ИСЗ со скоростью, которая меньше первой космической?

8. Где больше скорость ИСЗ – в апогее или перигее?

9. Определите соотношение скоростей Земли на орбите в афелии и перигелии. Необходимые для расчета параметры приведены в Приложении.

Примеры решения задач

Задача 1. Найдите закон изменения массы ракеты в зависимости от времени, если ракета движется в отсутствие внешних сил с постоянным ускорением ω, скорость истечения газа относительно ракеты постоянна и равна u, а ее масса в начальный момент времени равна m_0.

Решение. Запишем приращение импульса системы ракета – газ в инерциальной системе отсчета, связанной с ракетой в некоторый момент времени t_1, за время Δt (для времени $t_1+\Delta t$): $\Delta p = m\cdot\omega\cdot\Delta t + \Delta m\cdot u$ (заметим, что $\Delta m\cdot u < 0$). Поскольку в отсутствие внешних сил $\Delta p = 0$, получим

$$\frac{\Delta m}{m} = -\frac{\omega\cdot\Delta t}{u} \Rightarrow \int_{m_0}^{m}\frac{\Delta m}{m} = -\frac{\omega\cdot t}{u} \Rightarrow m = m_0\cdot e^{-\frac{\omega\cdot t}{u}}.$$

Задача 2. Два спутника Земли движутся в одной плоскости по круговым орбитам. Радиус орбиты одного спутника $r_1 = 7000$ км, радиус другого $r_2 = 7070$ км. Определите синодический период этих спутников относительно друг друга.

Решение. Рассмотрим два возможных случая, когда спутники движутся: 1) в одном направлении; 2) в разных направлениях.

1. При движении в одном направлении формула для их синодического периода

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T+\Delta T},$$

где $T_1 = T$ и $T_2 = T+\Delta T$ – периоды обращения спутников вокруг Земли.

Отсюда: $S = T\left(1+\dfrac{T}{\Delta T}\right)$.

2. При движении спутников в противоположных направлениях формула для синодического периода

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T} + \frac{1}{T+\Delta T}.$$

Отсюда $S = T\dfrac{1+\dfrac{\Delta T}{T}}{2+\dfrac{\Delta T}{T}}$.

Значения T и ΔT определим на основании третьего закона Кеплера, учитывая, что $M_\oplus >> m_{сп}$, и выразим их через $r = r_1$ и $\Delta r = r_2 - r_1$:

$$\frac{r^3}{T^2\cdot M_\oplus} = \frac{G}{4\pi^2};\ T = \frac{2\pi\cdot r^{3/2}}{(G\cdot M_\oplus)^{1/2}}.$$

Продифференцировав последнее выражение, имеем

$$\Delta T = \frac{3\pi\cdot r^{1/2}}{(G\cdot M_\oplus)^{1/2}}\cdot\Delta r;\ \Delta T = \frac{3}{2}\cdot\frac{T}{r}\cdot\Delta r.$$

Подставив значения T и ΔT в формулы для синодического периода, в итоге получим: 1) $S = 4^d,57$; 2) $S = 49^m$.

Задачи для самостоятельного решения

1. За какое время можно долететь от Земли до Марса в космическом корабле, движущемся по гомановской траектории, т.е. по орбите, перигелийное расстояние которой равно расстоянию Земли от Солнца (1 а.е.), афелийное расстояние равно расстоянию Марса от Солнца (1,52 а.е.)?

2. * Спутник движется по круговой орбите с $r = 7000$ км. В некоторый момент времени его скорость возросла на $\Delta v = 200$ м/с. Определите максимальное удаление спутника от поверхности Земли ($R_\oplus = 6371$ км; $M_\oplus = 5{,}973\cdot10^{24}$ кг; $G = 6{,}6738\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2)).

3. Каков предельный размер шарообразного астероида со средней плотностью $\bar{\rho} = 3$ г/см^3, с которого можно, не разбегаясь, прыгнуть в открытый космос?

4. Спутник «Молния» в перигее удален от центра Земли на 7000 км, в апогее – на 46 000 км. Вычислите период обращения спутника вокруг Земли и эксцентриситет его орбиты.

5. * При трении о воздух скорость спутника, летящего в разреженных слоях атмосферы, не снижается, а повышается. Докажите, что так

оно и должно быть, а энергия, которую спутник расходует на преодоление сопротивления воздуха, равна приращению его кинетической энергии.

6. Как будут изменяться линейная и угловая скорости спутника, движущегося в условиях слабого трения? Считать орбиту спутника круговой.

7. Звездолет исследует нейтронную звезду массой $M = 2 \cdot M_{\odot}$. На каком расстоянии от нее приливные силы не создают опасности для здоровья космонавта? Безопасной считать перегрузку не более $2g$.

8. Определите, когда по местному времени 21 марта и под каким углом к горизонту необходимо на широте $\varphi = 55°$ запустить звездолет с минимальными затратами энергии?

9. Космический корабль стартует с борта искусственного спутника Земли, движущегося вокруг планеты по эллиптической орбите. В какой точке траектории спутника целесообразнее осуществить запуск космического корабля, если известно, что вторая космическая скорость в апогее ($h_Q = 330$ км) составляет 10,918 км/с, а в перигее ($h_q = 180$ км) равна 11,040 км/с.

10. Определите массу и среднюю плотность планеты, если известно, что скорость спутника на круговой орбите вокруг планеты $v = 9$ км/с, время обращения $T = 2$ ч, а расстояние от поверхности $h = 100$ км.

11. * По круговой орбите высотой h на небольшом расстоянии l друг от друга в одном направлении со скоростью v движутся два спутника A и B (рис. 2.15).

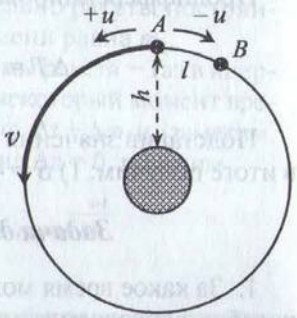


Рис. 2.15. Движение спутников по круговой орбите

С первого спутника (A) на второй (B) нужно перебросить контейнер, масса которого много меньше массы спутника. Скорость u контейнера относительно спутника значительно меньше скорости v спутника относительно Земли. В каком случае контейнер будет быстрее доставлен на второй спутник: если бросить его по движению или против движения первого спутника? Ответ обоснуйте. Найдите скорость u контейнера относительно спутника, при которой время доставки груза будет минимальным.

12. Спутник пролетает над поверхностью Земли на высоте 200 км. Каков наименьший размер деталей на Земле, которые можно с него сфотографировать? Учесть, что размер диска дрожания звезды из-за влияния земной атмосферы составляет 1–2″.

13. Рассчитайте третью космическую скорость на Марсе с учетом эллиптичности его орбиты. Из какой точки орбиты Марса (из перигелия или из афелия) выгоднее стартовать, чтобы покинуть Солнечную

систему? Вращением Марса вокруг своей оси пренебречь. Эксцентриситет орбиты Марса равен 0,0934, а ее большая полуось — 1,5237 а.е.

14. Какова безопасная скорость движения управляемого с Земли марсохода «Pathfinder», если его телекамера «видит» только на $l = 10$ м?

15. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите. В любой момент времени спутник можно видеть с половины поверхности Земли. Найдите период обращения спутника. Рефракция у горизонта составляет 35′, поглощение света в атмосфере не учитывать.

16. * Спутник движется по круговой орбите в плоскости земного экватора на высоте $h = 400$ км над поверхностью Земли. Направление его движения совпадает с направлением вращения Земли. В течение какого промежутка времени его могут наблюдать жители г. Кито (столица Эквадора), который расположен вблизи экватора, при каждом пролете спутника от горизонта до горизонта?

17. Известно, что орбитальный телескоп «Хаббл» в случае существенных неисправностей планируется затопить в океане. На какую минимальную величину необходимо уменьшить его скорость, чтобы он упал на земную поверхность? Сейчас «Хаббл» движется по круговой орбите высотой $h = 570$ км. Считать, что скорость может быть изменена мгновенно.

18. * Какая часть геостационарной орбиты находится в поле зрения наблюдателя, проживающего в г. Минск (широта Минска $\varphi_M = 53°54′$)?

19. 9 марта 2011 г. космический аппарат «Вояджер-1» находился на расстоянии 116,406 а.е. от Солнца и двигался со скоростью 17,062 км/с. Определите, какой вид конического сечения представляет собой орбита аппарата: окружность, эллипс, параболу или гиперболу.

20. Спутник движется на расстоянии 300 км от поверхности Земли со скоростью 8,1 км/с. Какую форму имеет его орбита? Определите ее большую полуось.

21. Путешествие на Марс по гомановской траектории занимает 260 сут. Какова должна быть разность гелиоцентрических долгот Земли и Марса в момент старта корабля?

22. * Представляющий потенциальную опасность метеорит пролетает на расстоянии 200 км от поверхности Земли со скоростью 13,8 км/с. Станет ли он спутником Земли? Определите большую полуось его траектории относительно Земли.

23. * Сколько времени потребуется для экспедиции на Марс (с посадкой на планету) и обратно, если она будет осуществляться по гомановской траектории?

24. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите в плоскости экватора. Наблюдатель в Тегеране ($\varphi = 35°,6$) видит

спутник на высоте $h = 46°,0$ в момент пересечения небесного меридиана. Найдите расстояние спутника от центра Земли.

25. * После сближения с Землей космический аппарат «Кассини» перешел на траекторию полета к Юпитеру с гелиоцентрической скоростью 38,5 км/с. 30 декабря 2000 г. «Кассини» вошел в сферу действия планеты-гиганта с гелиоцентрической скоростью сближения, по направлению совпадающей с орбитальной скоростью Юпитера. Во время пролета сферы действия (над дневным полушарием планеты) вектор планетоцентрической скорости изменил свое направление на 160°. Найдите гелиоцентрическую скорость аппарата после гравитационного маневра и угол поворота вектора гелиоцентрической скорости.

ГЛАВА 3. ОСНОВЫ АСТРОФИЗИКИ

3.1. Астрофизика планет и звезд

3.1.1. Земля – планета Солнечной системы

В первом приближении Земля является шарообразной. Принцип определения ее размеров был предложен впервые еще в III в. до н.э. древнегреческим философом и географом Эратосфеном Александрийским (276–194 гг. до н.э.).

Из рис. 3.1 видно, что длина единичной дуги (дуга в 1°)

$$l^\circ = \frac{l}{\Delta\varphi^\circ} = \frac{l}{\varphi_2 - \varphi_1} = \frac{\pi \cdot R_\varphi}{180^\circ},$$

где φ – широта местности; R_φ – радиус кривизны земного шара. Отсюда радиус кривизны единичной дуги (радиус кривизны земного шара в указанном диапазоне широт) $R_\varphi = \dfrac{180^\circ \cdot l}{\pi \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)}$.

Если радиусы кривизны R_φ разных участков земного меридиана одинаковы, то он является полуокружностью и Земля имеет форму шара. В противном случае Земля не является шарообразной.

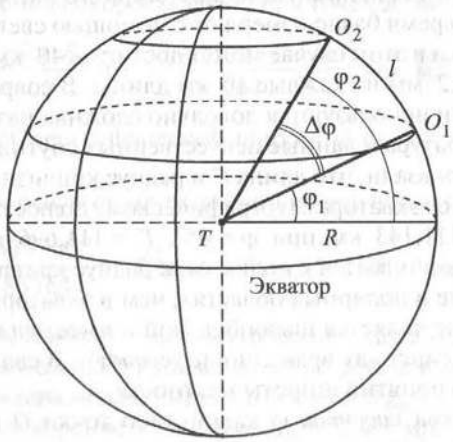


Рис. 3.1. Измерение радиуса земного шара

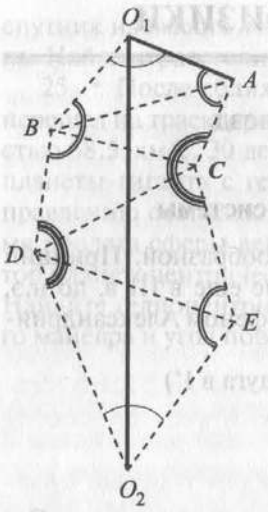


Рис. 3.2. Схема триангуляции для дуги меридиана O_1O_2

Непосредственно измерить значительные линейные расстояния вдоль географического меридиана невозможно из-за естественных преград. Для этого используется метод триангуляции (от лат. triangulum – треугольник). Вдоль дуги меридиана, длину которой нужно определить, по обеим сторонам устанавливают специальные вышки (*геодезические сигналы*), которые являются вершинами сети треугольников. Эта система называется триангуляционной сетью. Одну из сторон треугольника, связанную с концевым пунктом, принимают за *базис*. Его длину тщательно измеряют непосредственным образом. Затем с помощью угловых измерений определяют углы всех треугольников и по формулам для сферических треугольников рассчитывают все стороны треугольников, а также длину их проекций на меридиан, т.е. длину дуги меридиана (рис. 3.2).

Первые масштабные измерения длины дуги меридиана проводились в середине XIX в. под руководством Ф. Струве. Была построена сеть из 265 геодезических сигналов протяженностью более 2800 км (дуга Струве). Сохранившиеся 34 пункта дуги Струве (19 из них находятся на территории Беларуси) в 2005 г. внесены ЮНЕСКО в число памятников Всемирного наследия.

В настоящее время базис измеряют с помощью свето- и радиолокации. Длина базиса в этом случае может достигать 40 км. Ее измеряют с погрешностью ±2 мм на каждые 10 км длины. В современной триангуляционной сети используются довольно сложная наземная радиолокационная аппаратура и данные искусственных спутников Земли.

Измерения показали, что длина l° и радиус кривизны R_φ единичной дуги изменяются от экватора к географическому полюсу: $l^\circ = 110{,}576$ км при $\varphi = 0$; $l^\circ = 111{,}143$ км при $\varphi = 45^\circ$; $l^\circ = 111{,}696$ км при $\varphi = 90^\circ$. Длина дуги l° увеличивается к полюсам, и радиус кривизны земной поверхности больше в полярных областях, чем в экваториальных. Таким образом, Земля не является шарообразной и имеет сплющенную форму, близкую к эллипсоиду вращения (*сфероиду*). В связи с этим существует несколько понятий широты местности.

Астрономической широтой φ какой-либо точки O на поверхности эллипсоида считается угол между плоскостью земного экватора и отвесной линией в данной точке.

Геоцентрической широтой φ' называется угол между плоскостью земного экватора и радиус-вектором точки O (вектором, соединяющим центр эллипсоида с данной точкой).

Геодезическая широта – это угол между плоскостью земного экватора и нормалью к сфероиду в данной точке.

В 1979 г. на XVII съезде Международного геодезического и геофизического союза в Канберре были приняты следующие элементы сфероида: экваториальная полуось $a = R_0 = 6378{,}136$ км; полярная полуось $b = R_P = 6356{,}751$ км; разность этих величин $\Delta R = R_0 - R_P = 21{,}385$ км; сжатие сфероида $\varepsilon = \Delta R / R_0 = 1/298{,}257$.

В геодезии и гравиметрии при проведении точных измерений принято считать, что форма Земли отличается как от эллипсоида вращения, так и от трехосного эллипсоида и близка к поверхности спокойного океана, которая продолжается под материками. Такая фигура (*геоид*) описывается поверхностью равновесия (уровенной поверхностью), в каждой точке которой нормаль совпадает с отвесной линией (на материках это бывает не всегда из-за различной плотности пород). Однако разница между поверхностями геоида и эллипсоида вращения не превышает ±100 м.

В астрономии часто используют следующие значения параметров Земли: $R_0 = 6378$ км, $R_P = 6357$ км, $l^\circ = 111{,}2$ км, $\varepsilon = 1/298$. Земной экватор подобен окружности длиной 40 075 км, а меридианы – эллипсам длиной 40 008 км.

Период вращения Земли $T = 23^h56^m04^s = 86\ 164^s$ (среднего времени), поэтому линейная скорость вращения точек земного экватора

$$v_0 = \frac{2\pi \cdot R_0}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14159 \cdot 6\,378\,136}{86\,164} \approx 465 \text{ м/с},$$

а на произвольной географической широте φ скорость $v = v_0 \cdot \cos\varphi = 465 \cdot \cos\varphi$ м/с.

Угловая скорость ω всех точек земной поверхности одинакова:

$$\omega = \frac{360^\circ \cdot 360''}{86\,164} = 15'',041\,(\text{с}^{-1}) = 7{,}2921 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}.$$

Ускорение силы тяжести Земли не одинаково вдоль меридиана и зависит от широты местности. На произвольной широте φ ускорение силы тяжести на уровне океана можно выразить формулой $g_\varphi = g_0 + (g_{90} - g_0) \cdot \sin^2\varphi$ ($g_0 = 9{,}780$ м/с^2 – ускорение на экваторе; $g_{90} = 9{,}833$ м/с^2 – ускорение на полюсе). Отклонение $\Delta g_\varphi = g'_\varphi - g_\varphi$ называется гравитационной аномалией (g_φ – среднее значение ускорения на широте φ; g'_φ – местное его значе-

ние, связанное с возможным наличием залежей полезных ископаемых, неоднородным строением земной коры и т.п.). Если $\Delta g_\varphi > 0$, то в этом месте, возможно, имеются залежи тяжелых элементов (руды), если $\Delta g_\varphi < 0$, то здесь может быть нефть или газ.

На основании подобных гравиметрических измерений силы тяжести был сделан вывод, что масса Земли $M_\oplus \approx 5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг, а ее средняя плотность $\bar{\rho}_\oplus \approx 5{,}52$ г/см^3. В то же время известно, что плотность земной коры $\rho \approx 2{,}70$ г/см^3. Из этого следует, прежде всего, что плотность Земли значительно увеличивается с глубиной.

О свойствах **литосферы** Земли (в широком смысле этого слова, т.е. о твердой составляющей Земли) судят в основном по данным сейсмологических и других геофизических исследований. Например, момент инерции шара, плотность которого возрастает к центру, меньше, чем у однородного шара. Чем больше масса концентрируется к центру, тем меньше момент инерции. Момент инерции Земли равен 0,83 момента инерции однородного шара такого же размера и массы.

Известно, что сейсмические волны бывают продольными и поперечными. Зная их тип и характер (например, скорость) распространения внутри Земли, можно судить о составе и свойствах литосферы. Поперечные волны существуют только в твердых телах. Их наличие свидетельствует о том, что литосфера является твердой вплоть до больших глубин. Однако было доказано, что, начиная с глубины ~3000 км, поперечные волны распространяться не могут. Следовательно, внутри литосферы есть жидкое ядро.

Верхний слой литосферы (см. рис. 3.5) – ***кора*** толщиной $h \approx 35$ км в среднем (в некоторых местах она достигает 70 км). Возраст земной коры примерно $4{,}5 \cdot 10^9$ лет. Верхний ее слой (5–7 км) состоит преимущественно из осадочных пород, оксидов кремния, алюминия, железа (Si, Al, Fe) и щелочных металлов. Средний слой – гранитный (70% кремнезема) толщиной до 35–40 км, но в некоторых местах он может выходить на поверхность. Нижний слой коры – базальтовый, его толщина достигает 30 км.

В земной коре температура t повышается с глубиной: за первые 3 км – на 1 °С каждые 100 м, затем 2 °С на 100 м. На глубине 10 км температура составляет примерно 180 °С. Это обусловлено, прежде всего, потоком тепла из глубин.

Под корой залегает слой, называемый ***мантией***. Граница между корой и мантией довольно резко обозначена и называется слоем (поверхностью) Мохоровичича (на глубине в среднем 40 км). Мантия состоит в основном из веществ в твердом состоянии (базальты, силикаты), за исключением отдельных лавовых «карманов», которые находятся

в жидком состоянии при существующих там температуре и давлении. Плотность мантии возрастает от поверхности Мохоровичича до границы ядра от 3,3 до 5,2 г/см^3. Нижняя граница мантии находится на глубине около 2950 км.

В современных моделях Земли выделяют *литосферу в узком смысле* – наружный слой твердой составляющей Земли, который включает в себя кору и верхнюю часть мантии приблизительно до глубины 70 км, и *астеносферу* – нижнюю часть мантии. Литосфера расколота примерно на 10 больших тектонических плит, по границам которых расположена подавляющая часть очагов землетрясений. Под жесткой литосферой находится слой повышенной текучести – астеносфера Земли (здесь температура вещества мантии наиболее близка к температуре плавления). Из-за малой вязкости астеносферы литосферные плиты, как говорят, «плавают» в астеносферном «океане». Этим объясняется такое явление, как дрейф материков.

Далее следует ***ядро*** Земли. Оно разделяется на две части: внутреннюю и внешнюю. *Внешнее ядро* (слой толщиной 2100–2200 км), которое составляет около 30% массы Земли, обладает свойствами тягучей жидкости и электропроводностью, содержит предположительно 85% железа (Fe). Оставшиеся 15% – это в основном кислород (O), кремний (Si), никель (Ni), сера (S). На границе мантия – внешнее ядро плотность ρ резко повышается до 9,4 г/см^3, температура возрастает от 2000 до 4000 °С, а давление p – от $1{,}5 \cdot 10^6$ до $2 \cdot 10^6$ атм. *Внутреннее ядро* имеет радиус примерно 1250 км. Оно составляет около 1,7% массы Земли и обладает свойствами твердого тела. В его центральной зоне $t \approx 5000$ °С, $p = 3{,}6 \cdot 10^6$ атм и $\rho = 12{,}5$ г/см^3. Внутреннее ядро содержит 20% никеля (Ni) и 80% железа (Fe).

Наиболее распространенные химические элементы в твердой оболочке Земли – Fe (34,6%), O (29,5%), Si (15,2%), Mg (12,7%). Содержание остальных элементов в сумме составляет менее 8%. Из соединений можно выделить SiO_2 и Al_2O_3.

Земля – единственная известная планета Солнечной системы, которая обладает **гидросферой**. Гидросфера сыграла решающую роль в процессе возникновения жизни на Земле. Благодаря циркуляции воды и ее высокой теплоемкости гидросфера уравнивает климатические условия на разных широтах и формирует климат на планете. Кроме того, вода создает парниковый эффект: ее пары в атмосфере поглощают инфракрасное излучение в области длины волны $\lambda = 10$ мкм, которое переизлучается земной поверхностью, тем самым повышая равновесную температуру Земли на ~40 °С.

Земная **атмосфера** содержит в основном азот (78,1%), кислород (20,9%), аргон (0,93%) и углекислый газ (около 0,03%). Остальной

ные составляющие – примеси Ne, He, Kr, H_2, CH_4, N_2O. Важными переменными составляющими также являются водяной пар H_2O (от 0 до 3%, причем в полярных зонах – 0,2%, на экваторе – 3%) и озон O_3 ($3 \cdot 10^{-6}$ % – на уровне моря, от $3 \cdot 10^{-4}$ до 1% – на высоте 20–30 км). Такой процентный состав атмосферы сохраняется примерно до высоты 100–120 км. Исключением является озон, находящийся преимущественно на высоте около 30 км, а также водяные пары, которых выше 10–15 км почти нет.

Атмосфера Земли состоит из пяти слоев: тропосферы, стратосферы, мезосферы (озоносферы), термосферы (ионосферы) и экзосферы. Такое деление определяется зависимостью температуры атмосферы от высоты (рис. 3.3).

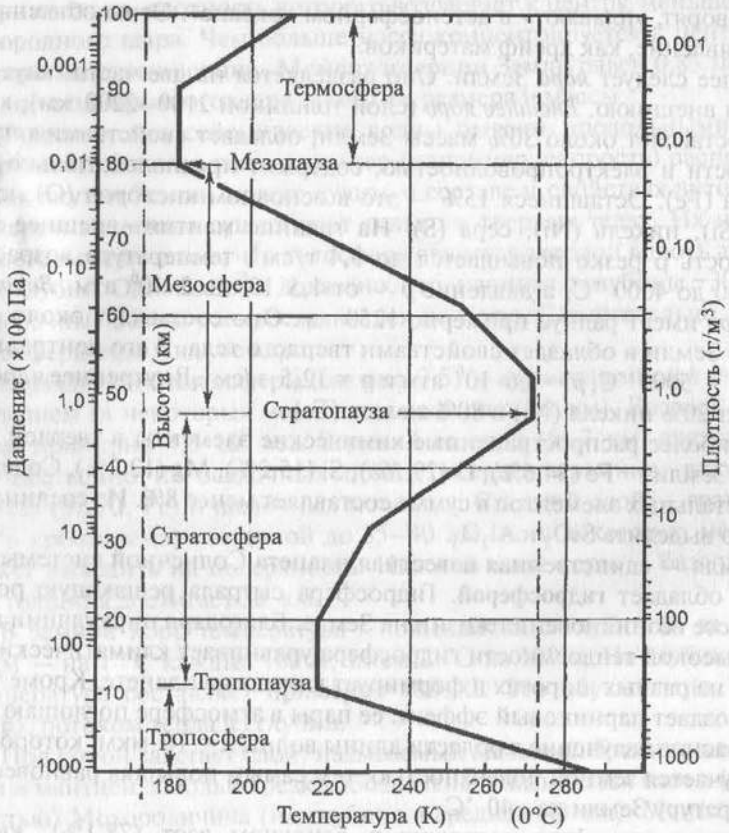


Рис. 3.3. Физические характеристики атмосферы Земли в зависимости от высоты

Внизу расположена ***тропосфера*** (до высоты 11–12 км в средних широтах, до 8–10 км в полярных широтах и до 16–18 км на экваторе). В тропосфере с увеличением высоты температура снижается быстро (~6 °С/км) до −55 °С, а давление – от 1 до 0,026 атм. Тропосфера содержит 80% всей массы атмосферы и почти все водяные пары. Часть тепла передается в тропосфере конвекцией, поэтому она называется также конвективной зоной.

За тропосферой следует ***стратосфера*** (граница между ними называется тропопаузой), в нижних (до 20 км) слоях которой температуру можно считать примерно постоянной (около −55 °С). Выше 20 км в стратосфере температура начинает возрастать почти до 0 °С на уровне стратопаузы (границы между стратосферой и мезосферой) на высоте ~55 км. Стратосфера содержит примерно 20% всей массы атмосферы (на остальные части выше приходится всего около 0,5% ее массы).

Одной из причин увеличения температуры на высоте более 20 км является экзотермическая реакция разложения озона: $O_3 + h\nu \rightarrow O_2 + O$. Озон в стратосфере появляется в результате реакций $O_2 + h\nu \rightarrow O + O$, $O + O_2 + M \rightarrow O_3 + M$, где M – третья молекула (катализатор). Концентрация озона повышается с увеличением высоты и достигает максимума на высоте ~30 км. Здесь происходит наиболее активное образование O_3. Общая масса озона составила бы при нормальном давлении слой толщиной всего 1,7–4,0 мм, но этого количества O_3 достаточно для поглощения всего ультрафиолетового излучения с длиной волны от 200 до 300 нм, губительного для всего живого. Поглощение также приводит к разогреву стратосферы.

Слой атмосферы на высоте 55–80 км, где вновь происходит снижение температуры с увеличением высоты, называется ***мезосферой***. На границе мезосферы и термосферы (в мезопаузе) отмечается температурный минимум (до −90 °С), а давление составляет всего 7 Па.

Выше мезопаузы – ***термосфера***. Здесь с увеличением высоты до ~400 км температура возрастает и достигает днем в период солнечной активности 1800 К (в обычном состоянии – менее 1000 К). Причиной повышения температуры является поглощение ультрафиолетового излучения Солнца на высоте 150–300 км, обусловленное ионизацией атомарного кислорода: $O + h\nu \rightarrow O^+ + e^-$.

На высоте более 400 км температура постоянна (отсюда и название этого слоя – термосфера). В общем термосфера представляет собой слабоионизированную плазму за счет ионизации O, O_2, N_2 под действием ультрафиолетового излучения. Термосферу называют также *ионосферой*.

Выше термосферы на высоте более 1000 км находится ***экзосфера***, откуда атмосферные газы рассеиваются в пространство (происходит постепенный переход от атмосферы к межпланетному пространству).

До 100–120 км газовый (химический) состав атмосферы однороден за счет перемешивания, обусловленного конвекцией. Выше происходит дифференциация состава атмосферы (зона диффузного разделения): до 400 км азот находится еще в молекулярном виде, а кислород – уже в атомарном состоянии. В результате на высоте 400–500 км азота почти нет, атмосфера состоит главным образом из атомарного кислорода и более легких газов (концентрация газов атмосферы здесь в 10^{11}–10^{12} раз меньше, чем на уровне моря). Выше 700 км преобладают водород и гелий.

Экзосфера состоит из водорода и простирается на несколько земных радиусов (ее еще называют *водородной геокороной*). Концентрация атомов и молекул водорода в геокороне 10^2–10^3 см$^{-3}$.

Концентрация электрических зарядов (электронная концентрация равна ионной) в термосфере (ионосфере) на высоте 300 км составляет днем около 10^6 см$^{-3}$. Такая плазма отражает радиоволны длиной $\lambda \geqslant 20$ м, а более короткие пропускает и поглощает. Критическая частота (граница пропускания) $\nu = 9 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{n_e}$ (Гц) и зависит от электронной концентрации n_e, которая в свою очередь зависит от интенсивности излучения Солнца (днем и ночью она разная). При рекомбинации ионов и электронов (образовании молекул из атомов) часто появляются атомы (молекулы) в возбужденном состоянии, которые дают слабое свечение ночью. Свечение обусловлено также некоторыми химическими реакциями в верхней атмосфере. Свечение ночного неба ограничивает минимальную яркость космических объектов, которые можно наблюдать с Земли. Например, звезды слабее 22^m «забиваются» фоновым свечением ночного неба (22^m – звездная величина квадратной угловой секунды ночного неба).

Важную роль в оптике атмосферы играют аэрозоли, взвешенные в атмосфере, которые обусловливают рассеяние излучения. Однако их концентрация значительно снижается с увеличением высоты.

Земля обладает довольно сильным (даже в масштабах Солнечной системы) **магнитным полем**. Магнитные полюса Земли не совпадают с географическими. Угол между направлением стрелки компаса и истинным направлением на север называется ***магнитным склонением***, а угол между стрелкой (силовой линией) и горизонтальной плоскостью – ***магнитным наклонением***.

Положение магнитных полюсов изменяется со временем. Установлено, что магнитный полюс северного полушария дрейфует со скоростью 5–6 км в год. Магнитное поле Земли близко к полю магнитного диполя. Диполь, который в наибольшей степени описывает поле Земли, называется ***эквивалентным магнитным диполем***, а его ось – ***геомагнитной***. Она не совпадает с географической осью: угол между ней и географической осью составляет ~11°,5, а проходит она на расстоянии ~450 км от центра Земли. Геомагнитные полюсы, где ось эквивалентного диполя пересекает земную поверхность, также не совпадают с географическими, причем в северном полушарии находится южный магнитный полюс (вектор магнитной индукции направлен вниз). Геомагнитные полюсы не совпадают и с реальными магнитными полюсами Земли, поскольку поле эквивалентного диполя не совпадает с полем Земли. Встречаются, например, мировые магнитные аномалии (Бразильская, Сибирская, Канадская и др.) и местные аномалии, связанные с намагниченностью горных пород земной коры (Курская и др.)

Положение геомагнитных полюсов изменяется довольно медленно. В 2015 г. южный геомагнитный полюс (северное полушарие) имел координаты $\lambda = 287°,4$, $\varphi = 80°,4$, северный геомагнитный полюс (южное полушарие) – координаты $\lambda = 107°,4$, $\varphi = -80°,4$. Магнитное поле Земли подвержено вековым вариациям с периодами 10–20, 60–100, 600–1200 и 8000 лет. В частности, геомагнитный полюс прецессирует относительно географического с периодом ~1200 лет. Напряженность геомагнитного поля снижается с 55,7 А/м на магнитных полюсах до 33,4 А/м на магнитном экваторе. Соответственно можно ввести геомагнитную систему координат (геомагнитную широту и долготу).

Возраст магнитного поля Земли составляет по меньшей мере 2,5 млрд лет (возраст Земли – примерно 4,6 млрд лет). По данным *палеомагнитологии*, которая изучает величину и направление древнего поля Земли по сохраняющейся намагниченности осадочных горных пород, содержащих соединения железа, среднее за 10^4–10^5 лет положение геомагнитных полюсов совпадает с положением географических. Характеристики геомагнитного поля сохраняются неизменными в течение 10^5–10^7 лет, затем магнитное поле внезапно уменьшается в 3–10 раз. Эпоха ослабленного магнитного поля длится 10^3–10^4 лет. В этот период времени может произойти изменение знака магнитного поля (инверсия), когда северный и южный магнитный полюсы меняются местами (магнитный диполь «переворачивается»). Иногда в этот период происходит несколько инверсий (до двух-трех). Затем магнитное поле вновь достигает нормального уровня и сохраняется в течение 10^5–10^7 лет.

В настоящее время единственная теория, объясняющая происхождение магнитного поля Земли, – это *теория гидромагнитного динамо*. Согласно ей генерация магнитного поля Земли происходит вследствие конвективного движения электропроводящего вещества во внешнем, жидком ядре планеты.

Магнитное поле Земли вместе с солнечным ветром формирует **магнитосферу**. Внешней ее границей является ***магнитопауза***, отделяющая

геомагнитное поле от обтекающего Землю солнечного ветра (электронов, протонов, ядер тяжелых элементов). Таким образом, магнитосфера – это система электрических и магнитных полей, а также потоков заряженных частиц (рис. 3.4).

Магнитосфера не симметрична относительно дневной и ночной сторон планеты: магнитное поле с дневной стороны «сжато» солнечным ветром до расстояния примерно $10 \cdot R_\oplus$, но имеет вытянутый на миллионы километров «хвост» с ночной стороны (его диаметр примерно $40 \cdot R_\oplus$, а протяженность – около $1000 \cdot R_\oplus$). Линии магнитного поля в магнитосфере подразделяются на замкнутые (на расстоянии менее $3 \cdot R_\oplus$), близкие к линиям магнитного диполя, и открытые, которые уходят в «хвост» магнитосферы. Замкнутые линии магнитного поля Земли являются геомагнитной ловушкой для заряженных частиц, образующих радиационные пояса Земли. Известно, что заряженные частицы движутся в магнитном поле по спирали. Если частицы высокоэнергетические, то радиус этой спирали намного больше $R_\oplus$ и они движутся, проходя сквозь магнитосферу, практически не отклоняясь (чтобы частица проникла сквозь магнитное поле Земли в экваториальной области, ей необходима энергия более 1 ГэВ). Такие частицы вторгаются в атмосферу и, взаимодействуя с ее атомами, порожда-

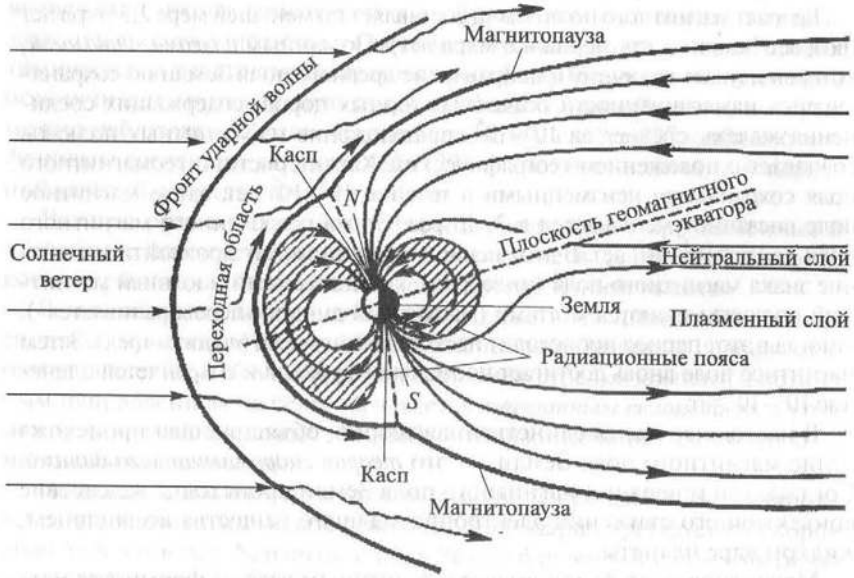


Рис. 3.4. Строение магнитосферы Земли

ют вторичные космические лучи, которые регистрируются на Земле (99% этих частиц имеют галактическое происхождение и только 1% – солнечное). Если частицы имеют меньшую энергию, то радиус их спиральной траектории сравним с $R_\oplus$. Они не долетают до поверхности Земли, захватываются ее магнитным полем и образуют так называемые ***радиационные пояса***. Электрические токи, протекающие в ионосфере и магнитосфере, создают переменный компонент магнитного поля Земли, который составляет около 1% всего поля.

Из множества радиационных поясов, как правило, выделяют три, которые имеют наибольшую концентрацию частиц. *Внутренний пояс* состоит из протонов с энергией около 100 МэВ и электронов с энергией 20–500 кэВ. Он начинается на высоте 2400 км, заканчивается на высоте 5600 км и расположен между широтами ±30°. Далее идет *внешний пояс*, расположенный на высоте 12 000–20 000 км. Затем выделяется *кольцевой ток* (на высоте 50 000–60 000 км), сила которого достигает 10^7 А. Состоит он из электронов с энергией около 200 эВ. Следует отметить, что понятие «радиационный пояс» условное и зависит от того, какие частицы и с какими энергиями взяты в расчет.

На рис. 3.4 хорошо видны так называемые ***каспы*** – воронки, которые образованы силовыми линиями магнитного поля и расширяются от поверхности Земли вплоть до магнитопаузы. Каспы разделяют дневную часть магнитосферы и геомагнитный «хвост».

Во время *вспышек на Солнце* усиливается компонент рентгеновских лучей, которые повышают ионизацию в ионосфере. В результате она начинает поглощать и пропускать все более короткие радиоволны ($\lambda < 100$ м), отражать волны средней длины и хорошо отражать более длинные. Это приводит к исчезновению радиослышимости на коротких волнах и к ее усилению на длинных.

Корпускулярное излучение Солнца (солнечный ветер) в это время также усиливается и вызывает магнитные бури и полярные сияния. Корпускулярный поток (скорость его порядка 1000 км/с) деформирует магнитные силовые линии, вызывая возмущение магнитного поля Земли, т.е. ***магнитную бурю***, которая наблюдается примерно через сутки после вспышки на Солнце.

В полярных районах, где условия захвата космических частиц в радиационные пояса хуже, частицы, двигаясь по спирали вокруг силовых линий, направленных здесь перпендикулярно поверхности Земли, могут даже при малых энергиях проникнуть в атмосферу через каспы и вызвать локальную ионизацию и, следовательно, свечение (***полярное сияние***). В полярном сиянии выделяются линии кислорода: зеленая ($\lambda = 557{,}7$ нм) и красная ($\lambda = 630$ нм). Высота полярных сияний – примерно 400–1000 км.

3.1.2. Другие планеты Солнечной системы

По своим физическим характеристикам планеты Солнечной системы подразделяются на две группы: ***планеты земного типа*** (Меркурий, Венера, Земля, Марс) и ***планеты-гиганты*** (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун). В Приложении приведены некоторые физические характеристики планет и их спутников. Внутреннее строение планет (и Луны) схематически представлено на рис. 3.5, 3.6.

Особенностью строения планет земной группы является четкая граница между газовой (атмосферой) и твердой (литосферой) составляю-

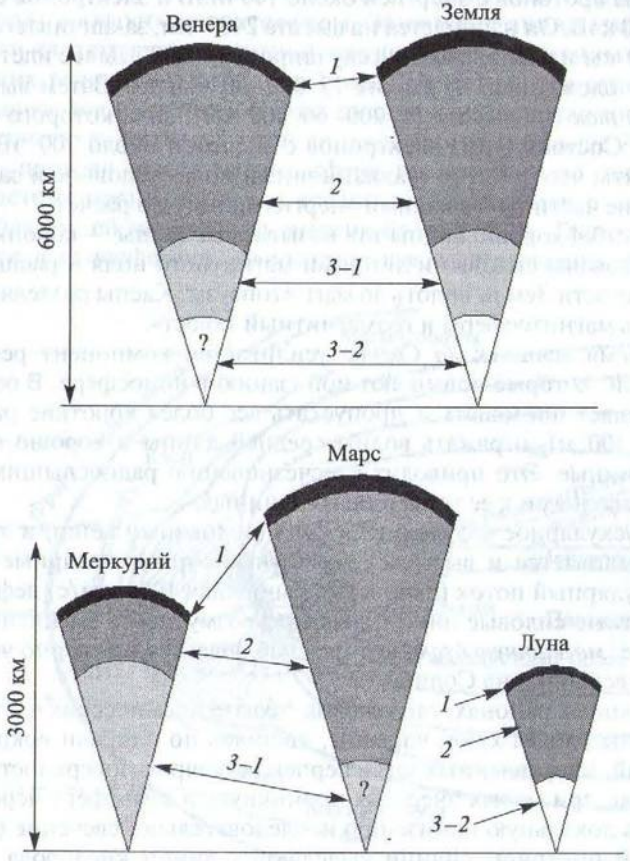


Рис. 3.5. Внутреннее строение планет земной группы и Луны:
1 – кора; *2* – мантия; *3-1* – жидкое (внешнее) ядро; *3-2* – твердое (внутреннее) ядро

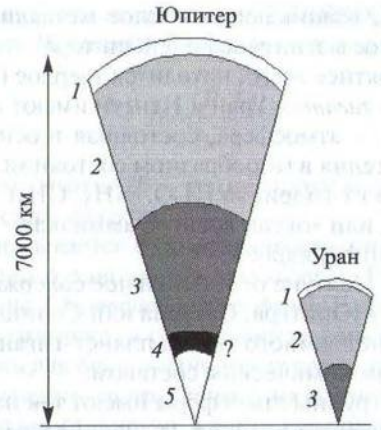


Рис. 3.6. Внутреннее строение планет-гигантов (Сатурн похож по строению на Юпитер, Нептун – на Уран):
Юпитер: *1* – газ (H_2 и He), *2* – H_2 в газожидком (сверхкритическом) состоянии и He, *3* – металлизированный водород, *4* – гидриды (H_2O, NH_3, CH_4) в газожидком состоянии, *5* – твердое ядро; *Уран*: *1* – газ (H_2 и He), *2* – гидриды в газожидком состоянии, *3* – твердое ядро

щими. У этих планет также наблюдается дифференциация вещества с глубиной: более тяжелые химические элементы располагаются ближе к центру планет (ядро Земли состоит в основном из железа). Планеты земной группы имеют химическое строение литосфер, сходное с земным. В то же время у планет-гигантов такого четкого разделения на атмосферу и литосферу нет, т.е. нет так называемой поверхности планеты, по которой можно, условно говоря, «походить».

В строении *газовых планет-гигантов* Юпитера и Сатурна принято выделять следующие слои.

1. Верхний слой, состоящий в основном из молекулярного водорода и гелия в газообразном состоянии.

2. Газожидкий слой (под облаками) – слой смеси водорода и гелия с плавным переходом от газообразной к жидкой фазе (слой сверхкритического состояния водорода). Внутренние слои Юпитера и Сатурна содержат водород и гелий практически в той же пропорции (по массе), что и Солнце: ~70% водорода, ~25% гелия и ~5% остальных элементов. Верхние слои (атмосфера) содержат на 10–15% водорода больше.

3. Слой жидкого металлического (вырожденного) водорода (под газожидким слоем). Протоны и электроны в этом слое существуют раздельно, и он является хорошим проводником электричества. Мощные

электрические токи, возникающие в слое металлического водорода, порождают гигантское магнитное поле Юпитера.

4. В центре, вероятнее всего, находится твердое (каменное) ядро.

Ледяные планеты-гиганты Уран и Нептун имеют иное строение.

1. Верхний слой – атмосфера, состоящая в основном из молекулярного водорода и гелия в газообразном состоянии.

2. Слой газожидких гидридов (H_2O, NH_3, CH_4) – так называемая «ледяная оболочка», или «океан водного аммиака».

3. Твердое (каменное) ядро.

В недрах Урана и Нептуна относительное содержание тяжелых элементов больше, чем у Юпитера, Сатурна или Солнца.

Атомосферы планет земного типа и планет-гигантов принципиально различаются своим химическим составом.

У планет земной группы атмосферы имеют так называемое вторичное происхождение (тектоническое, вулканическое, биологическое (у Земли) и т.п.). Они состоят главным образом из «тяжелых» газов: у Земли это в основном азот N_2 (78%), кислород O_2 (21%) и аргон Ar (0,9%), у Венеры – углекислый газ CO_2 (96,5%) и азот N_2 (3,5%), у Марса – углекислый газ CO_2 (95%), азот N_2 (2,7%), аргон Ar (1,6%) и кислород O_2 (0,13%).

Интересно отметить тот факт, что в отличие от атмосфер Венеры и Марса в атмосфере Земли аномально много азота и практически отсутствует углекислый газ. Во Вселенной в целом углерода больше, чем азота. Кроме того, в межзвездной среде (а следовательно, так было и в протосолнечной системе, до возникновения Солнечной системы в нынешнем ее виде) углерод существует в виде графитовых пылинок и органических соединений, а азот – в виде летучего газа N_2. Таким образом, зародышам планет гораздо легче захватывать твердые углеродистые соединения, чем азот, и поэтому неудивительно, что на Венере и Марсе наблюдаются атмосферы с доминированием углерода в форме CO_2. На Земле же вследствие жизнедеятельности разнообразных морских форм жизни двуокись углерода растворялась в воде и образовывала углеродистые породы. Если экстрагировать весь CO_2, содержащийся в связанном состоянии в известковых породах, то атмосферное содержание CO_2 повысилось бы до 95% при давлении в 70 атм, а земная атмосфера стала бы весьма похожей на венерианскую.

Совсем иной состав атмосферы Юпитера и других планет-гигантов. Там главные составляющие – водород H_2 (80–90%) и гелий He (10–19%), т.е. элементы, наиболее распространенные в космосе.

Вертикальная структура атмосферы планеты определяется температурой, составом и силой тяжести. Давление снижается в e раз (e – основание натурального логарифма, математическая константа, ирра-

циональное и трансцендентное число; $e \approx 2{,}71828182846$) при изменении высоты на величину H, которая определяется формулой

$$H = \frac{R \cdot T}{\mu \cdot g}, \tag{3.1}$$

где R – газовая постоянная; T – температура; μ – молекулярная масса; g – ускорение силы тяжести.

Формула (3.1) называется ***барометрической***, она выводится из условия гидростатического равновесия атмосферы. Величина H – *шкала высоты*, или *высота однородной атмосферы*. Если параметры, от которых зависит H, изменяются с изменением высоты, то формулу (3.1) нужно использовать для бесконечно узких слоев атмосферы.

Солнечное излучение, направленное на планету, частично отражается в космическое пространство, а частично поглощается. Поглощенная энергия нагревает поверхность планеты и атмосферу и переизлучается в длинноволновой области спектра. В итоге спектр излучения планеты имеет два максимума: один из них (более коротковолновой) соответствует отраженному солнечному излучению, второй – тепловому излучению самой планеты. Положение второго максимума определяется эффективной температурой T_{eff} планеты в приблизительном соответствии с законом Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{2886}{T_{\text{eff}}} \text{ мкм}. \tag{3.2}$$

Уровень планеты, на котором формируется отраженное или тепловое излучение на некоторой длине волны, соответствует оптической глубине $\tau = 1$ на этой длине волны (как в атмосферах звезд и Солнца). Он может располагаться в атмосфере на той или иной высоте, на некоторой глубине под поверхностью или с ней совпадать.

Доля солнечной энергии, отраженная от планеты, определяется величиной ***сферического альбедо***:

$$A_{\text{sph}} = \frac{\Phi}{\Phi_0}, \tag{3.3}$$

где Φ – поток, рассеянный планетой во все стороны; Φ_0 – падающий поток солнечного излучения.

Потоки могут быть определены в узком участке длин волн или проинтегрированы по всем длинам волн. В последнем случае A_{sph} – *интегральное сферическое альбедо*. Часть солнечного потока, равная $(1 - A_{\text{sph}}) \cdot \Phi_0$, поглощается планетой, нагревает ее и переизлучается в инфракрасном

диапазоне. Это уходящее тепловое излучение характеризуется эффективной температурой T_{eff}. Величины T_{eff} и A_{sph} взаимосвязаны ***уравнением теплового баланса***:

$$4 \cdot \sigma \cdot T_{\text{eff}}^4 = (1 - A_{\text{sph}}) \cdot E_0 + 4 \cdot \varepsilon, \qquad (3.4)$$

где $\sigma = 5{,}670373 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м$^2 \cdot$ K^4) – постоянная Стефана – Больцмана; E_0 – освещенность поверхности планеты, обусловленная излучением Солнца; ε – поток внутреннего тепла, приходящийся на единицу поверхности планеты.

У Земли, как и у других планет земной группы, поток внутреннего тепла пренебрежимо мал по сравнению с притоком энергии от Солнца, в уравнении теплового баланса его можно не учитывать. Наоборот, у планет-гигантов поток внутреннего тепла на единицу площади примерно равен потоку, получаемому от Солнца. Он играет существенную роль в уравнении теплового баланса при определении эффективных температур планет данной группы. В этом отношении (большой поток внутреннего тепла) планеты-гиганты (особенно Юпитер) ближе к звездам, чем к планетам земной группы, однако источником их внутренней энергии являются не ядерные реакции: по-видимому, излучается запас энергии, накопленной при гравитационном сжатии планеты.

На поверхности планеты (или спутника), лишенной атмосферы, температура T для дневного времени в данной точке определяется согласно уравнению локального теплового баланса

$$\alpha \cdot \sigma \cdot T^4 = (1 - A) \cdot E \cdot \cos z + F, \qquad (3.5)$$

где α – коэффициент излучения; A – локальное альбедо; z – зенитное расстояние Солнца; F – поток тепла, обусловленный теплопроводностью.

Для ночного времени в правой части уравнения (3.5) остается только величина F: поверхность излучает тепло, «запасенное» в грунте в течение дня. Это уравнение отличается от уравнения (3.4) тем, что описывает тепловой баланс в определенной точке, а не в среднем по планете. Оно приемлемо для Меркурия, Луны, большинства спутников планет-гигантов и с большой долей приближения для Марса. Теплопроводность грунта планет достаточно низка, поэтому на Меркурии, Луне и Марсе бывают значительные суточные изменения температуры. Температура в полдень и в полночь – примерно 700 и 100 K на Меркурии, 400 и 120 K на Луне, 280 и 170 K на Марсе.

На планетах с плотной атмосферой (Венера, Земля) значительный вклад в температурный баланс вносит так называемый ***парниковый эффект***. Он обусловлен сильным поглощением инфракрасного излучения поверхности планеты некоторыми сложными молекулами (CO_2, H_2O, SO_2 и др.) атмосферных газов, что приводит к разогреву приповерхностного слоя атмосферы и самой поверхности. Для Венеры такое увеличение средней температуры поверхности по сравнению с эффективной температурой составляет ~500 K, для Земли ~40 K, для Марса и Титана ~5 K.

Большая часть планет Солнечной системы обладает собственными магнитными полями. Магнитного поля практически нет только у Венеры. Весьма слабое (по сравнению с земным) магнитное поле у Марса. Наиболее мощными магнитосферами обладают газовые планеты-гиганты Юпитер и Сатурн. Поперечные размеры магнитосферы Юпитера в области головной ударной волны примерно в 100 раз превосходят размеры магнитосферы Земли, а «хвост» юпитерианской магнитосферы достигает орбиты следующей планеты – Сатурна. Размеры магнитосферы Сатурна примерно в 2,5–3 раза меньше юпитерианской. Гигантские магнитосферы этих планет обусловлены наличием в их недрах обладающего высокой проводимостью слоя металлического водорода. Магнитосферы ледяных планет-гигантов (Урана и Нептуна), природу которых связывают с токами в их жидком гидридном слое, имеют гораздо меньшие размеры и мощности.

В связи с тем что источниками магнитных полей всех планет-гигантов (и газовых и ледяных) в отличие от планет земного типа являются токи, локализованные не в ядре, а в более внешних слоях, форма магнитных полей этих планет существенно отличается от формы магнитного поля диполя: весьма значительны квадрупольные, октупольные и другие составляющие магнитного поля. Кроме того, могут возникать дополнительные факторы, приводящие к формированию магнитосферы необычной конфигурации.

Так, на форму магнитосферы Юпитера влияют два дополнительных фактора, отсутствующих в случае Земли: быстрое вращение Юпитера и наличие близкого и мощного источника магнитосферной плазмы – спутника Юпитера Ио. Благодаря своей вулканической активности Ио, находящаяся на расстоянии всего около $5{,}9 \cdot R_J$ от центра планеты (R_J – радиус Юпитера), ежесекундно поставляет в магнитосферу Юпитера до 1 т нейтрального газа, богатого серой, двуокисью серы, кислородом, натрием. Этот газ частично ионизируется и образует вблизи орбиты Ио плазменный тор.

В результате совместного действия быстрого вращения и образования плазмы внутри магнитосферы создается дополнительный источник магнитного поля – магнитодиск Юпитера. На каждой силовой линии магнитного поля центробежная сила максимальна в точке наибольшего удаления от оси вращения. Геометрическое место таких точек определяет поверхность, расположенную между плоскостями «геогра-

фического» и магнитного экваторов. В результате плазма концентрируется в центральной части магнитосферы в низкоширотной области, формируя магнитодиск – тонкий токовый слой, азимутальный ток в котором убывает пропорционально расстоянию от планеты. Полная сила тока в магнитодиске достигает величины около 100 000 000 А. Вне магнитодиска магнитное поле практически радиально и направлено от Юпитера севернее диска и к Юпитеру южнее диска.

Электроны, движущиеся в радиационных поясах Юпитера, являются источником мощного некогерентного синхротронного излучения в радиодиапазоне.

У обоих газовых гигантов (Юпитера и Сатурна) вблизи магнитных полюсов наблюдаются полярные сияния в ультрафиолетовом диапазоне спектра (излучение водорода).

3.1.3. Планеты у других звезд (экзопланеты)

Поиски планет около других звезд (***экзопланет***, или ***экстрасолнечных планет***) – одна из труднейших задач современной астрономии. Планеты чрезвычайно малы и тусклы по сравнению со звездами, а сами звезды находятся очень далеко от Солнца (ближайшая звезда Проксима (α Центавра С) – на расстоянии около 4,24 св. года). Поэтому долгое время задача открытия планет возле других звезд была неразрешимой. Тем не менее сейчас их можно обнаружить с помощью точных астрономических наблюдений.

По состоянию на середину 2016 г. достоверно подтверждено существование 3472 экзопланет в 2597 планетных системах, из которых в 589 имеется более одной планеты.

Примечание. Подавляющее большинство экзопланет обнаружено не посредством визуального наблюдения, а с использованием различных непрямых методик детектирования.

Максимальное число открытых экзопланет у одной звезды – 9. Известны две системы с шестью экзопланетами. Большинство из известных экзопланет – это газовые гиганты, что объясняется ограниченностью существующих методов детектирования (легче обнаружить короткопериодичные массивные планеты).

Поиск экзопланет осуществлялся с помощью специального космического телескопа «Кеплер» (Kepler Mission, назван в честь немецкого математика и астронома И. Кеплера), запущенного в 2009 г. К сожалению, в мае 2013 г. телескоп вышел из строя, однако к этому времени удалось достоверно открыть 132 экзопланеты и обнаружить около 2740 надежных кандидатов в экзопланеты (для окончательного подтверждения

необходима повторная регистрация экзопланеты с помощью наземного телескопа).

19 декабря 2013 г. на орбиту была выведена космическая обсерватория Gaia (Global Astrometric Interferometer for Astrophysics – глобальный астрометрический интерферометр для астрофизических исследований). Выполняя основную задачу (построение трехмерной карты нашей Галактики), эта обсерватория должна будет открыть предположительно около 10 тыс. экзопланет.

Общее количество экзопланет в нашей Галактике, по современным оценкам, должно составлять не менее 100 млрд, из которых от 5 до 20 млрд, возможно, являются «землеподобными».

Среди используемых в настоящее время методов обнаружения экзопланет следует выделить затменный (транзитный) метод, метод Доплера, метод гравитационного микролинзирования.

Ослабление света звезды при прохождении крупной планеты по ее диску может достигать 1%. На этом наблюдаемом эффекте основан ***затменный (транзитный) метод*** регистрации экзопланет. Например, в случае затмения Солнца Юпитером продолжительность затмения составит около 27 ч, а период следования затмений – 12 лет при глубине затмений ~$0{,}01^m$. С помощью такого метода открыто более 15% планет. Метод позволяет определить размеры планеты (в сочетании с методом Доплера – плотность планеты), а также дать информацию о наличии и составе атмосферы.

Метод Доплера основан на точном измерении доплеровских смещений линий излучения в спектре звезды. Так, скорость орбитального движения Солнца вокруг общего с планетами центра масс составляет около 16 м/с. В эту величину ~12,5 м/с вносят гравитационные возмущения от Юпитера и ~2,7 м/с – от Сатурна. Вклад остальных планет – менее 1 м/с. Таким образом, для гарантированного обнаружения планеты с помощью доплеровского сдвига спектральных линий излучения, обусловленного возмущением движения звезды, необходима точность измерения лучевой (радиальной) скорости звезды ~1 м/с. В настоящее время такая точность уже достигнута, а с помощью метода Доплера открыто около 80% планет.

Метод гравитационного микролинзирования основан на эффекте отклонения направления распространения света от прямолинейного вблизи массивных тел (более подробно см. в § 3.1.7). Гравитационное микролинзирование возникает в случае, когда излучение от удаленной звезды проходит на небольшом расстоянии от другой, более близкой звезды, которая в данном случае играет роль линзы и фокусирует своим гравитационным полем свет наблюдаемой звездной системы. Если при этом более близкая звезда имеет планету, то ее гравитационное поле

внесет дополнительный вклад в эффект микролинзирования (появляется асимметричная кривая блеска и возможно отсутствие ахроматичности).

Весьма перспективным (особенно в связи с орбитальными миссиями) для обнаружения экзопланет представляется еще ряд методов: астрометрический метод, метод радионаблюдения пульсаров, прямое наблюдение.

Астрометрический метод основан на изменении собственного движения звезды под гравитационным воздействием планеты. С помощью этого метода были уточнены массы некоторых экзопланет.

Пульсары, как известно, являются мощными источниками направленного радиоизлучения. Если вокруг пульсара обращаются планеты, то излучаемый им сигнал имеет осциллирующий характер. На этом эффекте основан ***метод радионаблюдения пульсаров***. С его помощью, например, к 2010 г. у двух пульсаров было найдено пять планет.

Прямое наблюдение – метод получения прямых изображений экзопланет посредством изолирования их от света звезды. Наиболее ярким примером его применения является построение изображения четырех планет звездной системы HR 8799 в созвездии Пегаса. Этот метод лучше всего работает для массивных, горячих и удаленных (10–100 а.е.) от своей звезды планет (такие планеты являются горячими из-за остаточного тепла от их образования, поэтому прямое наблюдение лучше всего работает при выборе молодых звезд). Предполагается, что космический телескоп «Джеймс Уэбб» (назван в честь второго руководителя НАСА), запуск которого намечен на 2018 г., благодаря огромному зеркалу 6,5 м и высокой разрешающей способности будет способен напрямую обнаруживать экзопланеты, а также подробно изучать состав их атмосфер.

В связи с открытием большого количества экзопланет разработана следующая их классификация по массе:

- ❑ гиганты, или юпитеры (Юпитер, Сатурн и планеты, превосходящие их);
- ❑ нептуны (Уран, Нептун и подобные им планеты);
- ❑ земли, или планеты земного типа (яркие представители – Земля, Венера).

Граница между юпитерами и нептунами проходит «по линии» появления в недрах планеты металлического водорода (это соответствует примерно 60 массам Земли или 0,19 от массы Юпитера). Граница между нептунами и землями условно проведена по линии 7 масс Земли (поскольку Уран с массой в 14,5 массы Земли – еще очевидный нептун, а Земля – типичная планета земного типа).

Юпитеры – это планеты-гиганты с массой в интервале от 0,19 до 13 масс Юпитера. Они характеризуются почти звездным химическим составом, т.е. состоят в основном из водорода и гелия. Из-за гигантского давления в недрах планеты водород переходит в металлическую фазу (становится вырожденным). Радиус планет, как правило, близок к радиусу Юпитера (R_J), или примерно в 10–12 раз превышает радиус Земли. Исключение составляют так называемые «горячие юпитеры» – планеты-гиганты, расположенные близко к своей звезде и имеющие эффективную температуру выше 1000 K. Сильно нагретая светом близкой звезды, их атмосфера расширяется, увеличивая видимый радиус планеты до $1{,}5 \cdot R_J$. Средняя плотность гигантов меняется от 0,1 г/см^3 (самые разреженные горячие юпитеры) до 12 г/см^3 (самые массивные планеты-гиганты в 10–12 масс Юпитера). Верхняя граница массы юпитеров отделяет их от *коричневых карликов* – субзвездных объектов с массами в диапазоне 0,012–0,077 массы Солнца, или примерно 13–80 масс Юпитера.

Примечание. Так же как и в звездах, в недрах коричневых карликов в определенный период идут термоядерные реакции, но в отличие от звезд главной последовательности они не могут компенсировать потерю энергии на излучение. В результате термоядерные реакции в их недрах относительно быстро прекращаются, они охлаждаются и со временем превращаются в планетоподобные объекты.

Нептуны – это планеты с массами в интервале от 7 до 60 масс Земли (0,02–0,19 массы Юпитера). Они состоят большей частью из газожидких гидридов, льдов (водяного, аммиачного, метанового, сероводородного) и скальных пород, составляющих примерно четверть полной массы планеты. Доля водорода и гелия обычно не превышает 15–20%. Давление в недрах планеты недостаточно для перехода водорода в металлическую фазу. Радиус типичного нептуна близок к 4 радиусам Земли. Средняя плотность составляет 1,3–2,2 г/см^3.

К ***землям*** относятся планеты, имеющие твердую оболочку, с массами менее 7 масс Земли. Они состоят в основном из силикатов (скальный компонент) и железа. Средняя плотность колеблется в пределах 3,5–6 г/см^3, радиус составляет 2 и менее радиусов Земли.

Поскольку границы между типами экзопланет не резкие, возможны различные промежуточные случаи. Например, планета с массой в 5 масс Земли, сформировавшаяся за «линией льдов» и мигрировавшая в центральную часть планетной системы, будет иметь химический состав, среднюю плотность и внешний вид нептуна. В то же время планета с массой в 7 масс Земли, образовавшаяся во внутренней части богатого пылью газопылевого диска, может состоять из железа и силикатов и быть гигантской планетой земного типа.

Кроме массы и химического состава важнейшей характеристикой планеты является ее положение относительно центральной звезды, что отражается в степени нагрева поверхности планеты. В связи с этим планеты делятся на 7 типов (здесь r – большая полуось орбиты планеты, $r_\oplus$ – средний радиус земной орбиты):

- ❑ горячие ($r/r_\oplus < 0{,}1$);
- ❑ очень теплые ($0{,}1 < r/r_\oplus < 0{,}4$);
- ❑ теплые ($0{,}4 < r/r_\oplus < 0{,}8$);
- ❑ прохладные ($0{,}8 < r/r_\oplus < 1{,}3$);
- ❑ холодные ($1{,}3 < r/r_\oplus < 3$);
- ❑ очень холодные ($3 < r/r_\oplus < 12$);
- ❑ ледяные ($r/r_\oplus > 12$).

Согласно такой классификации планет по температуре поверхности, Юпитер и Сатурн являются очень холодными юпитерами, Земля – прохладной землей, Венера – теплой землей, а Уран – ледяным нептуном.

3.1.4. Астрофизика Солнца и других звезд

Звезды – наиболее распространенные из наблюдаемых объектов Вселенной. Это гигантские самосветящиеся шары, в которых равновесие поддерживается за счет баланса сил гравитационного сжатия и внутреннего давления вещества и излучения. В этих газоплазменных шарах сосредоточена большая часть массы видимого космического вещества.

Спектральные характеристики большинства звезд невозможно изучить так точно и подробно, как это сделано для Солнца (рис. 3.7), вследствие чрезвычайно слабой интенсивности излучения, доходящего до нас. Однако более или менее точное представление о спектрах звезд (и о происходящих там процессах) можно получить, изучая их с помощью наборов широкополосных светофильтров.

Спектральная классификация звезд. По своим спектральным свойствам звезды подразделяются на несколько *спектральных классов*, которые обозначаются, согласно гарвардской классификации, заглавными латинскими буквами и располагаются по мере уменьшения эффективной температуры.

Примечание. Для запоминания последовательности спектральных классов обычно используется такое шуточное мнемоническое правило: «Один Бритый Англичанин Финики Жевал, Как Морковь». Есть еще один вариант такого правила: «О, Борис Александрович, Физики Ждут Конца Мучений!», намекающий на Б.А. Воронцова-Вельяминова.

❑ Класс O – голубоватые звезды. Наиболее интенсивны спектральные линии He^+ и некоторых многократно ионизованных элементов (C, Si, N, O), наблюдаются слабые линии нейтральных He и H. Типичные представители – α Жирафа, δ Ориона (Минтака).

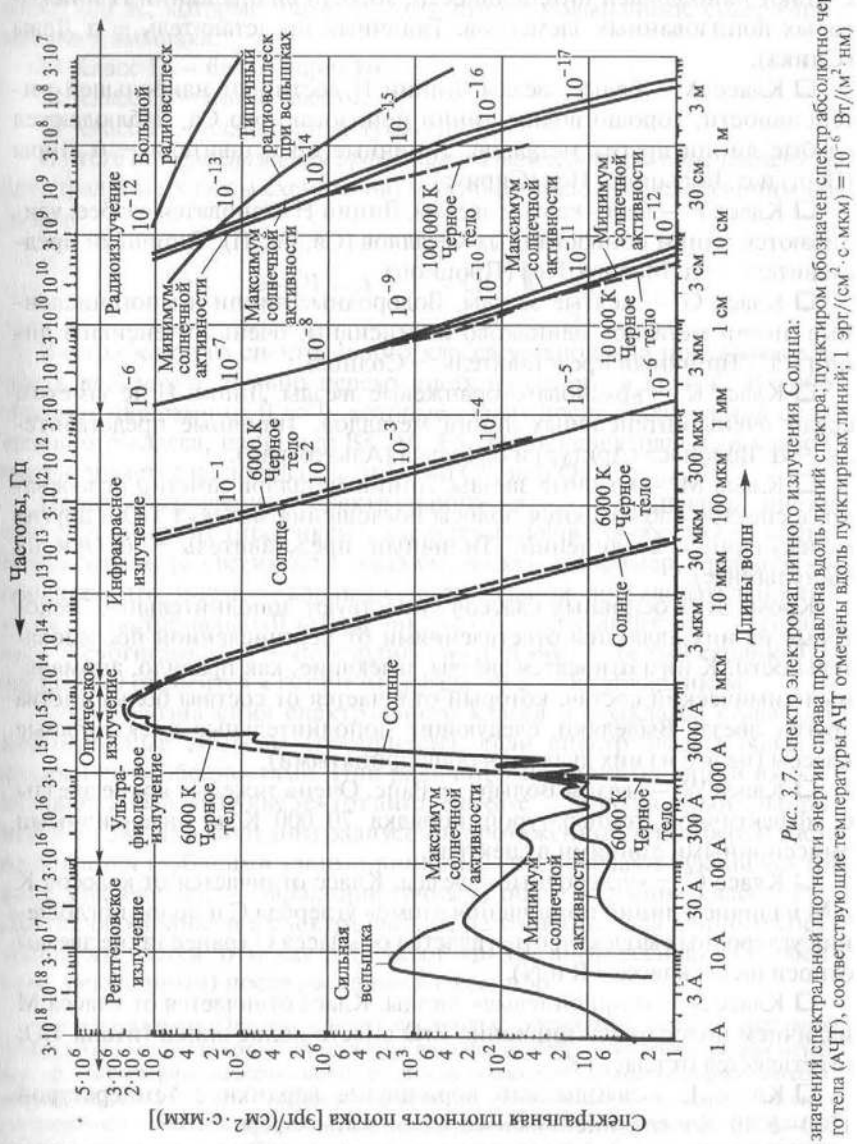


Рис. 3.7. Спектр электромагнитного излучения Солнца: шкала значений спектральной плотности энергии справа проставлена вдоль линий спектра; пунктиром обозначен спектр абсолютно черного тела (АЧТ), соответствующие температуры АЧТ отмечены вдоль пунктирных линий; 1 эрг/(см² · с · мкм) = 10^{-6} Вт/(м² · нм)

❑ Класс B – голубовато-белые звезды. Линии нейтрального He достигают наибольшей интенсивности, хорошо видны линии H и некоторых ионизованных элементов. Типичный представитель – α Девы (Спика).

❑ Класс A – белые звезды. Линии H достигают наибольшей интенсивности, хорошо видны линии ионизованного Ca, наблюдаются слабые линии других металлов. Типичные представители – α Лиры (Вега) и α Большого Пса (Сириус).

❑ Класс F – бело-желтые звезды. Линии H становятся слабее, усиливаются линии ионизованных металлов (Ca, Fe, Ti). Типичный представитель – α Малого Пса (Процион).

❑ Класс G – желтые звезды. Водородные линии и многочисленные линии металлов одинаково интенсивны, очень интенсивны линии Ca^+. Типичный представитель – Солнце.

❑ Класс K – красновато-оранжевые звезды. Линии H не заметны среди очень интенсивных линий металлов. Типичные представители – α Волопаса (Арктур) и α Тельца (Альдебаран).

❑ Класс M – красные звезды. Линии металлов заметно ослабевают, в спектре наблюдаются полосы поглощения молекул TiO и других молекулярных соединений. Типичный представитель – α Ориона (Бетельгейзе).

Кроме этих основных классов существуют дополнительные, некоторые из них являются ответвлениями от перечисленной последовательности. К ним относятся звезды, имеющие, как правило, аномальный химический состав, который отличается от состава большинства других звезд. Выделяют следующие дополнительные спектральные классы (не все из них являются общепринятыми).

❑ Класс W – звезды Вольфа – Райе. Очень тяжелые яркие звезды с эффективной температурой порядка 70 000 K и интенсивными эмиссионными линиями в спектрах.

❑ Класс C – «углеродные» звезды. Класс отличается от классов K и M наличием линий поглощения атомов углерода C и полос поглощения углеродных молекул; ответвляется от класса G (ранее такие звезды относились к классам R и N).

❑ Класс S – «циркониевые» звезды. Класс отличается от класса M наличием полос окиси циркония ZrO вместо полос окиси титана TiO; ответвляется от класса K.

❑ Класс L – звезды или коричневые карлики с температурой 1500–2000 K и соединениями металлов в атмосфере.

❑ Класс T – метановые коричневые карлики с температурой 700–1500 K.

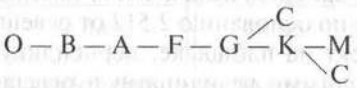
❑ Класс Y – очень холодные коричневые карлики с температурой ниже 700 K, которые, по-видимому, имеют повышенное содержание метана и аммиака.

❑ Класс D – белые карлики.

❑ Класс Q – новые звезды.

❑ Класс P – планетарные туманности.

В итоге *по мере снижения эффективной температуры* перечисленные спектральные классы схематично можно расположить следующим образом:



Внутри каждого спектрального класса установлена последовательность *подклассов*, плавно переходящих из одного в другой. Их обозначают цифрами от 0 до 9, которые ставят после обозначения спектрального класса, например B8, A0, F5. Только спектральный класс O подразделяется на подклассы от O5 до O9, или Oa, Ob, ..., Of.

Перед обозначением спектрального класса и подкласса иногда ставятся символы (префиксы), характеризующие особенности светимости звезды (о светимости звезд см. ниже). Например, префикс «d» означает, что звезда – карлик (звезда главной последовательности), «esd» – экстремальный субкарлик, «c» – сверхгигант; «g» – гигант, «sg» – субгигант, «sd» – субкарлик, «w» или «wd» – белый карлик. Так, звезда gK0 относится к гигантам, звезда sdF2 – к субкарликам.

После обозначения спектрального класса и подкласса ставят дополнительные символы (постфиксы), если спектр звезды обладает какими-то особенностями. При наличии эмиссионных линий их обозначают, добавляя букву «e» (от англ. emissive – эмиссионный), например B5e. Звезды с большим радиусом и протяженной атмосферой часто отличаются глубокими узкими линиями. Это отмечают буквой «c» (от англ. characteristic – характеристичный) после названия класса: F0c. Другие особенности в спектре звезды, не типичные для данного спектрального класса, отмечаются буквой «p» (от англ. peculiar – особенный, пекулярный) после названия класса: A5p.

Примечание. Приведем также следующие постфиксы: comp – составной спектр; con – отсутствуют видимые линии поглощения; em – эмиссия в линиях металлов; ep – пекулярная эмиссия (линии, по своему характеру отличные от нормально соответствующих классу); er – очевидно обращенные эмиссионные линии; eq – эмиссия с поглощением на более коротких волнах; ev – переменность относится только к эмиссионным линиям; ew – эмиссии, типичные для звезд класса W; f, (f), ((f)) – эмиссия гелия и неона в O-звездах; h – звёзды класса WR с эмиссионными линиями водорода; ha – звезды класса WR с эмиссионными линиями водорода как поглощения, так и излуче-

ния; k – межзвездные линии; m – сильные линии металлов; n – диффузные линии (широкие и размытые), обусловленные быстрым вращением; neb – добавочный спектр туманности; nn – очень размытые диффузные линии; pq – особенности напоминают спектр новой звезды; s – резкие и узкие линии; sh – наличие оболочки; ss – очень узкие линии; v или var – изменения в спектре (не обусловленные орбитальным движением и пульсацией); w, или wk, или wl – слабые линии.

Звездные величины и светимости звезд. Интенсивность достигающего Земли излучения звезд, других самосветящихся или освещаемых (планеты, астероиды) астрономических объектов принято выражать в звездных величинах. **Звездной величиной** m называется взятый со знаком минус логарифм по основанию 2,512 от освещенности E, которую создает данный объект на площадке, перпендикулярной лучам. Взаимосвязь между звездными величинами и освещенностями задается формулой Погсона:

$$\log_{2,512}\left(\frac{E_1}{E_2}\right)=-(m_1-m_2) \quad \text{или} \quad \frac{E_1}{E_2}=2{,}512^{m_2-m_1};$$

$$\lg\frac{E_1}{E_2}=-0{,}4\cdot(m_1-m_2) \quad \text{или} \quad m_1-m_2=-2{,}5\cdot\lg\frac{E_1}{E_2}, \qquad (3.6)$$

где m_1, m_2 – звездные величины двух светящихся объектов; E_1, E_2 – освещенности, создаваемые светящимися объектами на поверхности Земли.

В табл. 3.1, 3.2 представлены звездные величины некоторых ярких объектов на земном небе. Заметим, что для удаленных объектов, каковыми являются все объекты в астрономии, справедлива формула, позволяющая вычислить освещенность, создаваемую объектом:

$$E=B\cdot\omega, \qquad (3.7)$$

где B – яркость объекта; ω – телесный угол, под которым объект виден на небесной сфере.

Таблица 3.1

Видимые звездные величины тел Солнечной системы

Название	m	Название	m
Солнце	−26,8	Юпитер	−2,4
Луна	−12,7	Сатурн	+0,8
Меркурий	−0,2	Уран	+5,8
Венера	−4,1	Нептун	+7,6
Марс	−1,9	Плутон	+14,7

Таблица 3.2

Видимые звездные величины самых ярких звезд

Название	m	Положение	Название	m	Положение
Сириус	−1,46	α Большого Пса	Акрукс*	+0,79	α Южного Креста
Канопус*	−0,75	α Киля	Альдебаран	+0,86	α Тельца
Арктур	−0,05	α Волопаса	Антарес	+0,91	α Скорпиона
Вега	+0,03	α Лиры	Спика	+0,97	α Девы
Толиман (Проксима)*	+0,06	α Центавра	Поллукс	+1,14	β Близнецов
Капелла	+0,08	α Возничего	Фомальгаут	+1,16	α Южной Рыбы
Ригель	+0,13	β Ориона	Денеб	+1,25	α Лебедя
Процион	+0,37	α Малого Пса	Регул	+1,35	α Льва
Бетельгейзе	+0,42	α Ориона	Адара	+1,50	ε Большого Пса
Ахернар*	+0,47	α Эридана	Кастор	+1,58	α Близнецов
Хадар	+0,59	β Центавра	Беллатрикс	+1,64	γ Ориона
Альтаир	+0,76	α Орла			

* Звезда видна в южном полушарии Земли.

Звездная величина M называется ***абсолютной***, если объект находится на расстоянии 10 парсек (пк). Ее значение взаимосвязано с видимой звездной величиной m:

$$M=m+5+5\cdot\lg\pi \quad \text{или} \quad M=m+5-5\cdot\lg r, \qquad (3.8)$$

где π – параллакс объекта, выраженный в секундах дуги; r – расстояние до него, пк. Эти величины связаны между собой соотношением

$$r=\frac{1}{\pi''}\ \text{пк}. \qquad (3.9)$$

Например, видимая звездная величина Солнца вне атмосферы $m_\odot=-26^m,8$, абсолютная визуальная $M_\odot=+4^m,8$. Формулу (3.8) можно преобразовать таким образом:

$$\lg r=1+0{,}2\cdot(m-M). \qquad (3.10)$$

Разность ($m - M$) называется *модулем расстояния* и служит для определения расстояния спектральными методами.

Светимостью L звезды называется поток энергии, излучаемой звездой во всех направлениях. Светимость L и абсолютная звездная величина M звезд связаны между собой соотношением, подобным (3.6):

$$\lg\frac{L_1}{L_2} = -0{,}4\cdot(M_1 - M_2) \quad \text{или} \quad M_1 - M_2 = -2{,}5\cdot\lg\frac{L_1}{L_2}. \qquad (3.11)$$

Если измерять светимость звезды в единицах светимости Солнца ($L_\odot = 1$), то формула (3.11) примет вид

$$\lg L = 0{,}4\cdot(M_\odot - M). \qquad (3.12)$$

Все светящиеся небесные тела характеризуются своими спектральными свойствами. По виду спектра можно определить ряд свойств объектов, в частности температуру. В зависимости от спектрального состава излучения и типа фотоприемника различные звездные величины, измеренные в разных спектральных интервалах, даже для одного и того же объекта могут не совпадать. Взаимосвязь между ними можно выразить с помощью специальных соотношений и таблиц. В астрономии существует несколько вариантов *фотометрических систем* – наборов участков спектра, описываемых кривыми спектральной чувствительности аппаратуры, в которых проводятся измерения звездных величин (как видимых, так и абсолютных). Наиболее известна 12-цветная фотометрическая система Джонсона (табл. 3.3).

Таблица 3.3

Фотометрическая система Джонсона

Название полосы	U	B	V	R	I	J	H	K	L	M	N	Q
Центральная длина волны, мкм	0,36	0,44	0,55	0,70	0,88	1,25	1,62	2,20	3,50	5,00	10,4	20,0
Полуширина полосы, мкм	0,04	0,10	0,08	0,21	0,22	0,30	0,20	0,60	0,90	1,10	6,0	5,5

Примечание. Фотометрическая система Джонсона называется также фотометрической системой Джонсона – Моргана. Разработана в 1950-х гг. американскими астрономами Гарольдом Л. Джонсоном и Уильямом У. Морганом для классификации звезд в зависимости от их цвета. Первоначально включала 3 спектральных фильтра.

На основании измерений звездных величин в разных спектральных интервалах можно рассчитать ***показатели цвета*** *CI* (*color indexes*) – разности между звездными величинами одного объекта, измеренными в двух разных областях спектра:

$$CI = m_1 - m_2. \qquad (3.13)$$

Если учесть при этом поглощение и рассеяние излучения межзвездной средой (поскольку более интенсивно излучение поглощается и рассеивается в коротковолновой части спектра, звезда в результате такого процесса становится более «красной», чем без него), то можно получить так называемый показатель цвета *«непокрасневшего» объекта* CI_0. Разность между измеренным и «непокрасневшим» показателями цвета называется *избытком цвета* (*color excess*):

$$CE = CI - CI_0 = (m_1 - m_2) - (m_1 - m_2)_0. \qquad (3.14)$$

С помощью показателей цвета и шкалы температур звезд можно определить их температуры.

При определении звездной величины непосредственно с помощью наблюдений регистрируется только та часть излучения, которая прошла сквозь земную атмосферу, данную оптическую систему и зарегистрирована приемником излучения, т.е. до наблюдателя доходит только сравнительно небольшая часть излучения объекта. При этом ослабление излучения происходит по-разному в различных участках спектра. Чтобы определить излучение во всем спектре, необходимо к результатам измерений прибавить поправку, учитывающую излучение, которое не было воспринято приемником. Звездная величина, определенная с учетом излучения во всех участках спектра, которое не было ослаблено поглощением в атмосфере и приборе, называется ***болометрической***. Разность между болометрической звездной величиной и звездной величиной в спектральной полосе V (см. табл. 3.3) называется ***болометрической поправкой*** *BC* (*bolometric correction*):

$$BC = m_{\text{bol}} - m_V = M_{\text{bol}} - M_V. \qquad (3.15)$$

Для определения болометрических поправок сейчас используются результаты внеатмосферных измерений излучения звезд в УФ- и ИК-области спектра. Болометрическую поправку условно принимают равной нулю для звезд, которые излучают наибольшую часть своей энергии в видимой области спектра. Она зависит от эффективной температуры звезды T_{eff} и всегда отрицательна (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Болометрические поправки для звезд главной последовательности

T_{eff}	BC	T_{eff}	BC
2800	−2,30	6580	−0,00
3480	−1,19	7400	−0,06
4130	−0,60	8500	−0,12
4900	−0,19	9900	−0,40
5520	−0,07	15 500	−1,5
5770	−0,07	28 000	−2,8
6030	−0,03	40 000	−4,0

С учетом поправки болометрическая абсолютная звездная величина Солнца $M_{\text{bol}}^{\odot} \approx 4^m,8 - 0^m,1 = 4^m,7$.

Болометрические поправки позволяют рассчитать болометрическую светимость звезд, для которых известны абсолютные звездные величины:

$$\lg L_{\text{bol}} = -0,4 \cdot (M_V + BC - 4^m,7). \qquad (3.16)$$

В начале XX в. Э. Герцшпрунг и Г. Рассел установили взаимосвязь между спектром (температурой) и светимостью (абсолютной звездной величиной) звезд, которая иллюстрируется диаграммой на рис. 3.8.

Примечание. Герцшпрунг, Эйнар (Ejnar Hertzsprung, 1873–1967) – датский астроном. Независимо от Г. Рассела предложил диаграмму спектр – светимость. В его честь назван кратер на обратной стороне Луны.

Рассел, Генри Норрис (Henry Norris Russell, 1877–1957) – американский астрофизик. Разработал одну из первых теорий эволюции звезд, первым определил содержание химических элементов в атмосфере Солнца, получил оценки содержания химических элементов во Вселенной, занимался исследованием связи между спектрами звезд и их светимостью. В его честь названы астероид и кратер на видимой стороне Луны.

На рис. 3.8, 3.9 показаны общие тенденции основных классов светимости. По одной оси диаграммы откладывается спектральный класс (температура), а по другой – абсолютная звездная величина (светимость). Такая диаграмма называется ***диаграммой Герцшпрунга – Рассела*** (диаграммой спектр – светимость), изучение ее позволяет выделить ряд последовательностей. Наиболее «населена» и четко обозначена *главная последовательность*. Такие последовательности отражают индивидуальные зависимости светимости от температуры для звезд некоторых выделенных групп. Они называются *классами светимости* и обозначаются римскими цифрами от I до VII (многие исследователи выделяют еще одну группу звезд с номером 0), которые ставятся после наименования спектрального класса (например, для Солнца – G2V). Таким образом, *полная классификация звезд* включает в себя два параметра – спектральный класс (температуру) и класс светимости – и называется йеркской, или системой МК (по имени разработавших ее сотрудников Йеркской обсерватории У. Моргана и Ф. Кинана).

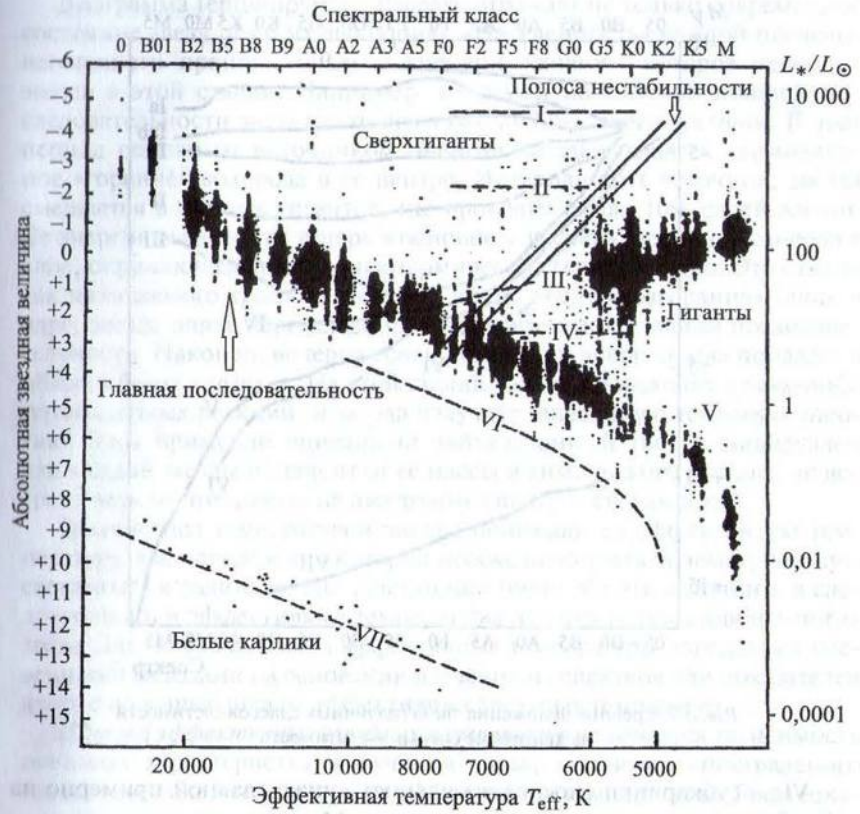


Рис. 3.8. Диаграмма спектр – светимость

Выделяют следующие классы светимости (рис. 3.9):

0 – сверхсверхгиганты или гипергиганты;
I – сверхгиганты;
II – яркие гиганты;
III – гиганты;
IV – субгиганты;
V – звезды главной последовательности (карлики);

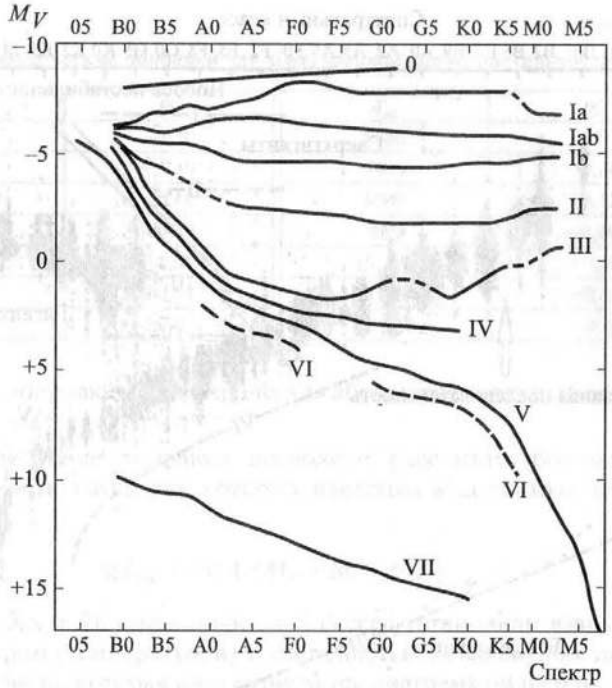


Рис. 3.9. Средние положения звезд различных классов светимости на диаграмме спектр – светимость

VI – субкарлики (последовательность ниже главной примерно на 1^m–$1^m,5$, начиная от класса A0 и до класса M);

VII – белые карлики.

Классы светимости I–V дополнительно подразделяют на подклассы «a», «ab», «b» (например, Ia, Iab, Ib).

Принадлежность звезд к определенному классу светимости устанавливается на основании специальных дополнительных признаков спектральной классификации. Они могут служить основой для спектроскопического определения абсолютных звездных величин и расстояний по формуле (3.10), в которой следует учитывать межзвездное поглощение света. Если последнее для расстояния r составляет $A(r)$ звездных величин, то формула для определения параллакса π, который в этом случае называется *фотометрическим*, будет иметь вид

$$\lg\pi = -1 - 0{,}2\cdot[m - M - A(r)]. \qquad (3.17)$$

Диаграмма Герцшпрунга – Рассела отражает не только современное состояние звезд, но и их эволюцию. «Населенность» каждой последовательности пропорциональна времени «жизни», которое проводит звезда в этой стадии. Например, на самой населенной главной последовательности звезда находится около 90% своего времени. В этот период основным источником энергии звезды является термоядерное «горение» водорода в ее центре. Исчерпав этот источник, звезда смещается в область гигантов, где проводит около 10% своей жизни. Ее энергия выделяется теперь в основном за счет «горения» водорода в слое, окружающем плотное изотермическое гелиевое ядро. Это стадия так называемого *красного гиганта*. Затем, после «возгорания» гелия в ядре, звезда опять перемещается в направлении к главной последовательности. Наконец, исчерпав свои источники энергии, она попадает в область *белых карликов*. На этой стадии уже не происходит каких-либо термоядерных реакций, и звезда излучает запасенную тепловую энергию. Этот примерно описанный эволюционный трек индивидуален для каждой звезды и зависит от ее массы и химического состава, но все треки можно отобразить на диаграмме спектр – светимость.

Обычно под температурой звезды понимают ее эффективную температуру, для определения которой необходимо знать болометрическую светимость и радиус звезды. Достаточно точно обе эти величины, а следовательно, и эффективные температуры измерены лишь для немногих звезд. Для остальных звезд эффективные температуры определяют косвенными методами на основании изучения их спектров или показателей цвета с помощью шкалы эффективных звездных температур.

Шкалой эффективных звездных температур называется зависимость цветовых характеристик излучения звезд, например спектрального класса или показателя цвета, от эффективной температуры. Такая шкала определяется эмпирически по звездам с известными эффективными температурами, а также на основании теоретических расчетов моделей звезд. В табл. 3.5 приведена шкала эффективных температур звезд различных классов светимости.

Таблица 3.5

Шкала эффективных температур звезд

Спектральный класс	Классы светимости					
	Главная последовательность, V		Гиганты, III		Сверхгиганты, I	
	Показатель цвета $B-V$	T_{eff}, K	Показатель цвета $B-V$	T_{eff}, K	Показатель цвета $B-V$	T_{eff}, K
1	2	3	4	5	6	7
O5	−0,35	40 000	–	–	–	–

Окончание табл. 3.5

1	2	3	4	5	6	7
B0	−0,31	28 000	–	–	−0,21	–
B5	−0,17	15 500	–	–	–	–
A0	0,0	10 000	–	–	0,00	–
A5	+0,16	8500	–	–	–	–
F0	0,30	7400	–	–	+0,30	6400
F5	0,45	6600	–	–	–	–
G0	0,57	6600	+0,65	5700	0,76	5400
G5	0,70	5400	0,84	5000	1,06	4700
K0	0,84	4700	1,06	4300	1,42	4000
K5	1,11	4000	1,40	3600	1,71	3400
M0	1,39	3600	1,65	3400	1,94	2800
M5	1,61	3000	+1,85	2800	+2,15	–
M8	+2,00	2660	–	–	–	–

Применение модели абсолютно черного тела для описания звезд. Во многих случаях излучение звезд приближенно может быть описано в рамках ***теории излучения абсолютно черного тела***. Ниже приведены некоторые следствия из этой теории.

Излучательная способность *абсолютно черного тела* ε_ν (или ε_λ) вычисляется по *формуле Планка*

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi \cdot h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{или} \quad \varepsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi \cdot hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda \cdot kT}} - 1}, \tag{3.18}$$

где T – абсолютная температура; h – постоянная Планка ($h = 6{,}62606 \times \times 10^{-34}$ Дж·с); ν – частота излучения; c – скорость света; k – постоянная Больцмана ($k = 1{,}3806488 \cdot 10^{-23}$ Дж/К); λ – длина волны излучения.

Сопоставляя излучательную способность абсолютно черного тела и реального объекта, можно определить *яркостную температуру* объекта – температуру такого абсолютно черного тела, единица площади которого в некотором узком спектральном интервале излучает такой же поток энергии, как и единица площади данного объекта в этом же спектральном интервале.

Закон смещения Вина определяет значение длины волны максимума излучательной способности:

$$\lambda_{max} \cdot T = b, \tag{3.19}$$

где λ_{max} – длина волны, соответствующая максимуму; T – абсолютная температура тела; $b = 28{,}97 \cdot 10^{-4}$ (м·К) – постоянная Вина.

С помощью этого закона можно определить *цветовую температуру* объекта – температуру такого абсолютно черного тела, у которого относительное распределение энергии в некотором участке спектра такое же, как и у данного объекта.

Закон Стефана – Больцмана определяется равенством

$$\varepsilon_T = \sigma \cdot T_{eff}^4, \tag{3.20}$$

где $\sigma = 5{,}670373 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4) – постоянная Стефана – Больцмана. Этот закон задает полное количество энергии, излучаемой в единицу времени с 1 м^2, и позволяет определить *эффективную (радиационную) температуру* T_{eff} объекта – температуру такого абсолютно черного тела, единица площади которого во всем спектре излучает такой же поток энергии, как и единица площади данного объекта.

В той или иной степени все три типа температур близки к истинной (*кинетической*) температуре.

С помощью закономерностей, описывающих модель абсолютно черного тела, можно связать радиус R, эффективную температуру T_{eff} и светимость L звезды (поскольку $L = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma T_{eff}^4$):

$$R = R_\odot \cdot \left(\frac{T_\odot}{T_{eff}}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{L}{L_\odot}}. \tag{3.21}$$

Здесь $R_\odot = 696\ 000$ км, $T_\odot = 5779$ К, $L_\odot = 3{,}826 \cdot 10^{26}$ Вт – радиус, эффективная температура и светимость Солнца соответственно.

Для оценки истинных параметров звезды формула (3.21) является приближенной. Более точно эти параметры можно рассчитать по уравнению

$$\lg \frac{R}{R_\odot} = \frac{5900}{T_{eff}} - 0{,}20 \cdot M - 0{,}02, \tag{3.22}$$

где M – абсолютная звездная величина звезды.

Радиус R звезды также можно определить по формулам

$$2R = \frac{d'' \cdot r}{206265''}, \tag{3.23}$$

$$\lg d'' = \lg \pi'' + \lg \frac{R}{R_\odot} - 2{,}031, \qquad (3.24)$$

где d'' – угловой видимый диаметр звезды, выраженный в секундах дуги; r – расстояние до звезды; π'' – годичный параллакс звезды; $R_\odot$ – радиус Солнца.

Из приведенных выше соотношений видно, что существует зависимость между важнейшими характеристиками звезд (светимостью, массой и радиусом), хотя она намного сложнее и не столь очевидна, как это показывают формулы (3.20)–(3.22). Например, для большинства звезд главной последовательности выполняются эмпирические соотношения

$$L_{\text{bol}} \approx R^{5,2}, \qquad (3.25)$$

$$L_{\text{bol}} \approx \mathfrak{M}^{3,9}, \qquad (3.26)$$

где L_{bol} – болометрическая светимость звезды, выраженная в светимостях Солнца; R и $\mathfrak{M}$ – радиус и масса звезды соответственно в радиусах и массах Солнца.

Из соотношения масса – светимость для звезд следует, что диапазон их светимости значительно превышает пределы возможных значений масс:

$$0{,}1 \cdot \mathfrak{M}_\odot \leqslant \mathfrak{M} \leqslant 100 \cdot \mathfrak{M}_\odot;$$

$$10^{-6} \cdot L_\odot \leqslant L \leqslant 10^{6} \cdot L_\odot.$$

При $\mathfrak{M} < 0{,}02 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ вещество, по-видимому, не способно образовать звезду, оно может сформировать только планету. В среднем массы звезд близки к массе Солнца, т.е. на фоне сильной вариации других параметров при многих оценках можно считать, что массы звезд примерно одинаковы и составляют около 10^{30} кг. Поскольку радиусы звезд могут быть в сотни и тысячи раз больше или меньше, чем радиус Солнца, то их средние плотности изменяются в огромных пределах: 10^{-9} г/см^3 $\leqslant \rho \leqslant 10^{14}$ г/см^3 (первый предел указан для сверхгигантов, второй – для нейтронных звезд), т.е. в 10^{22}–10^{23} раз.

В табл. 3.6 приведены основные характеристики типичных представителей некоторых групп звезд: звезд главной последовательности (B0, G2 – Солнце, M0); типичного красного гиганта, масса которого несколько превышает массу Солнца (K0); представителя белых карликов (A0).

Таблица 3.6

Физические параметры типичных звезд

Основные характеристики				Условия в центре звезды		Основной источник энергии	Условия в фотосфере		
Класс звезды	Масса ($\mathfrak{M}_\odot$=1)	Светимость ($L_\odot$=1)	Радиус ($R_\odot$= 1)	T_0, К	ρ_0, г/см^3		H, км	T, К	ρ, г/см^3
B0 V	10	$5 \cdot 10^3$	4	$3 \cdot 10^7$	8	CNO	1000	20 000	10^{-9}
G2 V	1	1	1	$1{,}4 \cdot 10^7$	100	H+H	180	6000	10^{-7}
M0 V	0,5	0,4	0,4	10^7	80	H+H	160	3300	$3 \cdot 10^{-7}$
K0 III	1,3	$2 \cdot 10^2$	20	$4 \cdot 10^7$	$3{,}5 \cdot 10^5$	Слоевой	20 000	4100	10^{-8}
A0 VII	0,9	10^{-3}	10^{-2}	10^7	$1{,}5 \cdot 10^7$	Тепловой	0,01	10 000	10^{-6}

Строение и эволюция звезд. «Жизнь» любой звезды зависит, прежде всего, от ее *массы* и *химического состава*. Вопросы эволюции звезд достаточно сложны, далеко не на все из них в настоящий момент есть достоверные ответы. Подробно осветить все аспекты звездной эволюции в этом издании не представляется возможным, однако попытаемся рассмотреть основные ее этапы, которые схематично можно представить следующим образом:

1	*Газопылевое облако* ↓		
2	*Протозвезда* ↓		
3	*Звезда на главной последовательности диаграммы спектр – светимость* ↓		
4	*Красный гигант* ↓	↓	
5	*Планетарная туманность* ↓	*Сверхновая звезда* ↓	↓
6	*Белый карлик*	*Нейтронная звезда*	*Черная дыра*

Согласно современным представлениям, звезды рождаются ***из газопылевой диффузной среды*** в результате *гравитационного сжатия* отдельных газовых облаков под действием сил собственного тяготения. Гравитационное сжатие начинается в тех областях межзвездного газа, где хотя бы небольшая часть вещества находится в виде твердых частиц (межзвездная пыль) как результат *гравитационной неустойчивости*. Согласно теории английского астронома Д. Джинса, любая однородная крупномасштабная среда является неустойчивой: случайное сжатие в какой-либо ее области будет продолжаться за счет гравитации. Гравитационное сжатие, начавшись в крупных масштабах, затем фрагментируется: возникают множественные гравитационные неустойчивости в более мелких масштабах. Такое дробление областей гравитационного сжатия может произойти еще несколько раз (*каскадная фрагментация*). Отсюда ясно, почему звезды возникают преимущественно группами, в виде звездных скоплений. Массы звезд также не могут иметь любые значения и находятся в довольно узких пределах, в целом они близки к массе Солнца.

Гравитационное сжатие газа прекращается, когда плотность вещества увеличивается до таких значений, что оно становится непрозрачным для собственного излучения. Излучение, многократно перепоглощаясь в веществе, разогревает его. В результате в центральной области сжимающегося газа образуется ***протозвезда*** – устойчивое дозвездное тело. В центре протозвезды находится достаточно плотное ядро, окруженное газовой непрозрачной оболочкой. В ядре силы гравитационного сжатия уравновешиваются газовым давлением (его сжатие прекращается). Основным процессом теперь становится *аккреция* (падение) вещества из газовой оболочки на сформировавшееся ядро. (Аккреция (от лат. accretio – приращение или увеличение) – процесс захвата вещества (под действием гравитации) из окружающего пространства и падение его на звезду или другое космическое тело.) Масса ядра возрастает, следовательно, быстро повышается и его светимость. С дальнейшим увеличением массы и светимости быстро растущее давление излучения останавливает аккрецию, а затем отталкивает вещество, не успевшее упасть на ядро. Иногда этот процесс отталкивания может породить ударную волну, что приводит к появлению новых центров звездообразования.

Оставшееся ядро протозвезды, пройдя этап медленного кельвиновского сжатия, переходит в состояние гидростатического равновесия вследствие того, что при достаточно большой массе в недрах ядра «включается» новый, собственный источник энергии – *термоядерные реакции* образования гелия из водорода. Рождается ***звезда***, которая занимает свое место ***на главной последовательности диаграммы спектр – светимость***.

Время, которое расходуется на сжатие звезды, а также время, которое звезда «проводит» на главной последовательности, зависят от ее массы: чем больше масса, тем быстрее звезда сжимается и быстрее «сгорает» (табл. 3.7). Спектральный класс, с которого начинается эволюция звезды на главной последовательности, также во многом определяется ее массой.

Представление о физических условиях, которые создаются в недрах звезд, можно получить, проведя некоторую аналогию с тем, что известно о Солнце. Применив к веществу звезды уравнения, описывающие состояние идеального газа, получим, что температура T_0 в центре звезды прямо пропорциональна массе звезды $\mathfrak{M}$ и обратно пропорциональна ее радиусу R:

$$T_0 = K \cdot \frac{\mathfrak{M}}{R}. \qquad (3.27)$$

Здесь K – некоторый коэффициент пропорциональности, который можно определить на основе предположения, что T_0 при $R = R_\odot$ и $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_\odot$ должна быть близка к температуре в центре Солнца, т.е. $1{,}5 \cdot 10^7$ К.

Используя выражения (3.25), (3.26), получим

$$T_0 = 1{,}5 \cdot 10^7 \cdot R^{1/3}. \qquad (3.28)$$

Таблица 3.7

Характерные параметры звезд главной последовательности

Спектральный класс	Масса ($\mathfrak{M}_\odot = 1$)	Радиус ($R_\odot = 1$)	Светимость ($L_\odot = 1$)	Время сжатия, млн лет	Время на главной последовательности, млн лет
B0	17	9,0	30 000	0,12	8
B5	6,3	4,2	1000	1,1	80
A0	3,2	2,8	100	4,1	400
A5	1,9	1,5	12	22	2000
F0	1,5	1,25	4,8	42	4000
F5	1,3	1,24	2,7	56	6000
G0	1,02	1,02	1,2	94	11 000
G2 (Солнце)	1,00	1,00	1,00	110	13 000
G5	0,91	0,92	0,72	150	17 000
K0	0,74	0,74	0,35	230	28 000
K5	0,54	0,54	0,10	600	70 000

Более точные расчеты показывают, что эта формула дает удовлетворительные результаты для всех звезд главной последовательности.

По мере продвижения вверх по главной последовательности к более голубым звездам их радиусы и массы увеличиваются, поэтому температура в центре звезд также возрастает ($T_0 \approx 3 \cdot 10^7$ K для класса B0, $T_0 \approx 1 \cdot 10^7$ K для класса K0).

От значения температуры зависят характер термоядерных реакций в недрах звезды и темп энерговыделения. Условия в недрах звезд классов G, K, M (в том числе Солнца) таковы, что ядерная энергия у них выделяется в основном в результате *протон-протонной реакции* (так называемый водородный цикл, H + H или p + p). Суть этого механизма заключается в том, что синтез гелия из водорода осуществляется по следующей схеме (рис. 3.10):

$$^1\mathrm{H} + {}^1\mathrm{H} \rightarrow {}^2\mathrm{D} + e^+ + \nu;$$

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma;$$

$$^1\mathrm{H} + {}^2\mathrm{D} \rightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma;$$

$$^3\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + 2\,{}^1\mathrm{H},$$

что в итоге дает $4\,{}^1\mathrm{H} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + 2e^+ + 2\nu + 2\gamma$. Дефект массы составляет 0,73% от $4m_p$ (m_p – масса протона), а выход энергии в одном акте

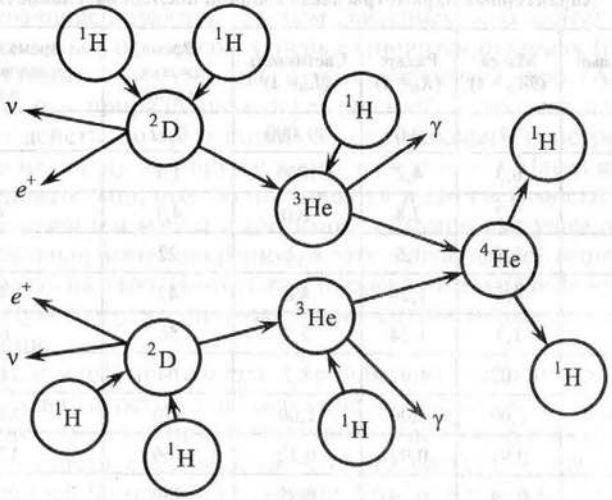


Рис. 3.10. Протон-протонная реакция синтеза гелия

реакции $\varepsilon = 26{,}7$ МэВ (из этого ~26,2 МэВ энергии уносится гамма-квантами γ, а ~0,5 МэВ – нейтрино ν). Мощность энерговыделения при этом типе реакции $E \sim T^4$.

Внутреннее строение *звезд поздних спектральных классов* (Солнца в том числе), где основную роль играет протон-протонный цикл, показано на рис. 3.11. Следует отметить, что толщина *наружной конвективной зоны* зависит от эффективной температуры внешних слоев (фотосферы) звезды и от химического состава ее вещества. При $T_{\mathrm{eff}} \leqslant 8000$ K наружная конвективная зона развита тем сильнее, чем меньше эффективная температура звезды, так как ее «холодная» поверхность не может передать всю поступающую изнутри энергию, для этого необходим механический процесс (конвекция). Звезда класса M, например, в основном состоит из конвективной зоны. Вместе с тем расчеты показывают, что при $T_{\mathrm{eff}} > 8000$ K поверхностная конвективная зона у звезды не должна появляться, поскольку выход энергии обеспечивается только за счет ее излучения.

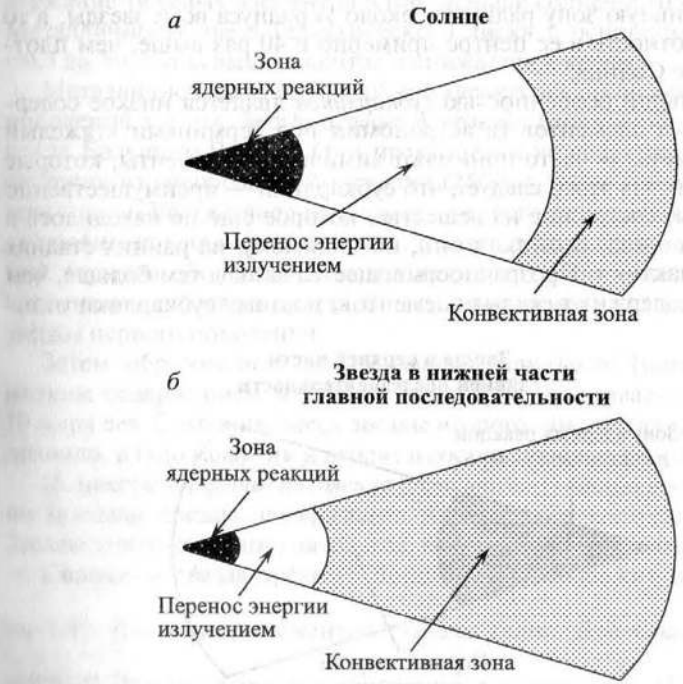


Рис. 3.11. Внутреннее строение звезд поздних спектральных классов (G, K, M):
а – Солнце; *б* – звезда в нижней части главной последовательности

В отличие от рассмотренных звезд поздних спектральных классов масса звезд в *верхней части главной последовательности* превышает массу Солнца. Следовательно, температура в их недрах выше, а термоядерная энергия выделяется через так называемый *углеродный* (*углеродно-азотный*, или CNO) цикл. В ходе этой реакции также происходит синтез ядер гелия из водорода, но своеобразным катализатором являются ядра углерода. Такая реакция может быть доминирующей при температуре в центре $T_0 \geqslant 1{,}6 \cdot 10^7$ К. Вследствие высокой температуры недр светимость таких звезд также больше, чем светимость Солнца, поэтому эволюционировать они должны быстрее (см. табл. 3.7).

При углеродном цикле выделяется энергия $E \sim T^{20}$, т.е. это происходит чрезвычайно быстро, излучение (с помощью так называемого лучистого переноса) не может вынести всю выделенную энергию из недр звезды. Для выноса энергии подключается механический процесс (конвекция), и в недрах звезды возникает *центральная конвективная зона*. Строение звезды одного из *ранних спектральных классов* показано на рис. 3.12. Например, звезда массой $10 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ должна иметь внутреннюю конвективную зону радиусом около ¼ радиуса всей звезды, в то время как плотность в ее центре примерно в 40 раз выше, чем плотность в центре Солнца.

Отличительной особенностью *субкарликов* является низкое содержание тяжелых элементов (в астрономии под терминами «тяжелый элемент» и «металл» часто понимают химические элементы, которые тяжелее гелия). Из этого следует, что субкарлики – преимущественно старые звезды, состоящие из вещества, которое еще не находилось в недрах других звезд. Возникли они, по-видимому, на ранних стадиях эволюции Галактики. Прозрачность вещества звезды тем больше, чем меньше оно содержит тяжелых элементов, поэтому субкарлики отли-

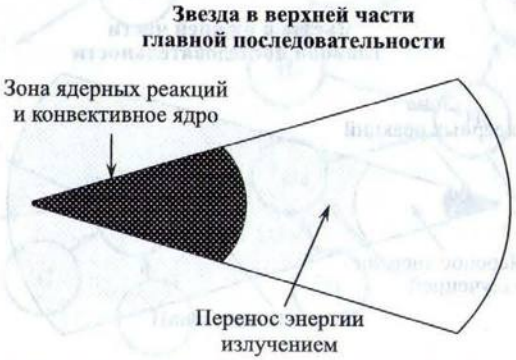


Рис. 3.12. Внутреннее строение звезды раннего спектрального класса

чаются высокой прозрачностью по сравнению с другими звездами, что не требует возникновения поверхностной конвективной зоны.

Содержание тяжелых элементов в звездах характеризуется значением параметра «металличность». *Металличность* – это величина, показывающая относительное содержание в звезде (или галактике) элементов тяжелее гелия («металлов»):

$$[\mathrm{Fe}/\mathrm{H}] = \lg\left(\frac{N_{\mathrm{Fe}}}{N_{\mathrm{H}}}\right)_* - \lg\left(\frac{N_{\mathrm{Fe}}}{N_{\mathrm{H}}}\right)_\odot .$$

Здесь $\frac{N_{\mathrm{Fe}}}{N_{\mathrm{H}}}$ – отношение концентраций атомов железа и атомов водорода в веществе звезды (*) и Солнца (⊙). Считается, что величина [Fe / H] характеризует относительное содержание всех тяжелых элементов (включая C, O, N, Ne и пр.) в веществе звезды и Солнца. Для очень старых звезд значение [Fe / H] заключено между −1 и −2 (т.е. содержание тяжелых элементов в них меньше солнечного в 10–100 раз). Металличность звезд галактического диска в основном меняется от −0,3 до +0,2, она выше в центре и снижается к краям.

Металличность является удобной характеристикой для определения поколения звезды. *Звезды первого поколения* (популяция III) возникли после Большого Взрыва. Они практически не содержали «металлов», состояли из водорода (75%) и гелия (25%), а также имели очень большие массы. Вследствие этого звезды первого поколения очень быстро «сгорели», перешли, как правило, в категорию сверхновых и в результате взрывов обогатили межзвездную среду тяжелыми химическими элементами вплоть до железа. В настоящее время не известно ни одной звезды первого поколения.

Затем образовались *звезды второго поколения* (популяция II) с низким содержанием металлов. Их возраст оценивается примерно в 10 млрд лет. Сохранившиеся звезды второго поколения находятся, как правило, в гало галактик и входят в состав шаровых скоплений.

И, наконец, *третье поколение* (популяция I) составляют сравнительно молодые звезды, содержащие значительное количество металлов. Звезды этого поколения находятся, как правило, в дисках галактик.

Солнце – звезда третьего поколения – содержит приблизительно 1,8% (по массе) элементов тяжелее гелия. Для Солнца $\left(\frac{N_{\mathrm{Fe}}}{N_{\mathrm{H}}}\right)_\odot = 0{,}0122$. Для звезд второго поколения металличность [Fe / H] лежит в пределах от −1 до −3 (т.е. содержание железа в 10–1000 раз меньше, чем на Солнце).

Звезда находится на главной последовательности до тех пор, пока происходит «выгорание» водорода в ее центральном ядре. Длительность этой стадии составляет более 90% времени «жизни» звезды, тогда как длительность остальных стадий – менее 10%. Постепенное преобразование водорода в гелий в ядре звезды способствует увеличению молекулярной массы его вещества, а значит, уменьшению давления. Это, в свою очередь, приводит к сжатию ядра, повышению его температуры и, следовательно, светимости всей звезды. Общий радиус звезды при этом увеличивается, а эффективная температура снижается.

Когда в центральной части звезды заканчивается водород, она испытывает гравитационное сжатие в течение непродолжительного времени. Температура, давление в ядре звезды и ее светимость возрастают. В этих условиях гелий еще не может вступить в термоядерный синтез, однако в такую реакцию вступает водород, который находится в тонком слое, окружающем гелиевое ядро звезды. После того как это происходит, значительно возрастает размер звезды, а эффективная температура уменьшается. В результате у звезды появляется гигантская конвективная зона (занимает примерно 90% радиуса). Звезда вступает в стадию так называемого ***красного гиганта***. Описанные эволюционные треки звезд от стадии главной последовательности до красного гиганта показаны на рис. 3.13, примерное строение красного гиганта – на рис. 3.14.

Солнце также ожидает переход в стадию красного гиганта. Произойдет это, когда нашему светилу будет, по разным оценкам, от $9 \cdot 10^9$ до $13 \cdot 10^9$ лет. Сейчас Солнцу около $4{,}7 \cdot 10^9$ лет; в центре его содержится 35% водорода (в начале эволюции было ~73%). Стадия красного гиганта, когда водород «горит» в слое, окружающем центральное ядро, продлится для Солнца примерно $5 \cdot 10^8$ лет. Затем последует быстрая ($\sim 5 \cdot 10^7$ лет) стадия «горения» гелия и более тяжелых элементов в ядре и окружающем слое, что будет сопровождаться сбросом оболочки. После этого Солнце, исчерпав запасы ядерного горючего, превратится в медленно остывающий белый карлик.

Гелиевое ядро красного гиганта изотермично, поскольку лишено источников энергии. При $\mathfrak{M} > 2{,}5 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ оно оказывается достаточно горячим, чтобы газ оставался идеальным. Впоследствии этот факт будет способствовать более быстрому вступлению гелия в термоядерный синтез. Наоборот, при $\mathfrak{M} < 2{,}5 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ температура меньше и электронный газ оказывается вырожденным. Поскольку он может противостоять гравитационному сжатию, то это в значительной степени замедлит начало процесса «горения» гелия.

По мере «выгорания» водорода в слое масса ядра растет, а зона ядерных реакций все больше смещается во внешние слои, но до некоторого предела, пока есть условия для термоядерного синтеза. При $\mathfrak{M} = 1{,}3 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ гелиевое ядро составляет ¼ массы звезды размером в 1 / 1000 от ее радиуса и плотностью в центре $\rho \approx 350$ кг/см^3.

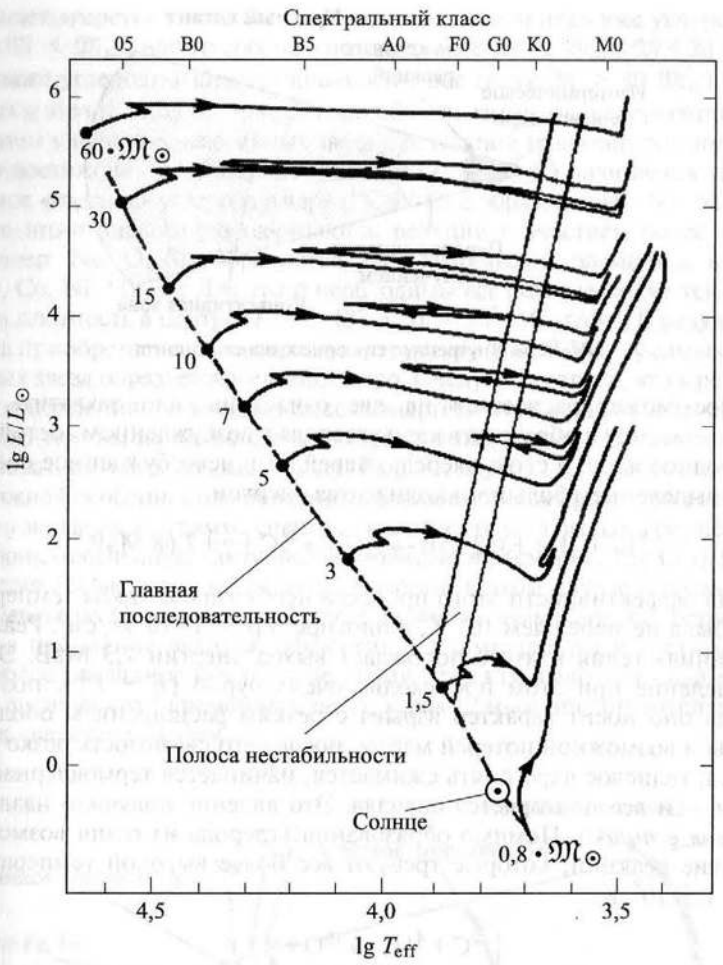


Рис. 3.13. Эволюционные треки звезд с различной массой (0,8–60 · $\mathfrak{M}_\odot$) от главной последовательности до красного гиганта на диаграмме спектр – светимость

После «выгорания» водорода гелиевое ядро сжимается, появляются условия для того, чтобы гелий вступил в термоядерную реакцию, которая называется *тройным α-процессом*. Вначале две α-частицы образуют крайне неустойчивое ядро бериллия:

$$^4_2\mathrm{He} + {}^4_2\mathrm{He} \leftrightarrow {}^8_4\mathrm{Be} - 95\,\text{кэВ},$$

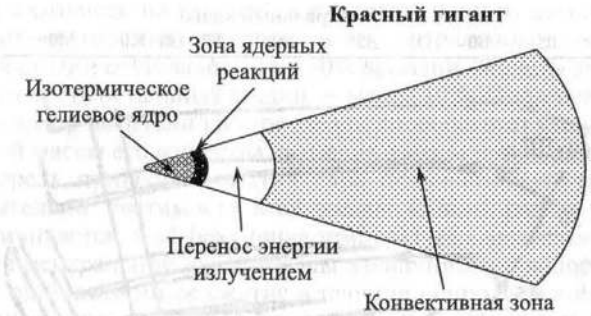


Рис. 3.14. Внутреннее строение красного гиганта

которое может распасться на две α-частицы или захватить еще одну α-частицу и образовать ядро углерода в возбужденном состоянии. Углеродное ядро, в свою очередь, перейдет в невозбужденное состояние с выделением большого количества энергии:

$$^{8}_{4}\mathrm{Be} + ^{4}_{2}\mathrm{He} + 363\ \text{кэВ} \rightarrow ^{12}_{6}\mathrm{C}^{*} \rightarrow ^{12}_{6}\mathrm{C} + \gamma + 7{,}68\ \text{МэВ}.$$

Для эффективности этого процесса необходимо, чтобы температура T была не менее чем 10^8 К, а плотность $\rho > 1$–10 кг/см^3. Реакция «сгорания» гелия в итоге порождает выход энергии 7,3 МэВ. Энерговыделение при этом происходит очень бурно ($E \sim T^{30}$), поэтому иногда оно носит характер взрыва с резким расширением оболочек звезды и возможной потерей массы, после чего светимость резко снижается, гелиевое ядро опять сжимается, начинается термоядерная реакция – и все повторяется сначала. Это явление получило название *гелиевая вспышка*. Помимо образования углерода из гелия возможны и другие реакции, которые требуют все более высокой температуры ($T > 1{,}5 \cdot 10^8$ К):

$$\begin{cases} ^{12}\mathrm{C} + ^{4}\mathrm{He} \rightarrow ^{16}\mathrm{O} + \gamma, \\ ^{16}\mathrm{O} + ^{4}\mathrm{He} \rightarrow ^{20}\mathrm{Ne} + \gamma, \\ ^{20}\mathrm{Ne} + ^{4}\mathrm{He} \rightarrow ^{24}\mathrm{Mg} + \gamma. \end{cases}$$

После «возгорания» гелия в ядре звезды у нее исчезает наружная конвективная оболочка и возникает конвекция в самом ядре. В этот период на диаграмме Герцшпрунга – Рассела звезда вновь перемещается в сторону главной последовательности. Это продолжается до тех пор, пока запасы гелия в ядре не истощатся. Далее у звезды вновь появляется протяженная наружная конвективная зона. Гелий, как и водород,

начинает «гореть» в тонком слое, окружающем теперь уже углеродное (если $\mathfrak{M} < \mathfrak{M}_\odot$), или углеродно-кислородное (если $10 \cdot \mathfrak{M}_\odot < \mathfrak{M} < 30 \cdot \mathfrak{M}_\odot$), или даже углеродно-кислородно-магниевое (если $\mathfrak{M} > 40 \cdot \mathfrak{M}_\odot$) ядро. Звезда в этот период возвращается в область гигантов и сверхгигантов.

Затем у наиболее массивных звезд в результате гравитационного сжатия и достижения необходимых условий ($T > 10^9$ К) начинается термоядерное «горение» углерода в ядре ($^{12}\mathrm{C} + ^{12}\mathrm{C}$) с образованием Ne, Na, Mg. После этого аналогично начинаются реакции с участием более тяжелых ядер: Ne, O, Si. Образуются ядра химических элементов вплоть до Fe, Co, Ni, Mn, Cr. Для этого необходимы все более высокие температура и плотность в центре: $T > 3 \cdot 10^9$ К, $\rho \approx 10^5$–10^9 г/см^3. В результате звезда приобретает весьма сложную структуру (рис. 3.15), а у самых массивных звезд образуется железное ядро. Следует отметить, что в результате отщепления с помощью высокоэнергетичных γ-квантов α-частиц с последующим их поглощением ядрами химических элементов могут образоваться и более тяжелые, чем Fe и Ni, ядра.

Важной особенностью описанных эволюционных процессов является то, что звезда на диаграмме спектр – светимость хотя бы один раз пересекает зону, отмеченную как *полоса нестабильности* (см. рис. 3.8, 3.13). В нее попадает множество типов звезд, которые в этом случае называются ***переменными***. Общим их свойством являются *пульсации*, т.е. периодическое изменение радиуса, эффективной температуры и светимости. Наиболее наглядное объяснение этому эффекту было дано для *цефеид* – физических переменных звезд, характерным представителем которых является δ Цефея.

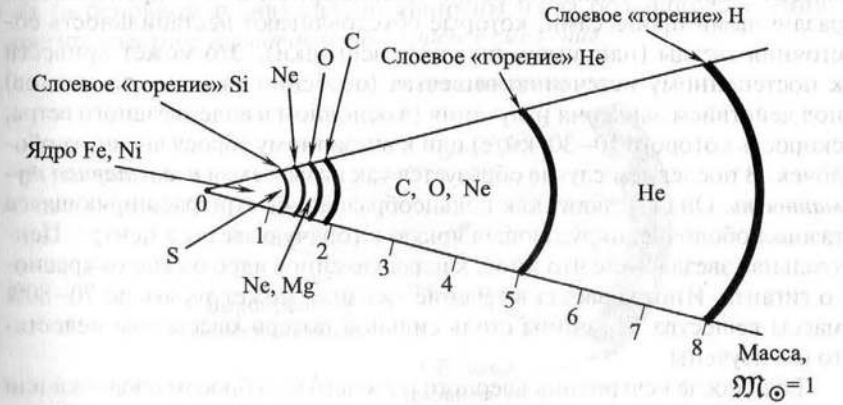


Рис. 3.15. Центральная часть массивной звезды в конечной стадии эволюции

Основную роль в этом процессе играет частично дважды ионизованный гелий, выполняющий функцию *клапана* в наружных слоях звезды. Однократно ионизованный гелий обладает повышенной непрозрачностью для излучения, тогда как дважды ионизованный значительно более прозрачен. Случайное сжатие внешнего слоя ионизованного гелия способствует повышению непрозрачности, поглощению излучения, разогреву внешней оболочки и всей звезды в целом, ионизации гелия, повышению давления, следовательно, расширению слоя и увеличению радиуса звезды. В результате снижается непрозрачность слоя, звезда начинает терять энергию за счет излучения (повышается ее светимость) и охлаждаться. Слой гелия опять становится непрозрачным, сжимается – и все повторяется сначала.

При определении расстояний до удаленных объектов весьма важна обнаруженная взаимосвязь между светимостью (средней абсолютной звездной величиной) и периодом пульсации цефеид, которая с точностью до $\pm 0^m,3$ на данном этапе исследований такова:

$$M_V = -(1{,}01 + 2{,}87 \cdot \lg P) = -2{,}5 \cdot \lg \frac{L}{L_\odot} + 4^m,8, \qquad (3.29)$$

где P – период пульсации цефеиды, сут.

Примечание. Значения коэффициентов в формуле (3.29) несколько отличаются в разных источниках, например $M_V = -1{,}25 - 3{,}00 \cdot \lg(P)$. См.: http://www.astronet.ru/db/msg/1188531, дата обращения: 16.03.2016.

Ход дальнейшей эволюции звезды зависит, прежде всего, от ее массы. «Горение» гелия в ядре и в околоядерном слое сопровождается различными процессами, которые обусловливают нестабильность состояния звезды (например, гелиевые вспышки). Это может привести к постепенному истечению вещества (особенно тяжелых элементов) под действием давления излучения (в основном в виде звездного ветра, скорость которого 10–30 км/с) или к внезапному сбросу внешних оболочек. В последнем случае образуется так называемая ***планетарная туманность***. Она выглядит как кольцеобразная, быстро расширяющаяся газовая оболочка, окружающая яркую и горячую звезду в центре. Центральная звезда – не что иное, как раскаленное ядро бывшего красного гиганта. Иногда звезда в течение «жизни» может терять до 70–80% массы вещества. Причины столь сильной потери массы еще недостаточно изучены.

Если после исчерпания ядерного горючего (со сбросом оболочки или нет) оставшаяся звезда имеет массу $\mathfrak{M} < 1{,}44 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ (значение $\mathfrak{M}_{Ch} = 1{,}44 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ называется *пределом Чандрасекара* и играет особую роль в

астрофизике при описании эволюции звезд), она в конечном итоге превращается в ***белого карлика***. Это горячие компактные объекты с массой, примерно равной массе Солнца, но радиус их в десятки и сотни раз меньше. Причем чем больше масса белого карлика, тем меньше его размер и выше плотность. Расчеты позволяют получить предельные значения $R \geqslant 1027$ км, $\rho \leqslant 2{,}3 \cdot 10^{10}$ г/см^3.

Примечание. Субраманьян Чандрасекар (Subrahmanyan Chandrasekhar, 1910–1995) – американский астрофизик и физик-теоретик индийского происхождения, лауреат Нобелевской премии по физике (1983), член Национальной академии наук США (1955), Лондонского Королевского общества (1944), ряда академий наук и научных обществ других стран. Внес заметный вклад в звездную астрофизику, гидродинамику, физику стохастических процессов. Доказал существование предела массы звезды, равного приблизительно $1{,}44 \cdot \mathfrak{M}_\odot$. Если масса звезды превышает этот предел, то в процессе эволюции она становится нейтронной звездой. В честь Чандрасекара названа орбитальная обсерватория «Чандра».

Вещество белого карлика при таких физических условиях представляет собой вырожденный электронный газ (рис. 3.16). Фактически этот объект – центральная часть бывшего красного гиганта после того, как в нем прекращаются все возможные ядерные реакции. Вследствие малых размеров, несмотря на высокую эффективную температуру (вплоть до 70 000 К), белые карлики имеют низкую светимость (см. рис. 3.8).

Поскольку белые карлики лишены внутренних источников энергии, они, медленно остывая, постепенно излучают запасенную тепловую энергию. Светимость и температура их медленно снижаются. Известны, например, белые карлики с $T_{eff} \approx 5000$ К. Согласно расчетам, светимость $L \approx 0{,}001 \cdot L_\odot$ соответствует возрасту примерно 10^9 лет.

Примечателен вид спектров белых карликов. Спектральные линии их (в основном гелия) сильно уширены из-за большого давления и имеют заметное *гравитационное красное смещение*.

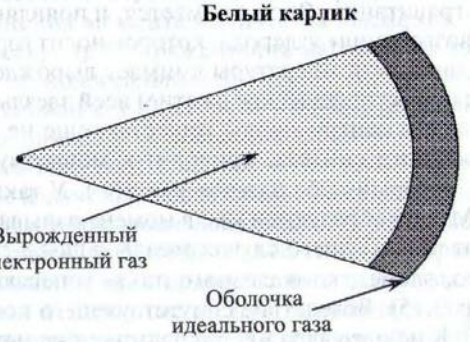


Рис. 3.16. Внутреннее строение белого карлика

Гораздо более драматичен финал эволюции более массивных звезд: звезды с массой $\mathfrak{M} > 8 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ проходят стадию термоядерного взрыва, или вспышки ***сверхновой звезды*** (или просто сверхновой – SN). В этот момент они достигают в максимуме абсолютной звездной величины от -14^m до -21^m и светимости 10^{34} Вт, т.е. иногда больше светимости своей галактики. Вспышка длится несколько сотен дней, поэтому полная энергия, излучаемая сверхновой, может превышать 10^{43}–10^{44} Дж, а с учетом энергии, уносимой нейтрино, – 10^{48} Дж.

По световым (временной ход кривой блеска) и спектральным свойствам сверхновые подразделяются на два типа (SN I и SN II), что свидетельствует о некоторых различиях в физической природе явления. Вспышки SN I имеют среднее значение $M \approx -20^m$ и связаны со взрывом белого карлика, который получает насыщенное водородом вещество в результате аккреции в тесных двойных системах (SN Ia), либо это конечный продукт эволюции молодых массивных звезд типа Вольфа – Райе (SN Ib). Вспышки SN II имеют среднее значение $M \approx -18^m$ и представляют собой конец спокойной эволюции массивной звезды с $\mathfrak{M} > 8 \cdot \mathfrak{M}_\odot$.

Вспышки сверхновых звезд наблюдались в нашей Галактике в 1006, 1054, 1572, 1604 гг., в Туманности Андромеды – в 1885 г. В 1987 г. были хорошо изучены характеристики вспыхнувшей сверхновой в Большом Магеллановом Облаке.

Чтобы понять причины взрыва сверхновой, нужно знать структуру массивных звезд в конце эволюции (см. рис. 3.15). Звезды с массой $4 \cdot \mathfrak{M}_\odot < \mathfrak{M} < 8 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ имеют вырожденное ядро, которое состоит в основном из углерода и кислорода (более тяжелые элементы еще не образовались). Масса звездного ядра растет главным образом за счет слоевого «горения» более легких, чем углерод, элементов. Когда она приближается к пределу Чандрасекара, силы давления уже не могут противостоять гравитации. Ядро сжимается, и появляются условия для мгновенного «возгорания» углерода, которое носит взрывной характер. Внезапное увеличение температуры снимает вырождение ядра, начинается коллапс (катастрофическое сжатие) всей звезды. Далее сильный нагрев падающего к центру звезды вещества, еще не прошедшего все стадии термоядерного синтеза, приводит к мощному термоядерному взрыву звезды, который наблюдается как SN I. У таких звезд элементы Fe, Co, Ni, Mn, Cr образуются уже в момент взрыва.

В отличие от предыдущего случая звезды с $\mathfrak{M} > 8 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ имеют невырожденное ядро, элементы «железного пика» успевают возникнуть до взрыва (см. рис. 3.15). Вследствие сопутствующего повышения температуры до $8 \cdot 10^9$ К и более ядра железа начинают испытывать α-распад, гидродинамическое равновесие нарушается. Звездное ядро, а затем и

оболочка испытывают коллапс. При этом происходит новый разогрев вещества и термоядерный взрыв на основе мгновенных ядерных превращений элементов, сохранившихся в оболочке и способных на термоядерный синтез. Такой взрыв наблюдается как SN II.

Важной особенностью вспышек сверхновых является мощный поток нейтрино, возникающих в результате слабого взаимодействия протонов и электронов ($p + e^- \rightarrow n + \nu$). Оболочки таких звезд, рассеянные взрывом, образуют различного вида расширяющиеся газовые *туманности*, которые затем наблюдаются в разных диапазонах длин волн (яркий пример – Крабовидная туманность, являющаяся остатком сверхновой SN 1054 и расположенная в созвездии Тельца). Поскольку массы центральных остатков сверхновых звезд после взрыва, как правило, превосходят предел Чандрасекара, а запасы ядерного горючего исчерпаны, остатки звезд коллапсируют за время порядка 1 с в ***нейтронную звезду*** или в ***черную дыру***.

В процессе коллапса звезды с последующим образованием такого объекта, как нейтронная звезда, гравитационное сжатие длится до тех пор, пока вещество звезды не достигает плотности, близкой к плотности атомного ядра ($\rho \approx 2{,}8 \cdot 10^{14}$ г/см^3). При этом электроны «вдавливаются» в протоны с образованием нейтронов ($p + e^- \rightarrow n + \nu$), которые при таких гравитационных силах являются уже стабильными частицами (не подвержены β-распаду). Происходит так называемая «нейтронизация» вещества.

Современные расчеты показывают, что для нейтронных звезд также существует предельная масса: $\mathfrak{M}_{max} \leqslant 2{,}5 \cdot \mathfrak{M}_\odot$. При этом плотность достигает $\rho_{max} \geqslant 10^{15}$ г/см^3, а радиус $R \approx 10$ км. Однако существуют и «маленькие» нейтронные звезды, для которых $\mathfrak{M}_{min} \approx 0{,}1 \cdot \mathfrak{M}_\odot$, $\rho_{min} \approx 2 \cdot 10^{14}$ г/см^3, $R \approx 200$ км. На рис. 3.17 показана модель строения нейтронной звезды с $\rho \approx 5 \cdot 10^{14}$ г/см^3 и $R \approx 16$ км.

Скорость вращения нейтронных звезд в процессе коллапса возрастает в силу сохранения момента количества движения до нескольких сотен оборотов в секунду. Напряженность магнитного поля таких звезд также возрастает до колоссальных значений. Магнитное поле приобретает довольно сложную структуру и индуцирует сильные электрические поля. Это приводит к тому, что заряженные частицы вокруг нейтронной звезды излучают в направлении узкого конуса. Подобное узконаправленное излучение в сочетании с быстрым вращением может наблюдаться на Земле как последовательность импульсов. Подобные явления впервые отмечались в 1967 г., а объекты, которые давали такие импульсы, были названы пульсарами (от англ. pulse и star). Теперь ясно: это не что иное, как нейтронные звезды. Вращение нейтронной звезды в мощном электромагнитном поле приводит к постепенному ее торможению и увеличению периода пульсаций.

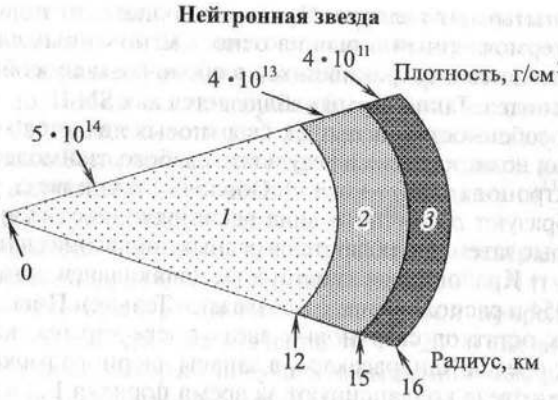


Рис. 3.17. Внутреннее строение нейтронной звезды:
1 – жидкое ядро из нейтронов с примесью протонов и электронов; *2* – внутренняя кора из ядер Fe и соседних элементов, переобогащенных нейтронами, с примесью свободных нейтронов; *3* – внешняя кора из ядер ^{56}Fe с примесью Co, Cr, Ni и вырожденных электронов

Итак, массы большинства нейтронных звезд заключаются в пределах $1{,}44 \cdot \mathfrak{M}_\odot - 2{,}5 \cdot \mathfrak{M}_\odot$. Если масса звезды, оставшейся после взрыва или более «мирного» истечения вещества, превышает $\mathfrak{M}_{max}$, то даже давление вырожденных нейтронов, т.е. ядерная плотность, не может остановить гравитационный коллапс звезды. В итоге она превращается в особый объект – черную дыру. Ее радиус меньше так называемого гравитационного радиуса для данного объекта.

Гравитационный радиус Шварцшильда r_{grav} («горизонта событий»), который дает оценку радиуса черной дыры, определяется по формуле

$$r_{grav} = \frac{2 \cdot G \cdot \mathfrak{M}}{c^2}, \qquad (3.30)$$

где $G = 6{,}6726 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2 – гравитационная постоянная; $\mathfrak{M}$ – масса объекта; c – скорость света. Радиус Шварцшильда можно рассчитать также для любого объекта.

Примечание. Шварцшильд, Карл (Karl Schwarzschild, 1983–1916) – немецкий астроном и физик. Внес заметный вклад в развитие фотографической фотометрии, теории звездных атмосфер, общей теории относительности и квантовой механики. Получил точное решение уравнений А. Эйнштейна, предсказывающее существование черных дыр (решение Шварцшильда). Его именем названы астероид, кратер на обратной стороне Луны, улицы в городах Германии. Ежегодно Германское астрономическое общество присуждает медаль Карла Шварцшильда.

Характерной особенностью объекта внутри сферы с радиусом r_{grav} является то, что параболическая скорость для него больше скорости света, т.е. такой объект ничего не излучает. Собственное излучение черной дыры увидеть невозможно, но ее можно обнаружить (как и нейтронную звезду) благодаря характерному излучению вещества вокруг нее.

Поскольку вблизи нейтронной звезды и черной дыры классические законы физики перестают быть справедливыми, описываются такие объекты только на основе общей теории относительности и называются *релятивистскими*.

Довольно часто на небесной сфере наблюдаются две или несколько близко расположенных звезд. Некоторые из них на самом деле находятся далеко друг от друга и только проецируются в очень близкие точки на небе. Такие звезды называются *оптически двойными*. В отличие от них *физически двойная звезда* – это две звезды, которые находятся между собой в тесном гравитационном взаимодействии, образуют единую динамическую систему и обращаются вокруг общего центра масс. Иногда наблюдаются также группы из трех и более звезд (*тройные* и *кратные системы*). Если компоненты физически двойной звезды могут наблюдаться раздельно (разрешаются), то такая звезда называются *визуально-двойной*. Если двойственность звезды устанавливается только по периодическим изменениям видимой звездной величины, такая звезда называется *затменной переменной*. У *спектрально-двойной* звезды орбитальные движения компонентов обнаруживаются по периодическим смещениям спектральных линий. Двойные звезды очень распространены в Галактике: около половины всех звезд Млечного Пути образуют двойные или кратные системы. Изучение двойных звезд позволяет определить важнейшую звездную характеристику – массу.

Движение компонентов двойной звезды происходит в соответствии с законами Кеплера: оба компонента описывают в пространстве подобные (с одинаковым эксцентриситетом) эллиптические орбиты вокруг общего центра масс. Таким же эксцентриситетом обладает орбита одного компонента (*звезды-спутника*) относительно другого (*главной звезды*), если его считать неподвижным. Третий закон Кеплера применительно к *двойным звездам* таков:

$$\frac{\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_\odot} = \frac{a^3}{P^2}, \qquad (3.31)$$

где $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2$ – массы компонентов двойной звезды; $\mathfrak{M}_\odot = 1{,}99 \cdot 10^{30}$ кг – масса Солнца; a – большая полуось эллиптической орбиты спутника относительно главной звезды, а.е.; P – период этого движения, годы.

Большая полуось a равна сумме больших полуосей орбит движений обеих звезд относительно центра их масс: $a = a_1 + a_2$. Из законов механики следует, что $\mathfrak{M}_1/\mathfrak{M}_2 = a_2/a_1$.

Легко можно определить взаимосвязь между большой полуосью a эллиптической орбиты в астрономических единицах, этой же величиной, но выраженной в секундах дуги, α'', и параллаксом π'' (в угловых секундах):

$$a(\text{а.е.}) = \frac{\alpha''}{\pi''}. \qquad (3.32)$$

Особый интерес представляют *тесные двойные системы* – пары звезд, расстояние между которыми сравнимо с их размерами. При этом существенную роль начинают играть приливные взаимодействия между компонентами. Под действием приливных сил поверхности обеих звезд перестают быть сферическими. Звезды приобретают эллипсоидальную форму, у них возникают направленные друг к другу приливные горбы. Существенную роль в эволюции таких систем играет взаимный обмен веществом, перетекание вещества с одного компонента на другой – *аккреция*. Иногда вещество одного или обоих компонентов формирует оболочку (кокон), которая охватывает обе звезды.

Если спутником в тесной двойной системе является белый карлик и на него попадает достаточное количество богатого водородом вещества из оболочки главной звезды, происходит термоядерный взрыв этого вещества. Кроме описанного выше явления вспышки SN Ia в подобной ситуации можно наблюдать также вспышку *новой звезды*. Этот термин не означает рождение звезды, а лишь отражает определенную стадию ее переменности. Новые звезды – эруптивные (с выбросом вещества) переменные звезды особого типа. Во время взрыва видимая звездная величина уменьшается чаще всего на $10–13^m$, что соответствует увеличению светимости иногда в миллионы раз. В среднем абсолютная звездная величина M в максимуме достигает $-8^m,5$. Общее количество энергии, выделяющейся при вспышке новой, превышает $10^{39}–10^{40}$ Дж. По спектрам в максимуме вспышки новые звезды похожи на сверхгиганты спектральных классов A–F. После вспышки они выглядят как горячие карлики.

В том случае, если спутником в тесной двойной системе оказывается нейтронная звезда, при аккреции вещества можно наблюдать явление, очень похожее на вспышку новой звезды, только без отделения оболочки (в поле тяготения нейтронной звезды это практически невозможно). Это явление называется вспышкой *барстера*. Во время такой вспышки барстер излучает преимущественно в рентгеновском диапазоне.

3.1.5. Галактическая астрофизика

Все видимые на небе звезды и Млечный Путь образуют единую, динамически связанную систему – нашу **Галактику**, которая включает в себя также множество других, невидимых простому глазу звезд, их систем, межзвездную материю и т.д. Считается, что в состав Галактики входит более 200 млрд звезд. Структура Галактики представлена на рис. 3.18.

Галактика является сплюснутой системой, симметричной относительно главной плоскости, называемой ***плоскостью Галактики***. Большой круг, по которому она пересекается с небесной сферой, называется ***галактическим экватором***. Солнце расположено на 20–25 пк севернее плоскости галактического экватора, поэтому средняя линия Млечного Пути не совпадает с ним. При наблюдении из Солнечной системы центр Галактики проецируется в созвездие Стрельца, а точнее, в область с координатами $\alpha = 265°$ и $\delta = -29°$. По направлению к центру Галактики, а также по мере приближения к ее плоскости звездная плотность возрастает: в центре она достигает $10^5–10^6$ звезд в 1 пк^3, тогда как в окрестности Солнца – около 0,12 звезд в 1 пк^3 (1 звезда в 8 пк^3, т.е. среднее расстояние между звездами равняется 2 пк).

Таким образом, распределение звезд в Галактике имеет две ярко выраженные тенденции: во-первых, они очень сильно концентрируются к галактической плоскости, во-вторых, они концентрируются к центру Галактики. Центральное сгущение звезд Галактики называется ***балдж***.

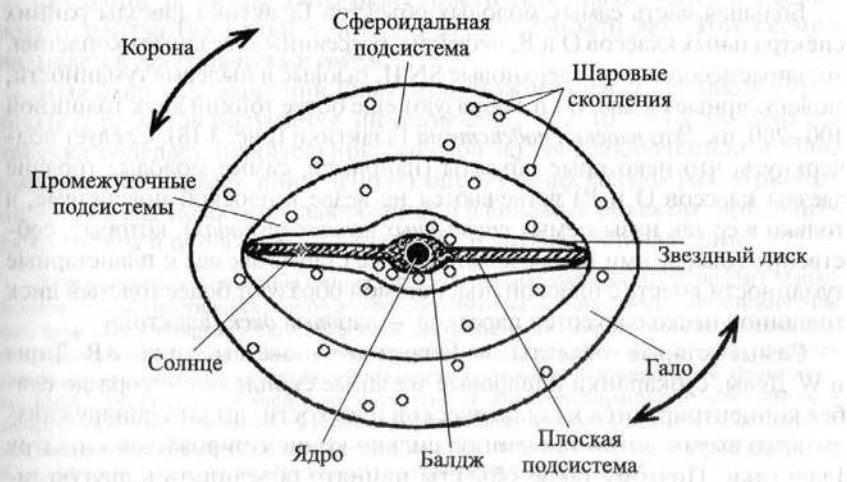


Рис. 3.18. Схема строения Галактики

Его диаметр, скорее всего, не превышает 1–2 кпк. В центре балджа выделяют компактное *ядро*. В самом центре Галактики, как полагают, находится черная дыра массой порядка $10^6 \cdot \mathfrak{M}_\odot$.

Примечание. В 2010 г. в результате наблюдений в гамма-диапазоне с помощью космического телескопа им. Ферми (Fermi Gamma-ray Space Telescope) над и под ядром Галактики открыты *пузыри Ферми* (по названию телескопа) – гигантские (размером до 50 тыс. св. лет) области пространства, испускающие электромагнитное излучение в рентгеновском (ближе к ядру Галактики) и гамма-диапазонах (на периферии). Точная природа этих структур пока не известна, однако предполагается, что они возникли благодаря активности сверхмассивной черной дыры, находящейся в центре нашей Галактики. Излучение пузырей Ферми образуется в результате уменьшения длины волны излучения при рассеянии фотонов на движущихся электронах (обратное комптоновское рассеяние), выбрасываемых черной дырой. Возраст пузырей оценивается в миллионы лет.

Солнце удалено от центра Галактики на расстояние около 8 кпк. Объекты, самые удаленные в направлении, противоположном от центра, находятся от Солнца на расстоянии примерно 7 кпк. Таким образом, диаметр видимого диска Галактики составляет около 30 кпк, но эта величина условная, поскольку звездная плотность по мере удаления от центра уменьшается постепенно, резкой границы не существует. Например, некоторые объекты сферического гало могут встречаться на расстояниях до 100 кпк. Однако основная масса звезд расположена вблизи плоскости Галактики, и звездная плотность уменьшается по мере удаления от нее почти по экспоненциальному закону. Эффективная толщина звездного диска (где плотность снижается в e раз) ≈500–600 пк.

Большая часть самых молодых объектов Галактики (звезды ранних спектральных классов O и B, цефеиды, рассеянные звездные скопления, звездные ассоциации, сверхновые SN II, газовые и пылевые туманности, молекулярные облака и т.п.) образуют еще более тонкий диск толщиной 100–200 пк. Это ***плоская подсистема*** Галактики (рис. 3.18). Следует подчеркнуть, что некоторые объекты (например, самые молодые горячие звезды классов O и B) встречаются не везде в плоской подсистеме, а только в ее так называемых *спиральных ветвях* (*рукавах*), которые, собственно говоря, ими и образованы. Более старые звезды и планетарные туманности вместе с плоской подсистемой образуют более толстый диск толщиной несколько сотен парсеков – ***звездный диск*** Галактики.

Самые старые объекты в Галактике – звезды типа RR Лиры и W Девы, субкарлики и шаровые звездные скопления – гораздо слабее концентрируются к галактической плоскости, но зато обнаруживают ярко выраженную тенденцию сильно концентрироваться к центру Галактики. Поэтому такие объекты принято объединять в другую галактическую группу – ***сфероидальную подсистему*** Галактики, которая

вместе с галактическими полями, космическими лучами и ***галактической газовой короной*** образует ***гало*** (рис. 3.18).

Объекты, принадлежащие к разным подсистемам Галактики, различаются химическим составом и кинематическими характеристиками. Подобное различие отражает ход эволюции Галактики.

Благодаря длительному изучению собственных движений и лучевых скоростей звезд было установлено, что Галактика вращается как единая динамическая система. Однако это вращение является дифференциальным, т.е. скорость обращения звезд вокруг центра Галактики изменяется в зависимости от расстояния между ними и центром.

Отмечаются следующие особенности вращения Галактики.

- Вращение происходит по часовой стрелке, если смотреть на Галактику со стороны ее северного полюса, который находится в созвездии Волосы Вероники.
- Угловая скорость вращения снижается по мере удаления от центра, но медленнее, чем если бы обращение звезд вокруг центра Галактики происходило по законам Кеплера.
- Центральная часть диска в области балджа вращается почти как твердое тело. Линейная скорость вращения по мере удаления от центра вначале возрастает пропорционально расстоянию вплоть до максимального значения ~250 км/с. Затем она уменьшается до 200–230 км/с в окрестности Солнца, после чего остается примерно постоянной или начинает немного снижаться.
- Солнце и звезды в его окрестности совершают полный оборот вокруг центра Галактики примерно за 225–250 млн лет. Этот период называется ***галактическим годом***.

Зная скорость вращения Галактики, можно оценить ее массу. В результате расчетов получается значение $\mathfrak{M}_{Gal} \approx 2 \cdot 10^{11} \cdot \mathfrak{M}_\odot$. Однако Галактика обладает значительной *скрытой массой*, заключенной в гало, которая увеличивает приведенную оценку в несколько раз. Примерно 98% массы Галактики, заключенной в видимых объектах, приходится на звезды и около 2% – на газ, пыль и другие составляющие.

Примечание. Концепция темной, или скрытой, материи (массы) (Cold Dark Matter) Галактики в частности и Вселенной в целом основана на необходимости объяснения ряда наблюдаемых астрофизических эффектов: распределения скоростей звезд в Галактике, гравитационного линзирования излучения удаленных объектов темными гало (сферическими составляющими) галактик, вириального парадокса, формирования крупномасштабной структуры Вселенной и др. В отличие от обычного барионного «светящегося» вещества под темной понимается материя, которая не принимает участия в электрослабом взаимодействии (в частности, не испускает и не поглощает электромагнитное излучение). Ее присутствие обнаруживается только по гравитационным эффектам.

В настоящее время предполагается, что на долю обычной барионной материи приходится не более 5% материи Вселенной. Примерно половину барионной материи со-

ставляют светящиеся объекты (видимая материя) – звезды, планеты, межзвездные газопылевые облака. Темная барионная материя – это макроскопические объекты гало галактик (Massive Astrophysical Compact Halo Objects, MACHO): маломассивные звезды (коричневые карлики), очень массивные юпитероподобные планеты, остывшие белые карлики, нейтронные звезды и черные дыры.

Около 23% материи Вселенной составляет темная материя, носители которой имеют небарионную природу. В зависимости от скоростей частиц различают горячую и холодную темную материю. Горячая темная материя состоит из частиц, движущихся с околосветовыми скоростями (по-видимому, нейтрино). Холодная темная материя должна состоять из массивных медленно движущихся частиц или сгустков вещества. Экспериментально такие частицы пока не обнаружены. В качестве кандидатов на роль холодной темной материи выступают слабо взаимодействующие массивные частицы (Weakly Interactive Massive Particles, WIMP): аксионы, фотино, гравитино и др.

Что касается движения Солнца относительно окружающих звезд, то путем наблюдений было установлено, что Солнечная система движется в направлении своего апекса, который находится в созвездии Геркулеса и имеет координаты $\alpha = 270°$ и $\delta = +30°$, со скоростью ~20 км/с относительно окружающего межзвездного газа.

Чтобы лучше ориентироваться среди объектов Галактики, принята галактическая система координат (рис. 3.19).

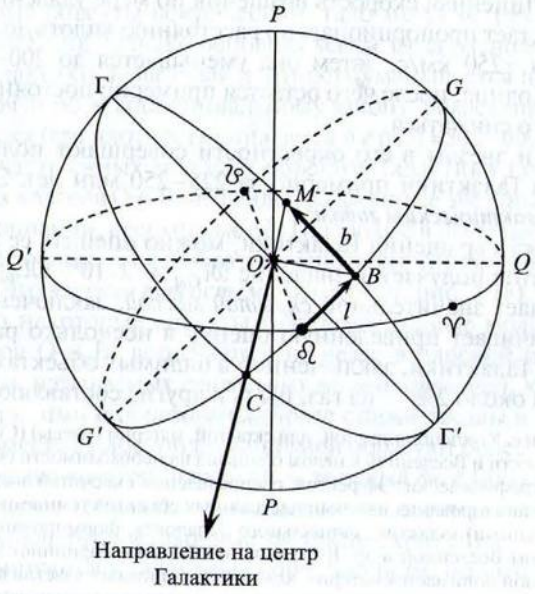


Рис. 3.19. Галактическая система координат:
ГГ′ – галактическая ось; $G\mathfrak{Q}G'$ – галактический экватор; l – галактическая долгота светила M; b – галактическая широта светила M

Среди других галактик сравнительно близко от нашей Галактики находятся Большое Магелланово Облако и Малое Магелланово Облако (галактики с формой, близкой к спиральной), а также Туманность Андромеды (спиральная галактика). Последняя внешне наиболее похожа на нашу Галактику, но имеет бóльшие размеры. В настоящее время можно наблюдать миллиарды галактик. В существующих каталогах описана большая часть галактик ярче 15^m (их несколько десятков тысяч).

Примерная классификация галактик по Э. Хабблу дана на рис. 3.20.

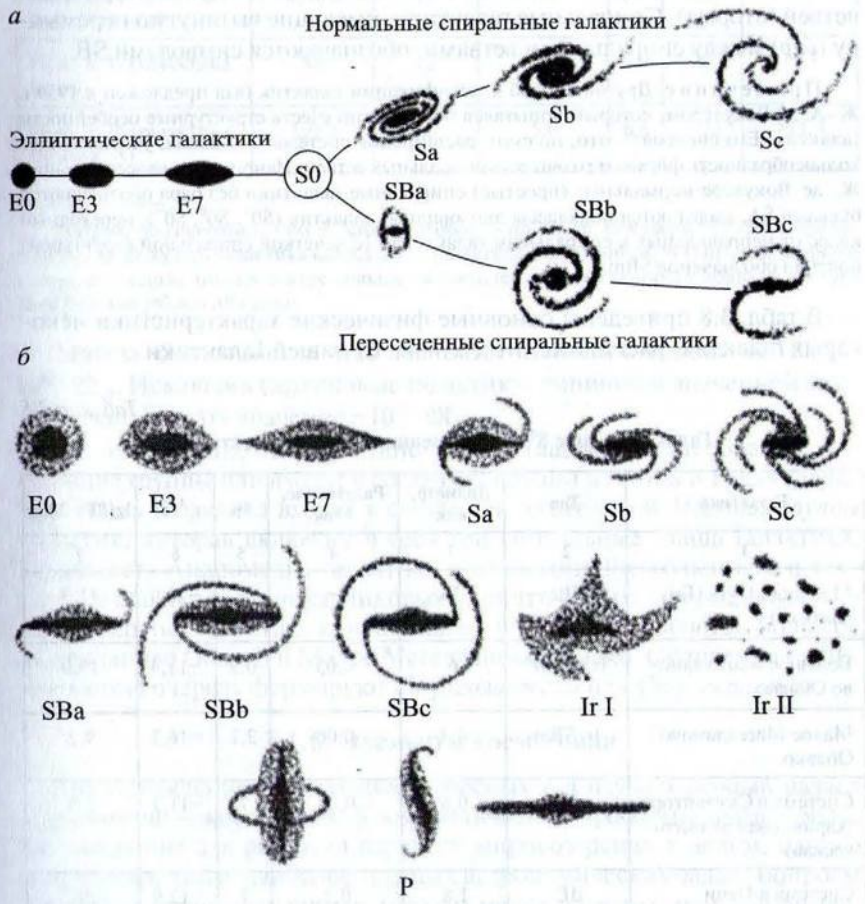


Рис. 3.20. Камертонная диаграмма структур галактик Хаббла (*а*); примерная классификация галактик (*б*): эллиптические (E), спиральные (S), неправильные (Ir), пекулярные (P)

По внешнему виду, структуре и характеру распределения яркости галактики подразделяются на эллиптические (E), спиральные (S) и неправильные (Ir). Иногда как особый вид галактик выделяют линзовидные (S0), занимающие промежуточное положение между эллиптическими и спиральными галактиками: у них есть звездный диск и балдж, но нет спиральных рукавов. Выделяют также пекулярные (P) галактики, имеющие характерные особенности строения и формы. Эллиптические и спиральные галактики в свою очередь подразделяются на подвиды в зависимости от формы эллипсов (первые) или развитости спиральных ветвей (вторые). Спиральные галактики, имеющие вытянутую перемычку (*бар*) между спиральными ветвями, обозначаются символами SB.

Примечание. Другой способ классификации галактик был предложен в 1959 г. Ж.-А. де Вокулёром, который попытался более полно учесть структурные особенности галактик. Его система – это, по сути, расширение системы Э. Хаббла, учитывающее кольцеобразность формы и развитость спиральных ветвей. Например, в классификации Ж. де Вокулёра нормальные (простые) спиральные галактики без бара обозначаются буквами SA, выделяются подклассы линзовидных галактик ($S0^+$, $S0^0$, $S0^-$), переходный класс от неправильных к спиральным галактикам (с нечеткой спиральной структурой) получил обозначение SBm.

В табл. 3.8 приведены основные физические характеристики некоторых галактик, расположенных близко от нашей Галактики.

Таблица 3.8

Галактики ярче 8^m по сравнению с нашей Галактикой

Галактика	Тип	Диаметр, кпк	Расстояние, Мпк	m_V	M_B	$\lg(\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_\odot)$
1	2	3	4	5	6	7
Млечный Путь (Галактика)	SBc	30	–	–	−20,9	11,3
Большое Магелланово Облако	Ir/SBm*	6	0,05	0,9	−18,4	10,0
Малое Магелланово Облако	Ir/SBm	4,3	0,06	2,2	−16,3	9,2
Система в Скульпторе (карликовая эллиптическая)	dE	0,6	0,08	7	−11,2	8,5
Система в Печи (карликовая эллиптическая)	dE	1,8	0,2	7	−12,9	9

Окончание табл. 3.8

1	2	3	4	5	6	7
NGC 55	SBm	38	2,0	7,8	−20,4	10,5
NGC 224 (Туманность Андромеды)	Sb (SAb)**	40	0,77	3,5	−21,8	11,3
NGC 253 (галактика Скульптор)	SBc	20	2,4	7,3	−20,3	11,1
NGC 598 (галактика Треугольника)	Sc/SAc	17	1,0	5,7	−18,7	10,7
NGC 3031 (галактика Боде)	Sb	23	3,0	6,9	−20,3	11,3
NGC 5128 (галактика Центавр А)	E/S0	15	5,0	6,6	−22	>11,3

*Первое обозначение – по Э. Хабблу, второе – по Ж. де Вокулёру. **В классификации Ж. де Вокулёра галактика класса SA – галактика с небольшим, четким, очень ярким ядром, расположенным в центре кольца, на внешней границе которого появляются туго закрученные рукава или арки.

Массы большинства наблюдаемых галактик равны $10^9 \cdot \mathfrak{M}_\odot$ – $10^{12} \cdot \mathfrak{M}_\odot$. Исключив карликовые галактики, типичным значением массы можно считать значение $\sim 10^{11} \cdot \mathfrak{M}_\odot$.

Галактики редко бывают одиночными. Чаще всего они образуют небольшие группы или входят в состав скоплений из сотен и тысяч галактик. Наша Галактика входит в состав так называемой *Местной группы* галактик, которая включает в себя три спиральные (наша Галактика, Туманность Андромеды, галактика в созвездии Треугольника), а также несколько десятков карликовых эллиптических, сфероидальных и неправильных галактик, крупнейшими из которых являются Большое Магелланово Облако и Малое Магелланово Облако. Скопления галактик в свою очередь формируют *Сверхгалактики* или *Сверхскопления*.

3.1.6. Элементы космогонии

Происхождение и эволюцию небесных тел изучает особый раздел астрономии – **космогония**. Космогонические проблемы имеют большое значение для развития научного мировоззрения в целом, однако относятся к числу наиболее трудных астрономических задач. Вопросы эволюции планетных систем гораздо менее изучены, чем, например, эволюции звезд, поскольку до недавних пор была известна только одна

такая система – Солнечная. Исследования других планетных систем начали проводить совсем недавно.

В XVIII в. благодаря успехам ньютоновской механики сложилось представление о Вселенной как о неизменной системе космических тел, управляемой точными законами природы. Тогда считали, что механизм Вселенной был запущен один раз («первотолчок») и функционирует сам собой без каких-либо изменений. Р. Декарт (1644) впервые выдвинул гипотезу о том, что Солнечная система образовалась из облака газа и пыли. Впоследствии подобную гипотезу развивали Ж.-Л. Бюффон (1749) и И. Кант (1755), полагая, что в центре облака возникло Солнце, а в периферийных частях – планеты. Эта картина в общих чертах считается правильной и сегодня, однако в то время она не могла быть детально разработана.

В 1796 г. П.-С. Лаплас высказал предположение о том, что в процессе образования планет большую роль может играть вращение *первичной газопылевой туманности*. Он показал, что центробежная сила при сжатии возрастает быстрее, чем сила тяжести, и при их равенстве возникает так называемая *ротационная неустойчивость,* при которой туманность сплющивается, принимая форму чечевицы, а с ее экватора отделяется вещество. Из выброшенного вещества вокруг туманности образуются плоские кольца, похожие на кольца Сатурна, которые впоследствии конденсируются в планеты. Однако гипотезы Канта и Лапласа в их классической форме не давали объяснения, почему в Солнечной системе 98% момента количества движения принадлежит планетам и только 2% – Солнцу.

Эту трудность позволяла «обойти» гипотеза, выдвинутая в начале XX в. британским ученым Дж. Джинсом. Он считал, что Солнце, как и другие звезды, сформировалось без планетной системы, а планетная система появилась в результате того, что другая звезда прошла близко от Солнца. Она «вырвала» из него часть вещества, вследствие конденсации которого образовались планеты. Однако существует множество фактов, опровергающих умозаключения Джинса. Можно, например, показать, что вероятность достаточно близкого прохождения двух звезд друг от друга близка к нулю. Кроме того, удельный момент импульса выброшенного из Солнца вещества не может превышать удельный момент импульса проходящей рядом звезды. Расчеты показывают, что в этом случае звезда должна двигаться относительно Солнца со скоростью около 5000 км/с, а это гораздо больше, чем параболическая скорость в Галактике (300 км/с). Кроме того, повышенное (по сравнению с солнечным) содержание лития и дейтерия на планетах означает, что планетное вещество отделилось от солнечного еще до того, как в последнем начались ядерные реакции.

Существенный вклад в развитие теории образования планет из твердых частиц околосолнечного допланетного облака внес советский ученый О.Ю. Шмидт на основании исследований, проведенных в 1944 г.

Современная аккреционная теория происхождения и эволюции планетных систем, дополненная идеей орбитальной миграции [1, 16], основана на многолетних наблюдениях и исследованиях планет и других тел Солнечной системы, межпланетного пространства, многочисленных расчетных моделях, а также на исследованиях (в последние годы) экзопланет и околозвездного пространства других звездных систем. Тем не менее представления о происхождении и ранней эволюции Солнечной системы и других планетных систем до сих пор не приобрели характера законченной теории. В то же время основные этапы этой эволюции во многом определились.

1. Неоднородное сжатие газопылевого облака. Образование звезды и ее планетной системы начинается в результате уплотнения (неоднородного сжатия) межзвездного газопылевого облака, состоящего из атомарного и молекулярного водорода (H и H_2), гелия (He), простейших молекул и радикалов (H_2O, CH_4, OH, NO и др.), а также пыли (для Солнечной системы этот процесс начался около 4,6 млрд лет назад). Пылевая составляющая облака представляет собой частицы водяного льда, железа, различных образований из углерода и кремния, других твердых веществ неправильной формы с субмикронными размерами. На пылевую составляющую, как правило, приходится всего несколько процентов массы облака, остальное вещество – это водород и гелий.

В случае Солнечной системы, вероятнее всего, уплотнение возникло в результате взрыва сверхновой звезды под действием ударной волны, которая распространилась от нее во все стороны. Продукты этого взрыва проникли в межзвездную пыль, которая вошла впоследствии в состав *углистых хондритов*.

Неоднородное сжатие газопылевого облака продолжается в течение 100–1000 лет.

2. Гравитационный коллапс и начало аккреции. Первоначальное неоднородное сжатие газопылевого облака приводит к увеличению плотности вещества, в результате чего облако начинает сжиматься уже под действием собственной силы тяготения – происходит гравитационный коллапс.

Однако сжимающееся массивное облако, которое участвует в общем вращении Галактики, не может сжаться до высокой плотности из-за большого момента импульса. Поэтому газопылевое облако распадается на фрагменты, каждый из которых впоследствии может сформировать звезду вместе с планетной системой (один из таких фрагментов породил Солнце и Солнечную систему). Часть момента импульса при этом

переходит в момент относительного движения фрагментов (суммарный момент импульса сохраняется). В результате вращения сжимающийся фрагмент облака постепенно начинает принимать форму протопланетного диска.

В центре сжимающегося фрагмента вскоре формируется сгущение пыли и газа, которое становится ядром аккреции.

Гравитационный коллапс продолжается в течение 1000–100 000 лет.

3. Образование Протосолнца. Когда масса центрального сгущения достигает ~ $0{,}1 \cdot \mathfrak{M}_\odot$, плотность вещества возрастает настолько, что оно становится непрозрачным для своего собственного излучения. В результате температура в центре протопланетного диска быстро повышается, что приводит к испарению пыли. Вскоре после испарения пыли происходит диссоциация молекулярного водорода. При этом в условиях непрекращающейся аккреции масса центрального сгущения продолжает увеличиваться, давление в его ядре возрастает, и в конце концов в нем начинаются термоядерные реакции синтеза – образуется протозвезда (Протосолнце). Формирование протозвезды происходит относительно быстро – всего за 10–100 лет.

Рассматривая процесс образования протозвезды, следует учитывать, что скорость аккреции ограничена возможностью охлаждения падающего на протозвезду газа. Гравитация притягивает вещество из диска, но сжимающийся к протозвезде газ теряет энергию, и, чтобы «упасть» на центральное ядро, он должен охлаждаться. Если охлаждение происходит слишком медленно, газ не оседает на протозвезду. В итоге часть газа из внутренней части протопланетного диска осаждается на протозвезду, а часть рассеивается на периферию. Аккреция межзвездного вещества продолжается до тех пор, пока его запасы во внутренней части протопланетного диска не исчерпываются.

После прекращения притока межзвездного вещества, определяемого балансом между скоростями аккреции и рассеяния газа, масса протозвезды достигает своего стационарного значения (для Протосолнца – $\mathfrak{M}_\odot$), а ее радиус примерно в 100 раз превышает радиус будущей звезды.

4. Гравитационное сжатие протозвезды. Рост массы протозвезды одновременно сопровождается ее гравитационным сжатием. После завершения аккреции радиус звезды продолжает уменьшаться. Гравитационное сжатие завершается установлением баланса между гравитационным давлением внешних слоев звезды на внутренние и давлением излучения, распространяющегося из центральной части звезды.

К моменту завершения аккреции уже существует дискообразная (благодаря ротационной неустойчивости) газопылевая *протопланетная туманность*, центром которой является протозвезда (Протосолнце).

Для объяснения наблюдаемого распределения момента количества движения в Солнечной системе предполагается, что газ в протопланетной туманности является частично ионизированным, а протозвезда имеет значительное магнитное поле. В результате взаимодействия плазмы и поля возникают газовые потоки, передающие момент в протопланетную туманность.

Весь процесс формирования молодой звезды продолжается в течение примерно 1 млн лет с момента начала сжатия фрагмента.

5. Торможение частиц в газе. Почти вся масса обращающейся вокруг звезды молодой протопланетной туманности приходится на газ, плотность которого убывает с увеличением расстояния от звезды. Любой выделенный объем газа находится под сложным влиянием гравитации звезды и самой туманности, давления газовой среды и центробежных сил. В результате этого орбитальная скорость газа оказывается меньше кеплеровской скорости планетоподобного тела на такой же орбите.

Летучие соединения (вещества с низкой температурой кипения – вода, аммиак и др.) в газовой фазе конденсируются на пылинках, размеры которых постепенно увеличиваются в несколько сотен или тысяч раз. Если скорость твердых частиц оказывается меньше кеплеровской, радиусы их орбит начинают уменьшаться (орбиты понижаются). Это происходит из-за торможения в газовой среде достаточно крупных, размером более 1 мм, частиц. Мигрируя во внутренние области протопланетной туманности, они нагреваются, конденсат плавится, частицы становятся липкими и быстро растут. Чем крупнее становятся эти частицы, тем быстрее они движутся к центру. Объекты метрового размера могут сократить свое расстояние от звезды вдвое всего за 1000 лет.

6. Испарение летучих соединений из внутренней части диска. Приближаясь к звезде, частицы нагреваются, летучие соединения постепенно испаряются. Солнечный ветер (гораздо более сильный, чем в наши дни) удаляет газ из внутренней части протопланетной туманности за так называемую линию льдов. *Линия льдов* (или *линия снегов*) – минимальное расстояние от центральной звезды в протопланетной туманности, на котором простейшие летучие соединения конденсируются в частицы льда. Температурная граница, при которой происходит конденсация льдов на поверхности твердых частиц, ≈150 K. В Солнечной системе линия льдов находится на расстоянии 2,7 а.е., т.е. в средней части Главного пояса астероидов.

В непосредственной близости от звезды под действием усиливающейся радиации происходит испарение не только летучих соединений, но и твердых частиц пыли.

Линия льдов делит планетную систему на внутреннюю область, почти лишенную летучих веществ и содержащую твердые тела, и внеш-

нюю область, богатую летучими веществами и содержащую ледяные тела. Радиус внутренней прозрачной зоны в протопланетных дисках молодых звезд достигает нескольких астрономических единиц.

7. Линия льдов. На линии льдов происходит конденсация летучих соединений (прежде всего воды) и возникает скачок давления испарившейся из внутренних областей газовой фазы. По этой причине орбитальная скорость газа достигает значения кеплеровской и даже превышает ее, в результате чего газ уже не тормозит, а ускоряет частицы. Как следствие этого миграция к звезде основной массы частиц из этой области прекращается. Однако из дальней периферии диска миграция продолжается, и у линии льдов скапливается значительное количество вещества протопланетного диска. При этом, как свидетельствуют данные, полученные при наблюдении молодых планетных систем, внешние пределы зоны конденсации могут отстоять от звезды на несколько сотен астрономических единиц.

8. Образование планетезималей. С течением времени пылевое вещество протопланетной туманности все больше концентрируется к средней плоскости диска. Скапливаясь, частицы все чаще сталкиваются и «слипаются», появляются все более крупные частицы за счет поглощения более мелких – протекает процесс аккумуляции (роста) твердых тел. Повышенную «липкость» твердым частицам обеспечивает ледяная и газожидкая составляющая протопланетной туманности (часть ледяных частиц мигрирует внутрь диска). Постепенно пылинки собираются в тела километрового размера, называемые планетезималями.

Планетезималь (от англ. planet – планета и infinitesimal – бесконечно малая) – небесное тело на орбите вокруг протозвезды, образующееся в результате постепенного объединения более мелких тел, состоящих из частиц пыли протопланетного диска.

Планетезималь представляет собой потенциальный зародыш планеты. К настоящему времени в Солнечной системе планетезимали, вероятнее всего, не сохранились. Достоверное обнаружение такого объекта позволило бы точно определить химический состав протопланетной туманности на ранних этапах ее формирования.

Примечание. Возможным примером планетезимали является астероид Лютеция, относящийся к классу металлических астероидов, но обладающий при этом необычным спектром. На поверхности Лютеции слишком мало металлов (железа и никеля) и аномально много углерода.

В начальный период формирования планет планетезимали очень многочисленны, их количество исчисляется сотнями миллионов или даже миллиардами. В результате множества столкновений планетезимали образуют тела, достигающие размеров Луны и больших, захватывающие остающийся материал и подавляющие рост соседей.

9. Образование протопланет. Вначале возрастание массы планетезималей происходит вследствие случайных столкновений. Но чем больше становятся планетезимали, тем более сильной гравитацией они обладают и тем интенсивнее они начинают поглощать своих соседей с небольшой массой. Так возникают тела, которые называют *протопланетами*. Они обладают сравнительно большими массами и перехватывают оставшиеся планетезимали в узкой полосе вдоль своей орбиты. Когда большая часть планетезималей поглощена, рост протопланеты прекращается. При объединении в протопланеты многих планетезималей происходит усреднение их индивидуальных характеристик движения, вследствие чего орбиты планет получаются почти круговыми и копланарными.

После того как масса протопланет достигает нескольких процентов современной массы Земли (т.е. примерно массы Луны), их рост ограничивается вследствие гравитационных взаимодействий с другими телами, а часть тел в результате таких взаимодействий вообще выбрасывается из формирующейся системы в межзвездное пространство.

Расчеты показывают, что протопланета массой до 10% массы Земли на ее орбите может быть «накоплена» за 100 тыс. лет. Впоследствии увеличение массы такой протопланеты прекращается, поскольку в системе не остается достаточного количества материала. Чем дальше от звезды, тем медленнее происходит рост протопланет. Для того чтобы достичь четырех масс Земли, телу на орбите Юпитера в обычной ситуации потребовалось бы несколько миллионов лет.

10. Формирование первого газового гиганта. В непосредственной близости от линии льдов процесс шел быстрее вследствие высокой концентрации вещества в этой области. Юпитер начинался с протопланеты, сравнимой по размеру с Землей, а затем накопил еще около 300 земных масс газа. Такой рост обусловлен различными конкурирующими механизмами.

Примечание. Скорость роста ограничена возможностью охлаждения аккретирующего газа (механизм, аналогичный аккреции газа на молодую звезду). Если отвод тепла не эффективен и охлаждение слишком медленное, то газ может быть потерян и планета-гигант не возникнет. Расчеты показывают, что для достаточно быстрого охлаждения протопланета должна иметь массу не менее 10 масс Земли. Такой крупный экземпляр может вырасти лишь вблизи линии льдов, где ранее собралось много вещества. Вероятнее всего, именно поэтому Юпитер расположен как раз за этой линией.

Другой фактор, затрудняющий рождение газовых гигантов, – миграция, или движение протопланеты по спирали к звезде. Газ на внешней стороне орбиты вращается медленнее протопланеты и влечет ее назад, тормозя движение. А газ внутри орбиты вращается быстрее и подталкивает протопланету вперед, ускоряя ее. Несмотря на меньшую плотность вещества, во внешней области его больше, и поэтому распределенная масса за орбитой протопланеты значительно превышает массу внутри орбиты. В результате возникает некоторое торможение протопланеты, слегка приближающее ее орбиту к звезде.

За 1 млн лет орбита протопланеты может снизиться на несколько астрономических единиц, опустившись вплоть до внешней границы линии льдов.

Газ медленно накапливается в течение нескольких миллионов лет, но затем другая половина всей газовой массы захватывается планетой-гигантом всего за 1000 лет. При этом она выделяет так много тепла, что светит почти как Солнце. Начиная с некоторого момента, рост планеты-гиганта останавливается. Управляющим механизмом снова оказывается гравитационное взаимодействие планеты с газом в окружающей среде. Вместо того чтобы газовый диск менял орбиту планеты, теперь масса планеты весьма велика, и она сама начинает изменять движение газа в диске.

Газ внутри орбиты планеты вращается быстрее нее, поэтому ее притяжение тормозит газ, вынуждая его падать в сторону звезды, т.е. от планеты. Газ же снаружи орбиты планеты вращается медленнее, поэтому планета ускоряет его, заставляя двигаться наружу, опять же от планеты. Таким образом, планета создает разрыв в диске и уничтожает запас строительного материала. Газ пытается заполнить разрыв, но расчеты показывают, что планета способна его поддерживать, если при расстоянии в 5 а.е. ее масса превышает массу Юпитера. Эта критическая масса зависит от эпохи. Чем раньше сформируется планета, тем больше будет ее рост, поскольку в диске еще много газа.

11. Орбитальная миграция планет-гигантов. Большинство открытых экзопланет имеют массу, сравнимую с массой Юпитера или превышающую ее. При этом около 30% таких планет находится на орбитах со значениями больших полуосей 0,16–0,20 а.е. и даже меньше, т.е. орбиты расположены гораздо ближе к звезде, чем орбита Меркурия в Солнечной системе (0,387 а.е.), хотя сами звезды не очень отличаются от нашего Солнца.

Примечание. Примерами могут служить планеты около звезд ρ CrB (ρ Северной Короны) и 55 Cnc (55 Рака) e, b и c, у которых размеры больших полуосей орбит составляют всего 0,24, 0,0157, 0,115 и 0,11 а.е. соответственно, а минимальные массы весьма велики – 1,1, 0,03, 0,78 и 0,22 массы Юпитера. В трех случаях (U And, 51 Peg, τ Boo) орбитальные периоды гигантских планет с массой порядка массы Юпитера составляют 3–4 сут, т.е. радиусы орбит около 0,04 а.е., что в десять раз меньше радиуса орбиты Меркурия.

Таким образом, наряду с принципиальным вопросом о формировании планетных систем из газопылевого облака, который в общих чертах решен в аккреционной теории, возникает дополнительная проблема, связанная с широким распространением в планетных системах газовых гигантов, находящихся на чрезвычайно низких орбитах. Экстремальная близость гигантских планет к центральной звезде – весьма распространенное явление в мире планетных систем около звезд солнечного типа. Этот новый наблюдательный факт чрезвычайно важен для понимания механизмов формирования планет из протопланетных облаков вокруг звезд. Очевидно, что в рамках аккреционной теории возникновение газовых гигантов с такими элементами орбит («горячих юпитеров») исключено. Вероятно, одним из механизмов формирования планетных систем является орбитальная миграция планет из

внешних областей во внутренние. Такой механизм отсутствует сейчас в Солнечной системе, но, вероятно, он существовал ранее в пору ее формирования. Постепенная миграция планет к центральной звезде может объясняться торможением ее движения за счет гравитационного взаимодействия с внешними массивными слоями протопланетного диска, орбитальная скорость которых значительно меньше скорости планеты.

Миграция планет-гигантов к звезде может представлять серьезную угрозу существованию планет земного типа. В ходе миграции на низкие околозвездные орбиты планета масштаба Юпитера оставляет мало шансов на выживание планетам типа Земли из-за неизбежных катастрофических столкновений с формирующимися телами. В ходе своей эволюции такой гигант фактически может поглотить весь материал формирующихся планет земного типа. Однако возможность орбитальной миграции планеты-гиганта, по-видимому, определяется количеством и плотностью газа, оставшегося вблизи ее орбиты, и зависит от характеристик молодой звезды (массы, светимости и эффективной температуры), а также параметров протопланетного облака (плотности, температуры). По этой причине орбитальная миграция осуществляется не во всех планетных системах.

Миграция планеты-гиганта на низкую орбиту (если она происходит) продолжается в течение 1–3 млн лет с момента окончания ее формирования.

12. Образование других планет-гигантов. Посредством гравитационного взаимодействия первый сформировавшийся вблизи линии льдов гигант очищает зону астероидов первого поколения и значительно ускоряет образование других планет-гигантов при условии, что не исчерпан еще весь запас газа в протопланетном облаке.

По-видимому, с задержкой в несколько миллионов лет после Юпитера формировался Сатурн, когда газа уже оставалось относительно немного, поэтому его масса в 3,3 раза меньше массы Юпитера. Однако если бы отсутствовало влияние последнего, то процесс длился бы дольше, а масса Сатурна могла бы быть еще меньше. В других планетных системах многие, а возможно, и большинство известных планет-гигантов имеют близнецов сравнимой массы.

Вероятно, в похожих условиях формировались Уран и Нептун. Однако открытым остается вопрос о месте их формирования, поскольку эти планеты, скорее всего, мигрировали со своих начальных орбит. Образование их затянулось, массы ядер достигли 10–20 масс Земли, а газа «хватило» всего на две земные массы в каждом случае.

В целом на формирование четырех планет-гигантов ушло около 10 млн лет.

13. Образование планет земного типа. Четыре планеты земной группы – Меркурий, Венера, Земля и Марс – в основном состоят из веществ с высокой температурой кипения, таких как железо и силикатные породы. Это говорит о том, что они сформировались внутри линии льдов и заметно не мигрировали. Однако на таких расстояниях от звезды планетезимали могут «вырасти» в протопланетном диске до 10% земной массы, т.е. не более Меркурия. Для дальнейшего роста нужно, чтобы орбиты планетезималей пересекались, сами планетезимали сталкивались и объединялись. Все это могло происходить под возмущающим воздействием планеты-гиганта.

Следовательно, образование первой планеты-гиганта в первые 2–3 млн лет должно было предшествовать этим процессам. Длительное влияние гравитации Юпитера вызывает у формирующихся планет земной группы миграцию. Если орбиты компланарны и не связаны резонансными соотношениями, столкновение и объединение таких тел – это только вопрос времени.

Радиоизотопные измерения указывают, что внутри линии льдов астероиды сформировались первыми (спустя 4 млн лет после образования Солнца), затем образовался Марс (через 10 млн лет), а позже – Земля (через 50 млн лет). Образно говоря, поднятая Юпитером «волна» планетообразования прошла через Солнечную систему наружу и внутрь от линии льдов. Образование планет может рассматриваться как конечная стадия процесса аккреции вещества, окружающего ядро протосолнечной туманности.

Примечание. Изредка случающиеся сейчас столкновения малых тел с планетами (столкновения с Юпитером кометы Шумейкеров – Леви в 1994 г., неизвестных малых тел в июле 2009 г. и в сентябре 2012 г.) можно рассматривать как затухающее эхо мощнейших столкновительных процессов, происходивших на ранней стадии формирования Солнечной системы. Наиболее тяжелую «метеоритную бомбардировку» планеты пережили в первую эпоху существования Солнечной системы, особенно в период 3,9–3,8 млрд лет назад, когда наблюдался пик такой бомбардировки.

Важнейшей эпохой для формирования нашей планеты стал период между 30 и 100 млн лет после формирования Солнца, когда, по одной из гипотез, протопланета размером с Марс (эту гипотетическую протопланету массой 10–12% от массы Земли иногда называют Тейя), двигаясь по касательной орбите, врезалась в Протоземлю и породила гигантское количество обломков, из которых впоследствии сформировалась Луна. Энергии удара оказалось достаточно для испарения внешних слоев Земли и расплавления обоих столкнувшихся тел. Выброшенное на орбиту Земли вещество в основном являлось частью мантии, что объясняет необычный химический состав Луны, в частности ее «обделенность» металлами.

14. Завершение формирования Солнечной системы. После того как первые протопланеты в зоне планет земной группы сформировались, остатки вещества протопланетного облака постепенно удаляются из внутренних областей Солнечной системы. Это происходит в результате нескольких процессов:

- ❑ за счет гравитационного взаимодействия с уже существующей планетой-гигантом;
- ❑ под действием давления солнечного ветра и электромагнитного излучения;
- ❑ благодаря эффекту Пойнтинга – Робертсона (происходит потеря орбитального момента импульса частицы при движении по орбите вокруг другого тела, являющегося источником электромагнитного излучения), в результате которого пылевые частицы медленно мигрируют по спирали в сторону Солнца либо поглощаются протопланетами при столкновениях.

Уран и Нептун выбрасывают планетезимали наружу, в пояс Койпера, или же к Солнцу. Юпитер своим мощным гравитационным полем «отправляет» их в облако Оорта, на самый край области гравитационного влияния Солнца. В облаке Оорта может содержаться около 100 земных масс вещества. Время от времени планетезимали из пояса Койпера или облака Оорта приближаются к Солнцу, образуя кометы.

Разбрасывая планетезимали, сами планеты незначительно мигрируют. Этим можно объяснить синхронизацию орбит Плутона и Нептуна. Возможно, орбита Сатурна когда-то располагалась ближе к Юпитеру, но затем отдалилась от него (предполагается, что с этим связана поздняя эпоха сильной бомбардировки Луны и Земли метеорными телами спустя 800 млн лет после формирования Солнца).

Описанные события происходят на фоне распада окружающего звездного скопления, способного своей гравитацией дестабилизировать орбиты планет.

В целом формирование Солнечной системы продолжалось в течение примерно 1 млрд лет.

3.1.7. Элементы космологии и общей теории относительности

Основные характеристики Вселенной. Исследования любых, даже самых отдаленных объектов еще не достаточно для выяснения свойств Вселенной. В то же время она является также предметом изучения астрономии. К тому же эволюционный подход к изучению мира – важнейшая особенность современной астрономии. Происхождение, физическую природу, строение и эволюцию Вселенной как целого изучает ее особый раздел – **космология**. В частности, она рассматривает

наиболее общие свойства всей области пространства, доступной прямым наблюдениям (это несколько тысяч мегапарсеков), которую иногда называют ***Метагалактикой***.

Основная проблема космологии заключается в том, что всю безграничную Вселенную невозможно охватить наблюдениями. В связи с этим то, что известно о Метагалактике, приходится экстраполировать на Вселенную.

Известные в настоящее время наблюдательные данные свидетельствуют о том, что Вселенная однородна и изотропна, находится в стадии расширения, в прошлом была значительно горячее, чем в современную эпоху.

Идея об одинаковой средней плотности вещества для достаточно больших объемов пространства во Вселенной – одна из основных в космологии. Размеры областей, в пределах которых среднюю плотность вещества можно считать практически одинаковой, составляют около 100 Мпк, что гораздо меньше размеров Метагалактики. Однако они велики по сравнению с масштабами локальных неоднородностей, связанных с существованием звезд, галактик и их скоплений. О такой равномерности распределения вещества во Вселенной свидетельствует тот факт, что галактики во всех направлениях в среднем распределены равномерно.

Независимость средней плотности вещества от величины области усреднения (на очень больших масштабах) в космологии рассматривается как следствие более общих свойств Вселенной – однородности и изотропии. *Однородность* означает одинаковую плотность материи в пространстве при усреднении в достаточно больших объемах, т.е. отсутствие выделенных областей пространства, а *изотропия* – отсутствие во Вселенной выделенных направлений. Предположение об однородности и изотропии Вселенной называется **космологическим принципом**.

Следует отметить, что если бы Вселенная имела иерархическую структуру, в которой объекты каждого масштаба образуют системы следующего, более крупного масштаба, то ни однородности, ни изотропии не наблюдалось бы.

Ранние представления о Вселенной наряду с пониманием ее однородности включали также принцип неизменности (статичности) нашего мира. Однако первые попытки экстраполировать эти свойства на бесконечное евклидово пространство привели к фотометрическому и гравитационному парадоксам.

Фотометрический парадокс был сформулирован в 1744 г. Ж. де Шезо в Швейцарии, а в 1826 г. – Г. Ольберсом в Германии. Суть его заключается в том, что если пространство бесконечно и при этом равномерно заполнено звездами, то в любом направлении луч зрения рано или

поздно пересечет какую-либо звезду. Поскольку яркость объекта не зависит от расстояния до него, нам должно казаться, что все небо ночью равномерно светится, как диск Солнца. Учет межзвездного поглощения света не устраняет этот парадокс, так как поглощенное излучение переизлучается.

Устраняется этот парадокс, если отказаться от принципа статичности Вселенной и учесть, что в настоящее время она *расширяется*. Объем пространства, который фактически доступен наблюдениям, конечен и ограничен так называемым ***горизонтом видимости во Вселенной***. Под ним понимают сферу, все точки которой удалены от наблюдателя на расстояние, пройденное светом за все время существования расширяющейся Вселенной. При этом объекты, находящиеся на горизонте видимости, удаляются от нас вследствие красного смещения со скоростью света (наблюдаются, например, квазары, которые удаляются от нас со скоростью 285 000 км/с) и, следовательно, не могут быть видимы. Кроме того, энергия света от любых удаленных объектов уменьшается из-за красного смещения.

Гравитационный парадокс был сформулирован в 1895 г. немецким астрономом Х. Зеелигером. Он заключается в том, что, пользуясь законом Ньютона, в бесконечной Вселенной, равномерно заполненной веществом, нельзя однозначно рассчитать силу гравитации в заданной точке. Если ее вычислять, суммируя силы, действующие на пробную массу в этой точке, которые создаются концентрическими слоями с центром в этой же точке, то, очевидно, получится нуль. Если осуществлять расчет для концентрических слоев с центром в некоторой другой точке, удаленной на расстояние r от данной, то сила тяготения окажется равной силе, с которой шар радиусом r притягивает точку, расположенную на его поверхности.

В результате оказывается, что закон всемирного тяготения Ньютона с его математическим аппаратом неприменим к безграничной Вселенной. Для ее описания используется **общая теория относительности (ОТО)**, основы которой были заложены в 1915–1916 гг. А. Эйнштейном (для частного случая статической Вселенной). В ОТО гравитационный парадокс отсутствует. Появление этой теории ознаменовало собой начало современного этапа развития космологии. В более общем виде космологические решения были найдены выдающимся советским математиком А.А. Фридманом в 1922 г. Позже выяснилось, что ряд важнейших космологических результатов при некотором упрощении можно получить и на основании уравнений механики Ньютона. Нестационарность Вселенной, в частности, могла быть предсказана сразу после открытия закона всемирного тяготения. Однако этому помешали предубеждения о вечности и неизменности Вселенной.

12. Зак. 1941

Рассмотрим сферу произвольного радиуса r с центром в некоторой заданной точке пространства. Внутри сферы будет содержаться вещество (однородный шар) массой $\mathfrak{M} = V \cdot \rho = (4/3) \cdot \pi r^3 \cdot \rho$ (ρ – средняя плотность вещества во Вселенной). Под действием силы гравитации такой шар будет сжиматься к центру с ускорением (рис. 3.21):

$$\vec{g} = -\frac{G \cdot M}{r^3} \cdot \vec{r} = -\frac{4}{3} \pi \cdot G \cdot \rho \cdot \vec{r}.$$

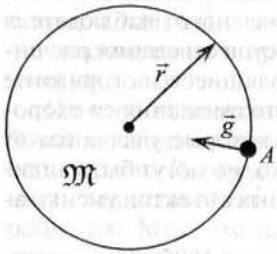


Рис. 3.21. Гравитационное взаимодействие массы $\mathfrak{M}$ и галактики A

Таким образом, даже если бы в начальный момент времени некоторая галактика A была неподвижной, то она стала бы двигаться внутрь шара массой $\mathfrak{M}$. То же самое касается и других галактик. Поскольку Вселенная однородна и изотропна, такая судьба наиболее вероятна для любого выделенного в пространстве объема вещества независимо от его размера и местоположения.

Из-за наличия сил тяготения Вселенная, не обладающая ни центром, ни осью вращения (однородная и изотропная), не может вечно находиться в одном и том же стационарном состоянии, она неизбежно должна эволюционировать. При разных начальных условиях эта эволюция может быть разной: Вселенная будет *сжиматься* под действием гравитационного взаимодействия между ее частями или *расширяться*, если она обладает достаточным запасом кинетической энергии. Эти процессы могут осуществляться равномерно, с замедлением или с ускорением.

В настоящее время Вселенная (*пространство Вселенной*) расширяется. При этом в силу космологического принципа каждая точка пространства Вселенной удаляется от всех остальных ее точек. Поскольку все точки пространства Вселенной равноправны, наша Галактика, так же как и другие галактики, не является избранной, центральной во Вселенной.

Примечание. Некоторым аналогом рассматриваемого процесса расширения пространства Вселенной служит растяжение поверхности воздушного шарика (замкнутой двумерной поверхности) при его надувании. Очевидно, что каждая точка, находящаяся на поверхности шарика, при его надувании будет в равной степени удаляться от всех остальных точек поверхности.

Нестационарность Вселенной подтверждается, в частности, наблюдением красного смещения в спектрах удаленных объектов – галактик и квазаров.

Красное смещение – это сдвиг спектральных линий излучения атомов, ионов и молекул в длинноволновую (условно – красную) область спектра. Величина красного смещения определяется следующим образом:

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} - 1 = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \qquad (3.33)$$

где λ_o – длина волны излучения, зарегистрированного (observed) приемником; λ_e – длина волны излучения, испущенного (emitted) источником. В частности, головная линия серии Лаймана (L_α) атомарного водорода ($\lambda_e = 121{,}567$ нм) при учете красного смещения будет наблюдаться на длине волны:

- $\lambda_o = 121{,}689$ нм при $z = 0{,}001$;
- $\lambda_o = 122{,}783$ нм при $z = 0{,}01$;
- $\lambda_o = 133{,}724$ нм при $z = 0{,}1$;
- $\lambda_o = 243{,}134$ нм при $z = 1{,}0$;
- $\lambda_o = 1337{,}24$ нм при $z = 10{,}0$.

Природа красного смещения может быть различной: выделяют доплеровское, гравитационное и космологическое красное смещение.

Доплеровское красное смещение спектральных линий как следствие эффекта Доплера играет исключительно важную роль в астрофизике. Оптический эффект Доплера в вакууме определяется только относительной скоростью источника и приемника и является следствием преобразований Лоренца. Хотя доплеровское красное смещение не имеет непосредственного отношения к космологии и релятивистской теории гравитации, тем не менее представляется уместным обсудить основные характеристики этого явления в контексте рассмотрения космологических задач.

Если источник И равномерно движется относительно приемника П со скоростью v, то наблюдаемая частота ν определяется следующим образом (рис. 3.22):

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta \cdot \cos\theta}, \qquad (3.34)$$

где ν_0 – частота электромагнитного излучения источника (регистрируется в случае покоящихся источника и приемника); $\beta = v/c$ (v – скорость источника относительно приемника, c – скорость света); θ – угол между линией, соединяющей приемник и

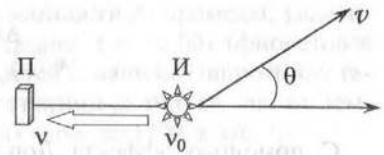


Рис. 3.22. Наблюдение эффекта Доплера

источник, и направлением вектора скорости v источника. Множитель $\sqrt{1-\beta^2}$ учитывает различный ход времени в системах источника и приемника. При сближении источника и приемника частота ν возрастает ($\pi/2 < \theta \leqslant \pi$, *фиолетовое смещение*), при удалении – убывает ($0 \leqslant \theta < \pi/2$, *красное смещение*).

При $\theta = 0$ или π, когда источник движется от приемника или прямо к нему, наблюдается *продольный эффект Доплера*:

$$\nu = \nu_0 \cdot \sqrt{\frac{1 \mp \beta}{1 \pm \beta}} . \qquad (3.35)$$

В нерелятивистском случае ($v << c$) выражения (3.34), (3.35) преобразуются к следующему виду:

$$\nu \approx \nu_0 \cdot (1 - \beta \cdot \cos\theta) \text{ и } \nu \approx \nu_0 \cdot (1 \mp \beta). \qquad (3.36)$$

Продольный эффект Доплера, при котором изменение частоты излучения максимально, является эффектом первого порядка относительно β.

При $\theta = \pi/2$, когда вектор скорости источника перпендикулярен направлению на приемник (источник, например, движется по окружности относительно приемника), наблюдается *поперечный эффект Доплера*, который не имеет аналога в классической механике и полностью обусловлен релятивистским эффектом замедления времени:

$$\nu = \nu_0 \cdot \sqrt{1-\beta^2} \approx \nu_0 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{2 \cdot c^2}\right). \qquad (3.37)$$

Поперечный эффект Доплера наблюдать значительно труднее, поскольку он является эффектом второго порядка относительно β. Как чисто релятивистский эффект, поперечный эффект Доплера с успехом использовался для проверки соотношений специальной теории относительности.

Доплеровское красное смещение длины волны в спектре источника, удаляющегося с лучевой скоростью v, имеет вид

$$z_D = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_e} = \sqrt{\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}}} - 1 . \qquad (3.38)$$

С помощью эффекта Доплера определяются лучевые скорости звезд, пульсаров и других объектов, скорости вращения небесных тел.

Так, вследствие вращения Солнца восточный край его экватора приближается к наблюдателю, а западный – удаляется со скоростью около 2 км/с. Поэтому зеленая линия излучения 500 нм на восточном краю Солнца вблизи его экватора сдвинута на 0,0035 нм в фиолетовую область спектра, а на западном краю – на такую же величину в красную область. При этом на полюсах Солнца доплеровское смещение линий уменьшается до нуля. В результате наблюдается уширение спектральной линии 500 нм на 0,007 нм.

Доплеровское смещение спектральных линий позволяет обнаруживать двойные звездные системы и открывать планеты у других звезд. По величине доплеровского уширения спектральных линий определяются характеристики вещества звездных атмосфер и межзвездной среды. Учет эффекта Доплера позволил обнаружить дипольную составляющую анизотропии реликтового излучения, связанную с движением Земли относительно поля этого излучения.

В 1914 г. американский астроном В. Слайфер с помощью измерения красного смещения в спектрах излучения светящихся объектов небесной сферы установил, что многие из них, в частности галактики, имеют значительные (около 1000 км/с) собственные скорости относительно Земли. При этом все галактики, за исключением трех, удаляются от Солнечной системы. В 1929 г. Э. Хаббл по величинам красного смещения установил закон всеобщего разбегания галактик, согласно которому красное смещение удаленных объектов пропорционально их расстоянию от наблюдателя.

Закон Хаббла утверждает, что чем дальше от наблюдателя галактика, тем быстрее она удаляется:

$$v = H_0 \cdot r = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = c \cdot z , \qquad (3.39)$$

где H_0 – постоянная (параметр) Хаббла в современную эпоху. По оценкам разных авторов, H_0 находится в пределах 60–75 (км/с)/Мпк. В настоящее время (2014 г.) наиболее надежная оценка значения постоянной Хаббла составляет 67,80 ± 0,77 (км/с)/Мпк.

Закон Хаббла не выполняется для гравитационно связанных объектов – ближайших галактик. Так, у Туманности Андромеды, удаленной на расстояние 2,54 млн св. лет от Земли, $z = -0{,}001$ (фиолетовое смещение), т.е. эта галактика приближается к нашей. Напротив, у галактики Сомбреро, находящейся на расстоянии 28 млн св. лет от Земли, $z = +0{,}004$, т.е. ее скорость «убегания» – около 1200 км/с.

Предположение о том, что *в прошлом Вселенная находилась в более горячем, нежели в современную эпоху, состоянии*, основывается в основном

на следующих наблюдательных фактах: характере распределения легких химических элементов (водорода и гелия) во Вселенной и форме спектра космического фонового микроволнового (реликтового) излучения.

Существование почти всех химических элементов во Вселенной объясняется термоядерными реакциями, происходящими в недрах звезд и во время вспышек сверхновых. Однако распространенность гелия в Галактике не может быть объяснена только на основе эволюции ее звезд, поскольку на долю этого химического элемента приходится примерно 24% массы видимого вещества Вселенной, или около 1/10 от числа атомов водорода. Можно оценить количество гелия, которое могло быть синтезировано в недрах звезд за все время эволюции нашей Галактики. Светимость Млечного Пути составляет примерно 10^{37} Дж/с. Если она была постоянной в течение «жизни» Галактики (порядка 10 млрд лет), то за все это время выделилось $3 \cdot 10^{54}$ Дж энергии. Предполагая, что вся энергия выделяется в результате превращения водорода в гелий (самое вероятное предположение), и учитывая, что при образовании одного ядра гелия выделяется около $2{,}5 \cdot 10^{-12}$ Дж, должно было образоваться около 10^{40} кг гелия, что составляет примерно 1/40 долю массы Галактики, или 1/160 по числу атомов. Таким образом, очевидно, что синтез гелия должен был происходить ранее, до начала формирования Галактики. Для этого необходима высокая (но не выше 10^9–10^{10} K) температура.

В 1964 г. американские инженеры А. Пензиас и Р. Вильсон (Нобелевская премия по физике 1978 г.) открыли, что пространство Вселенной заполнено электромагнитным излучением микроволнового диапазона (примерно 400 фотонов на каждый 1 $см^3$ Вселенной). Позже было установлено, что это излучение имеет сплошной спектр с максимумом на длине волны 1,06 мм. При этом форма спектра в точности (отличие измеренных значений энергии от теоретически предсказанных составляет 1/400) соответствует планковской кривой (формула (3.18)), которая описывает излучающую способность абсолютно черного тела, нагретого до температуры 2,72548 ± 0,00057 K (Дж. Мазер и Дж. Смут, Нобелевская премия по физике 2006 г.) [25, 28]. В современной Вселенной не известны объекты, которые обладали бы таким характерным излучением, поэтому в настоящее время предполагается, что космическое микроволновое фоновое (или *реликтовое*) излучение есть остаточное излучение, которое появилось на ранних высокотемпературных стадиях эволюции Вселенной во времена, близкие к началу ее расширения (около 13,7 млрд лет назад).

В начале своего расширения Вселенная находилась в состоянии практически идеального термодинамического равновесия и имела чрезвычайно высокую температуру. С тех пор Вселенная остывает и продолжает расширяться. Температура равновесного излучения с момента отделения его от вещества (около 3000 K) уменьшилась примерно в тысячу раз, максимум планковской кривой в соответствии с законом Вина сместился с границы видимого и ИК-диапазона (около 1 мкм) в область миллиметровых длин волн. Форма спектра при этом сохранила свое подобие форме излучательной способности абсолютно черного тела.

Изложенные выше факты (вместе с некоторыми другими, см. далее) положены в основу современной космологической ΛCDM-модели, которая, в свою очередь, опирается на уравнения ОТО.

Общая теория относительности, или неквантовая теория гравитации, – это современная физическая теория пространства, времени и тяготения. В основе ОТО лежит экспериментальный факт равенства инертной массы, входящей во второй закон Ньютона, и гравитационной массы, входящей в закон всемирного тяготения, для любого тела (*принцип эквивалентности*). В настоящее время равенство масс экспериментально подтверждается с относительной погрешностью 10^{-12}–10^{-13}.

Равенство инертной и гравитационной масс проявляется в том, что движение тела в поле тяготения не зависит от массы тела, поскольку в выражении для ускорения тела, на которое действуют лишь гравитационные силы, обе массы сокращаются. Следовательно, ускорение тела, а значит, и его траектория не зависят от массы тела. Если же все тела в одной и той же точке пространства получают одинаковое ускорение, то это ускорение можно связать не со свойствами тел, а со свойствами самого пространства в данной точке. Это позволяет ОТО трактовать тяготение (гравитацию) как искривление пространственно-временного континуума. Движение объектов в гравитационном поле происходит по геодезическим (кратчайшим) мировым линиям пространства-времени. Геодезические линии находят с помощью интервала – «расстояния» между двумя событиями в четырехмерном пространстве-времени. Интервал задается 10 независимыми компонентами метрического тензора (метрикой). Метрика описывает искривление пространства-времени и определяется из уравнений ОТО.

Уравнения тяготения Эйнштейна имеют следующий вид (по одинаковым верхним и нижним индексам производится суммирование):

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \cdot g_{\mu\nu} \cdot R + \Lambda \cdot g_{\mu\nu} = \frac{8\pi \cdot G}{c^4} \cdot T_{\mu\nu}, \qquad (3.40)$$

где $R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^{\mu}_{\nu\rho}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial \Gamma^{\mu}_{\nu\mu}}{\partial x^{\rho}} + \Gamma^{\mu}_{\sigma\mu}\Gamma^{\sigma}_{\nu\rho} - \Gamma^{\mu}_{\sigma\rho}\Gamma^{\sigma}_{\nu\mu}$ – тензор кривизны пространства-времени (тензор Риччи), $\Gamma^{\mu}_{\nu\rho} = \frac{1}{2} \cdot g^{\mu\sigma} \cdot \left(\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^{\rho}} + \frac{\partial g_{\sigma\rho}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\nu\rho}}{\partial x^{\sigma}} \right)$ – символы Кристофеля; $g_{\mu\nu}$ – метрический тензор (задается соотношением

$g^{\mu\nu} \cdot g_{\nu\rho} = \delta^{\mu}_{\rho}$); $R = g^{\nu\rho} \cdot R_{\nu\rho}$ – скалярная кривизна (след тензора Риччи); Λ – космологическая постоянная; $T_{\mu\nu}$ – тензор энергии-импульса материи; $\mu, \nu, \rho, \sigma = 0, 1, 2, 3$; x_1, x_2, x_3 – произвольные пространственные координаты, $x_0 = c \cdot t$ – временная координата.

Примечание. До 1997 г. достоверных указаний на отличие космологической постоянной Λ от нуля не было, поэтому она рассматривалась в общей теории относительности как необязательная величина, наличие которой зависит от предпочтений автора. В любом случае ее величина (меньше чем 10^{-29} г/см^3) позволяет пренебрегать эффектами, связанными с ее наличием, вплоть до масштабов скоплений галактик, т.е. практически в любой рассматриваемой области, кроме космологии. В космологии, однако, наличие космологической постоянной может существенно изменять некоторые этапы эволюции Вселенной в наиболее распространенных космологических моделях.

В 1998 г. двумя группами астрономов, изучавших сверхновые звезды, практически одновременно было объявлено об открытии ускорения расширения Вселенной, которое предполагает в простейшем случае объяснения ненулевую космологическую постоянную. К настоящему времени эта теория хорошо подтверждена наблюдениями, в частности, со спутника WMAP. Величина Λ соответствует плотности энергии вакуума $5{,}98 \cdot 10^{-10}$ Дж/м^3.

Член $\Lambda \cdot g_{\mu\nu}$ можно включить в тензор энергии-импульса и рассматривать как тензор энергии-импульса вакуума. В то же время $\Lambda \cdot g_{\mu\nu}$ можно рассматривать как тензор энергии-импульса некоего статического космологического скалярного поля.

Уравнения Эйнштейна – это система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных относительно метрического тензора. Зная $g_{\mu\nu}$ как функции четырех координат, можно определить все геометрические свойства пространства-времени. Уравнения тяготения Эйнштейна связывают компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ с величинами, характеризующими создающую поле материю.

Компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ позволяют задать квадрат интервала в искривленном пространстве, который определяет «расстояние» в физическом (метрическом) пространстве:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} \cdot dx^{\mu} \cdot dx^{\nu}. \qquad (3.41)$$

В сферической системе координат (r, θ, ϕ) интервал (3.41) принимает вид

$$ds^2 = c^2 \cdot dt^2 - a^2(t) \cdot \left[\frac{dr^2}{1 - k \cdot r^2} + r^2 \cdot d\theta^2 + r^2 \cdot \sin^2\theta \cdot d\phi^2 \right], \qquad (3.42)$$

где $a(t)$ – масштабный фактор; параметр k определяет кривизну пространства ($k = -1$, 0 или $+1$).

Тензор энергии-импульса в простом случае пылевидной материи записывается как

$$T_{\mu\nu} = \rho \cdot u_{\mu} \cdot u_{\nu}, \qquad (3.43)$$

а в приближении идеальной жидкости

$$T_{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) \cdot u_{\mu} \cdot u_{\nu} + p \cdot g_{\mu\nu}, \qquad (3.44)$$

где ρ – плотность энергии (материи); u_{ν} – 4-вектор (вектор в четырехмерном пространстве Минковского) скорости жидкости; p – давление жидкости.

Масштабный фактор $a(t)$ показывает, как с течением времени изменяется расстояние между фиксированными частицами в деформирующейся Вселенной. Другими словами, изменение масштабного фактора с течением времени описывает расширение или сжатие пространства. Конкретный вид функции $a(t)$ определяется уравнениями гравитационного поля ОТО.

Для *изотропного расширения* Вселенной масштабный фактор определяется из уравнения

$$\frac{1}{a(t)} \cdot \frac{da(t)}{dt} \equiv H(t), \qquad (3.45)$$

где $H(t)$ – постоянная (параметр) Хаббла.

Теория тяготения Эйнштейна представляет собой одну из фундаментальных физических теорий, поскольку именно в рамках ОТО впервые была сформулирована проблема происхождения и эволюции Вселенной с научной точки зрения. Среди важнейших следствий из решений уравнений ОТО, допускающих экспериментальные или наблюдательные подтверждения, следует выделить следующие:

- гравитационное и космологическое красное смещение;
- гравитационное линзирование;
- объяснение некоторых аномалий в движении планет;
- гравитационные волны.

Гравитационное красное смещение (эффект Эйнштейна) является проявлением эффекта изменения частоты электромагнитного излучения по мере удаления от массивных объектов, таких как звезды и черные дыры. Оно наблюдается как сдвиг спектральных линий излучения источников, близких к массивным телам, в красную область спектра. Наоборот, излучение, приходящее из областей с более слабым гравитационным полем, испытывает гравитационное фиолетовое смещение.

Этот эффект не ограничивается исключительно электромагнитным излучением. Он проявляется во всех периодических процессах и, таким образом, связан с более общим явлением гравитационного замедления времени.

Гравитационное замедление времени – это физическое явление, заключающееся в изменении темпа хода часов в гравитационном поле. Для *статического* гравитационного поля гравитационное красное смещение можно полностью объяснить разностью темпа хода времени, измеряемого атомными часами, в точках с различным гравитационным потенциалом. Измеряющие время атомные часы идут быстрее (увеличивают свои характерные частоты) с увеличением гравитационного потенциала, т.е. с увеличением расстояния от гравитационного центра.

Гравитационное красное смещение в спектре испускания сферического тела на расстоянии $r > r_{grav}$ (r_{grav} – гравитационный радиус, см. формулу (3.30)) определяется следующим образом:

$$z_{grav} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_{grav}}{r}}} - 1. \qquad (3.46)$$

Величины гравитационного красного смещения очень малы: на поверхности Земли относительно ее центра $z_{grav} \sim 10^{-15}$; для Солнца $z_{grav} \sim 2 \cdot 10^{-6}$; для белых карликов $z_{grav} \sim 10^{-4}$–10^{-5}. В настоящее время гравитационное красное смещение в гравитационном поле Земли измерено с погрешностью около 0,01%.

Космологическое красное смещение – это наблюдаемое для всех далеких (гравитационно не связанных) источников (галактик, квазаров) уменьшение частоты излучения (увеличение длины волны), свидетельствующее о динамическом удалении этих источников друг от друга и, в частности, от нашей Галактики, т.е. о нестационарности (расширении) Вселенной. Космологическое красное смещение связано с общим расширением пространства Вселенной и при малых скоростях ($z << 1$) может быть интерпретировано как совместное действие эффектов Доплера и Эйнштейна. При $v << c$ космологическое красное смещение сводится к доплеровскому, а при $v = 0$ – к гравитационному.

Для нестационарной изотропной и однородной Вселенной величина космологического красного смещения определяется масштабным фактором $a(t)$ пространства в моменты испускания (время t_e) и регистрации (время t_o) излучения:

$$z_{cosm} = \frac{a(t_o)}{a(t_e)} - 1. \qquad (3.47)$$

Чем больше космологическое красное смещение, тем «дальше» во времени (т.е. тем «моложе» по сравнению с нами относительно момента Большого Взрыва) расположен источник. В спектрах галактик зарегистрированы значения $z_{cosm} \approx 3$, в спектрах квазаров $z_{cosm} \approx 4{,}5$. В последние годы обнаружены квазары $z_{cosm} \approx 7$ и галактики с $z_{cosm} > 8$.

Примечание. У квазара ULAS J1120 + 0641 $z_{cosm} = 7{,}058$, что соответствует расстоянию в 12,9 млрд св. лет, у галактики UDFy-38135539 $z_{cosm} = 8{,}5549 \pm 0{,}0002$, т.е. расстояние около 13,1 млрд св. лет.

Для галактик величина красного смещения не может превышать 30. Этот предел связан с типичными размерами и временем формирования самих галактик. Для источника, находящегося на горизонте видимости во Вселенной, наблюдаемая частота стремится к нулю, а красное смещение бесконечно. В действительности величина космологического красного смещения ограничена значением $z_{cosm} \sim 1000$, соответствующим реликтовому излучению, т.е. поверхности (времени) последнего рассеяния.

Наличие в некоторой области пространства больших масс приводит к искажению формы пространства-времени. В результате этого направление распространения световых лучей, проходящих вблизи тяготеющего тела, отклоняется от прямолинейного и возникает эффект *гравитационной линзы*. Стандартные представления о гравитационном линзировании основаны на модели точечной гравитационной линзы (рис. 3.23).

Два луча света, прошедшие по разные стороны тяготеющего тела D массой $\mathfrak{M}$, будут отклонены от первоначальных направлений в сторону

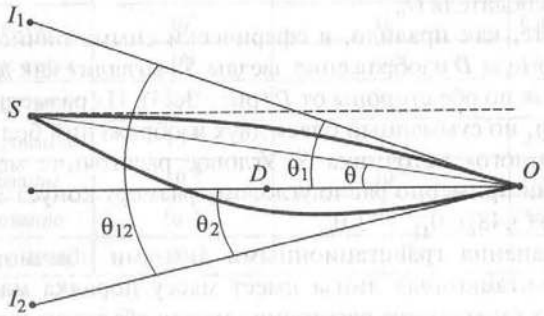


Рис. 3.23. Образование изображений и ход лучей (жирные линии), искаженный гравитационным полем тела:

S – источник излучения; D – точечное тело массой $\mathfrak{M}$ (гравитационная линза); O – наблюдатель; I_1 и I_2 – изображения источника S; θ, θ_1, θ_2 – углы между направлением на гравитационную линзу и направлениями на источник и его изображения относительно наблюдателя; θ_{12} – угол между направлениями на изображения источника относительно наблюдателя

этого тела. Наблюдатель, находящийся в точке O, увидит два изображения (I_1, I_2) одного и того же источника света S (источник находится вблизи направления OD). Угловое расстояние между изображениями

$$\theta_{12} = \sqrt{\theta^2 + 4 \cdot \theta_0^2}, \qquad (3.48)$$

где θ – угол между направлениями на линзу и источник относительно наблюдателя; θ_0 – угол конуса Эйнштейна, который определяется как

$$\theta_0 = \sqrt{\frac{4G \cdot \mathfrak{M}}{c^2} \cdot \frac{D_{ds}}{D_d \cdot D_s}}, \qquad (3.49)$$

где D_{ds}, D_d и D_s – расстояния между источником и линзой, линзой и наблюдателем, источником и наблюдателем соответственно. Размер конуса Эйнштейна, таким образом, пропорционален квадратному корню из отношения массы линзы к расстоянию до нее.

Примечание. В некоторых источниках угол конуса Эйнштейна называется углом Эйнштейна – Хвольсона. О. Хвольсон в 1920-х гг. описал возникновение круговых изображений, А. Эйнштейн привел основные уравнения для гравитационной фокусировки в случае точечной гравитационной линзы, часто называемой в литературе линзой Шварцшильда.

Чаще всего гравитационная линза дает два изображения (рис. 3.23). Однако когда прицельный параметр одного из изображений становится меньше радиуса линзы R_D, одно из изображений (I_2 на рис. 3.23) исчезает для наблюдателя O.

В результате, как правило, в сферически симметричном гравитационном поле тела D изображение звезды S выглядит как два «серпа», расположенных по обе стороны от D (рис. 3.24). Их размеры и яркость будут разными, но суммарный блеск двух изображений больше блеска «нелинзированного» источника S. Угловое расстояние между двумя изображениями примерно равно угловому размеру конуса Эйнштейна (см. равенство (3.48)): $\theta_{12} \approx 2 \cdot \theta_0$.

Углы отклонения гравитационными линзами обычно невелики. Так, если гравитационная линза имеет массу порядка массы Земли ($\sim 10^{-6} \cdot \mathfrak{M}_\odot$), то характерное расстояние между объектом и его изображением составляет величину порядка 10^{-9} угл. с. Под таким углом видна, например, монета диаметром 2,5 см с расстояния $4{,}5 \cdot 10^9$ км или 30 а.е. (т.е. примерно с орбиты Нептуна). Различные режимы гравитационного линзирования (при космологических расстояниях между источником, линзой и наблюдателем) приведены в табл. 3.9.

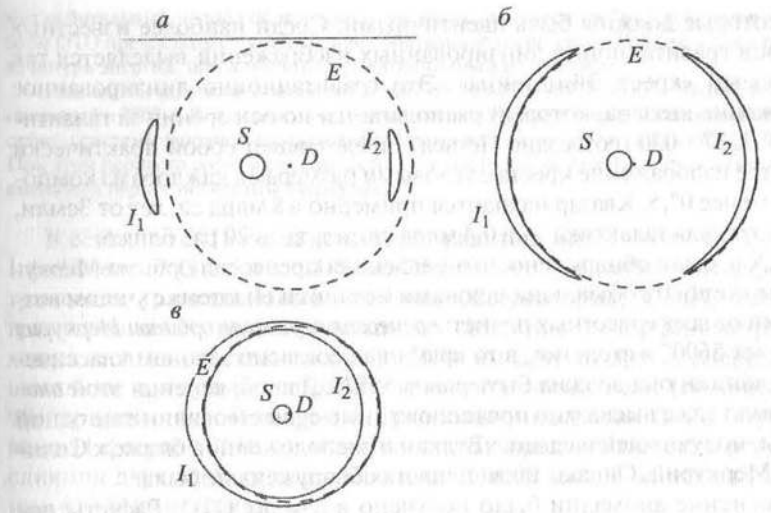


Рис. 3.24. Два изображения (I_1, I_2) кругового источника S, сформированные точечной гравитационной линзой D в зависимости от прицельного параметра источника (*а*, *б*, *в*); окружность E – сечение конуса Эйнштейна [15]

Таблица 3.9

Режимы гравитационного линзирования

Режим	Порядок θ_{12}, угл. с	Масса тела D, в $\mathfrak{M}_\odot$	Линза
Килолинзирование	10^3	10^{18}	Сверхскопление
Макролинзирование	10^0	10^{12}	Галактика
Миллилинзирование	10^{-3}	10^6	Черная дыра
Микролинзирование	10^{-6}	10^0	Звезда (Солнце)
Нанолинзирование	10^{-9}	10^{-6}	Планета (Земля)
Пиколинзирование	10^{-12}	10^{-12}	Астероид
Фемтолинзирование	10^{-15}	10^{-18}	Комета

В реальности гравитационные линзы могут быть не только точечными. В зависимости от формы гравитационной линзы и ее расположения относительно источника могут образовываться изображения различной формы – точки, дуги, их комбинации и пр. Принадлежность изображений к одному и тому же источнику определяется по их спек-

трам, которые должны быть идентичными. Среди наиболее известных примеров гравитационно линзированных изображений выделяется так называемый «крест Эйнштейна». Это гравитационно линзированное изображение квазара, который располагается по оси зрения за галактикой ZW 2237+030 (созвездие Пегаса), представляет собой практически идеальное изображение креста с угловыми размерами каждого из компонентов менее 0″,5. Квазар находится примерно в 8 млрд св. лет от Земли, а линзирующая галактика – в 0,4 млрд св. лет, т.е. в 20 раз ближе.

В XIX в. было обнаружено, что медленная прецессия орбиты Меркурия не может быть объяснена законами механики Ньютона с учетом возмущений от всех известных планет: *прецессия перигелия орбиты Меркурия* составляет 5600″ в столетие, в то время как согласно законам классической механики она должна быть равна 5557″. Для объяснения этой *аномалии* было даже высказано предположение о существовании еще одной планеты, получившей название Вулкан и расположенной ближе к Солнцу, чем Меркурий. Однако такая планета обнаружена не была.

Объяснение аномалии было получено в рамках ОТО. Расчеты позволили получить значение релятивистской поправки прецессии перигелия орбиты Меркурия, равной 42″,98 в столетие. Аналогичные, но значительно меньшие поправки были получены и для других планет: 8″,62 в столетие – для Венеры, 3″,84 – для Земли, 1″,35 – для Марса.

Из уравнений ОТО следует возможность существования *гравитационных волн* – периодических возмущений пространства-времени (метрики), распространяющихся со скоростью света. Гравитационную волну должна излучать любая ускоренно движущаяся материя, однако амплитуда таких волн обычно крайне мала. Для возникновения гравитационной волны заметной амплитуды необходимы большие массы и (или) большие ускорения. Наиболее мощными источниками гравитационных волн должны быть такие явления, как столкновения галактик и слияния двойных звезд, в особенности слияния черных дыр и нейтронных звезд.

Косвенно излучение гравитационных волн было обнаружено в системах двойных компактных объектов (в частности, пульсаров). Из-за потери энергии на излучение гравитационных волн в таких системах расстояние между компонентами уменьшается, а их взаимное вращение ускоряется.

Примечание. В 1974 г. в созвездии Орла на расстоянии около 23 тыс. св. лет от Земли американскими астрономами Р. Халсом и Дж. Тейлором (Нобелевская премия по физике 1993 г.) [29, 30] была обнаружена двойная звездная система PSR B1913+16, состоящая из пульсара и нейтронной звезды. Период вращения пульсара в этой паре равен 17 об/с (измеренный период импульса излучения равен 59,03 мс), средняя скорость движения по орбите – около 200 км/с. Многолетние наблюдения позволили установить,

что орбитальный период обращения пульсара сокращается на 76 ± 0,3 мкс в год. При этом ОТО предсказывает уменьшение орбитального периода на 75,8 мкс в год в результате потерь энергии, обусловленных гравитационным излучением.

Еще одним похожим примером служит объект PSR J0737-3039 – двойной пульсар, открытый в 2003 г. Вследствие потерь энергии на излучение гравитационных волн размер орбиты системы в полном соответствии с предсказаниями ОТО сокращается на 7 мм/сут. При этом периастр орбиты смещается на 17° в год (в 140 000 раз больше релятивистского смещения перигелия орбиты Меркурия).

В сентябре 2015 г. два детектора гравитационных волн LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory – лазерно-интерферометрическая гравитационно-волновая обсерватория, США, исследует гравитационные волны с помощью лазерного интерферометра), находящиеся на расстоянии около 3000 км друг от друга, впервые осуществили прямую регистрацию гравитационных волн (сообщение об экспериментальном открытии гравитационных волн было опубликовано 11 февраля 2016 г.), возникших, как предполагается, в результате слияния двух черных дыр с массами 36 и 29 масс Солнца на расстоянии 410 Мпс от Земли.

Примечание. Детектор LIGO представляет собой лазерный двухплечевой (длина плеча равна 4 км) интерферометр (аналог интерферометра Майкельсона). В процессе своего распространения гравитационные волны искажают пространство-время, в результате чего одно из плеч интерферометра LIGO удлиняется, а второе – сокращается. Изменения длины плеч в рассматриваемом случае чрезвычайно малы и составили всего около 10^{-18} м. Тем не менее соответствующие сдвиги интерференционных картин в детекторах LIGO оказались достаточными для их надежных измерений.

И, наконец, важнейшим результатом ОТО является постановка и решение задачи о *происхождении и эволюции Вселенной*.

Первые решения системы уравнений (3.40) были получены самим А. Эйнштейном. Однако, находясь в плену существовавших в то время представлений о неизменности Вселенной, он нашел лишь стационарные (т.е. не зависящие от времени) решения уравнений (3.40). Для того чтобы такие решения стали возможны, Эйнштейну пришлось ввести в систему уравнений космологическую постоянную и дополнительное Λ-слагаемое. Первые нестационарные решения уравнений (3.40) были получены российским математиком А. Фридманом в 1922–1924 гг. Они положены в основу космологических моделей эволюции Вселенной, называемых ***моделями Фридмана***.

При ограничениях, накладываемых космологическим принципом, уравнения Эйнштейна (полагая $\Lambda \approx 0$) сводятся к уравнениям Фридмана относительно масштабного фактора $a(t)$:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi \cdot G}{3} \cdot \left(\rho + \frac{3 \cdot p}{c^2}\right) \text{ и } \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi \cdot G}{3} \cdot \rho - \frac{k \cdot c^2}{a^2}. \qquad (3.50)$$

После деления второго из уравнений (3.50) на H^2 (с учетом (3.45)) получим

$$1 = \frac{8\pi \cdot G \cdot \rho}{3 \cdot H^2} - \frac{k \cdot c^2}{H^2 \cdot a^2}. \qquad (3.51)$$

Первое слагаемое в (3.51) называется *параметром плотности* Ω:

$$\Omega \equiv \frac{8\pi \cdot G \cdot \rho}{3 \cdot H^2}. \qquad (3.52)$$

Параметр плотности можно выразить через параметр кривизны пространства k:

$$\Omega = 1 + \frac{k \cdot c^2}{H^2 \cdot a^2}. \qquad (3.53)$$

Тогда при $\Omega < 1$ кривизна пространства отрицательна ($k = -1$), при $\Omega > 1$ – положительна ($k = +1$), а при $\Omega = 1$ – равна нулю ($k = 0$). Значение плотности энергии ρ, при котором $\Omega = 1$, называется *критической плотностью*:

$$\rho_{crit} = \frac{3 \cdot H^2}{8\pi \cdot G}. \qquad (3.54)$$

Тогда параметр плотности Ω может быть выражен через критическую плотность:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{crit}}. \qquad (3.55)$$

Следует отметить, что если пространство Вселенной описывается евклидовой геометрией (т.е. если $k = 0$ – случай плоской Вселенной), то выражение для критической плотности может быть получено даже в рамках теории гравитации Ньютона. Эта плотность определяется величиной скорости убегания v_2 (второй космической скорости) некоторого объекта (например, галактики) с поверхности однородного шара массой $\mathfrak{M} = (4/3)\pi \cdot \rho \cdot r^3$ в результате изотропного расширения Вселенной. В этом случае будет справедлив закон Хаббла (3.39), и, следовательно, можно записать:

$$v_2 = H \cdot r = \sqrt{\frac{2G \cdot \mathfrak{M}}{r}}, \qquad (3.56)$$

откуда следует равенство (3.54). Если при этом исходная скорость объекта (галактики) $v = v_2$, то на бесконечности эта скорость стремится к нулю, а если $v > v_2$, то к некоторой ненулевой величине.

В моделях Фридмана сценарий будущего Вселенной существенно зависит от соотношения между сегодняшними значениями критической плотности (другими словами, постоянной Хаббла, см. формулу (3.54)) и средней плотности вещества во Вселенной.

Если фактическая плотность меньше критического значения ($\rho < \rho_{crit}$, т.е. $v > v_2$), то тяготение не сможет остановить расширение Вселенной. Поэтому расширение хотя и будет замедляться, но не сменится сжатием. Качественная зависимость масштабного фактора для такого сценария показана на рис. 3.25 (кривая *1*). При этом пространство бесконечно, а при однородной плотности бесконечно и общее количество вещества во Вселенной. Геометрия пространства неевклидова (геометрия Лобачевского), а его кривизна отрицательна. Примером поверхности второго порядка с постоянной отрицательной кривизной служит седловидная поверхность (гиперболический параболоид). Сумма углов треугольника, нарисованного на седловидной поверхности, меньше 180°.

При средней плотности, равной критической ($\rho = \rho_{crit}$, т.е. $v = v_2$), скорость расширения стремится к нулю (кривая *2*, рис. 3.25) и происходит замедление расширения. При этом кривизна пространства равна нулю и пространство в среднем описывается евклидовой геометрией. Примером поверхности второго порядка с нулевой кривизной служит плоскость. Сумма углов треугольника на плоскости, как известно, равна 180°.

Если же плотность больше критической ($\rho > \rho_{crit}$, т.е. $v < v_2$), то притяжение велико и наблюдаемое в настоящее время расширение должно в будущем смениться остановкой и сжатием (кривая *3*, рис. 3.25). В этом

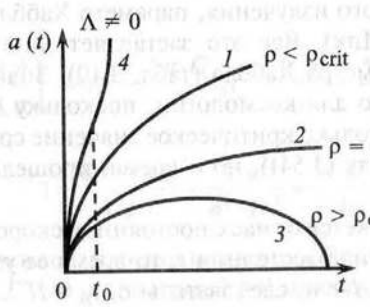


Рис. 3.25. Зависимость масштабного фактора от времени для различных сценариев эволюции Вселенной

случае Вселенная представляет собой замкнутое (конечное), но неограниченное трехмерное пространство. Его объем в каждый момент конечен, количество вещества во всей Вселенной имеет вполне определенное значение, не изменяющееся с течением времени. Геометрия пространства неевклидова (геометрия Римана), а его кривизна положительна. Примером поверхности второго порядка с постоянной положительной кривизной служит поверхность сферы. Сумма углов треугольника, нарисованного на сфере, больше 180°.

Для суждения о том, является ли Вселенная бесконечной (открытой) или замкнутой, сравниваются сегодняшние значения плотности ρ и параметр Хаббла H_0, от которого зависит ρ_{crit}. С течением времени ρ и H изменяются, однако это происходит так, что знак разности $(\rho - \rho_{crit})$ остается неизменным. Таким образом, если будет доказано, что сегодня $\rho > \rho_{crit}$, то это означает, что так было и будет всегда, свойство замкнутости пространства не может измениться с течением времени. Для принятого в настоящее время значения H_0 критическая плотность $\rho_{crit} = 9{,}23 \cdot 10^{-30}$ г/см^3.

Параметр Хаббла H_0, параметр плотности Ω_0 (3.52) и параметр замедления $q_0 = -\dfrac{\ddot{a} \cdot a}{\dot{a}^2}$ называются ***космологическими параметрами***. Их значения определены для современной эпохи (это обозначается индексом «0»), что позволяет делать выводы о свойствах, характеристиках и эволюции Вселенной.

Следует заметить, что в процессе расширения Вселенной, если оно происходит *равномерно*, параметр Хаббла должен уменьшаться. Кроме того, рассчитанное значение H_0 зависит от используемой теоретической модели и набора наблюдательных данных (в соответствии с данными, полученными спутником WMAP в результате исследований спектра реликтового излучения, параметр Хаббла оказался равен 69,32 ± 0,80 (км/с)/Мпк). Все это заставляет заниматься постоянным уточнением параметра Хаббла (табл. 3.10). Знание точного значения H_0 весьма важно для космологии, поскольку параметр Хаббла позволяет оценить не только критическое значение средней плотности Вселенной (см. формулу (3.54)), но и время, прошедшее после Большого Взрыва.

Если галактика удаляется от нас с постоянной скоростью v и в настоящее время находится на расстоянии r, то время ее удаления $t_H = r/v$. По закону Хаббла $v = H \cdot r$ и, следовательно, $t_H = H^{-1}$. Таким образом, постоянная Хаббла имеет размерность частоты (с$^{-1}$), а обратная ей величина характеризует *время расширения Вселенной* к текущему моменту. Это время, по последним данным, составляет около 13,75 млрд лет (табл. 3.10).

Таблица 3.10

Оценки значения параметра Хаббла

Параметры	Оценки значений на основании данных спутников	
	WMAP (2010 г.)	Planck (2013 г.)
Возраст Вселенной t_0, млрд лет	13,75 ± 0,13	13,817 ± 0,048
Постоянная Хаббла H_0, (км/с)/Мпк	71,0 ± 2,50	67,3 ± 1,20

Как следует из уравнения (3.39), закон Хаббла представляет собой *линейное приближение* зависимости между расстоянием и красным смещением и поэтому плохо «работает» для галактик на очень больших расстояниях (миллиарды световых лет), которым соответствует величина $z_{cosm} > 1$. К тому же закон Хаббла плохо выполняется или совсем не выполняется для объектов, находящихся на расстоянии ближе 10–15 млн св. лет, поскольку кроме космологических скоростей, обусловленных расширением Вселенной, галактики обладают также *собственными* (или пекулярными) скоростями (величины которых составляют от нескольких сотен до 1000 км/с).

Как уже отмечалось выше, для получения стационарного решения уравнений (3.40) А. Эйнштейн дополнил их Λ-слагаемым (*космологическим слагаемым* $\Lambda \cdot g_{\mu\nu}$, где Λ – космологическая постоянная).

С учетом ненулевого значения Λ уравнения (3.50) для масштабного фактора $a(t)$ и равенство (3.51) принимают вид

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi \cdot G}{3}\left(\rho_m + \frac{3 \cdot p_m}{c^2}\right) + \frac{\Lambda \cdot c^2}{3}$$

и

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 = \frac{8\pi \cdot G}{3} \cdot \rho_m - \frac{k \cdot c^2}{a^2} + \frac{\Lambda \cdot c^2}{3}, \qquad (3.57)$$

$$1 = \frac{8\pi \cdot G \cdot \rho_m}{3 \cdot H^2} - \frac{k \cdot c^2}{a^2 \cdot H^2} + \frac{\Lambda \cdot c^2}{3 \cdot H^2}, \qquad (3.58)$$

где p_m и ρ_m – давление и плотность материи Вселенной.

На основании (3.58) и с учетом (3.54) можно определить параметры *плотности материи*, *вклада кривизны пространства* и *плотности энергии вакуума* (*темной энергии*):

$$\Omega_m \equiv \frac{8\pi \cdot G \cdot \rho_m}{3 \cdot H^2} = \frac{\rho_m}{\rho_{\text{crit}}},$$

$$\Omega_k \equiv -\frac{k \cdot c^2}{a^2 \cdot H^2},$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda \cdot c^2}{3 \cdot H^2} = \frac{\Lambda \cdot c^2}{8\pi \cdot G \cdot \rho_{\text{crit}}} = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{\text{crit}}}, \qquad (3.59)$$

где $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda \cdot c^2}{8\pi \cdot G}$ – плотность энергии вакуума (темной энергии).

Тогда уравнение (3.58) может быть записано по-другому:

$$\Omega_k = 1 - (\Omega_m + \Omega_\Lambda) = 1 - \left(\frac{\rho_m + \rho_\Lambda}{\rho_{\text{crit}}} \right), \qquad (3.60)$$

откуда очевидно, что

$$k = \begin{cases} -1, & \rho_m + \rho_\Lambda < \rho_{\text{crit}}; \\ 0, & \rho_m + \rho_\Lambda = \rho_{\text{crit}}; \\ 1, & \rho_m + \rho_\Lambda > \rho_{\text{crit}}. \end{cases} \qquad (3.61)$$

Основные этапы эволюции Вселенной. Представленные выше уравнения и выводы положены в основу современной теории происхождения и эволюции Вселенной – теории Большого Взрыва, или теории *горячей* Вселенной.

По современным представлениям, наблюдаемая нами сейчас Вселенная возникла около 13,75 млрд лет назад из некоторого начального «сингулярного» горячего состояния с температурой более 10^{32} К (планковская температура) и плотностью более 10^{94} г/см^3 (планковская плотность) и с тех пор непрерывно расширяется и охлаждается. (Все известные на сегодняшний день законы физики не могут быть применены для таких условий. Даже релятивистская ОТО неприменима, поскольку не учитывает квантовые эффекты.)

В «истории» Вселенной принято выделять несколько эпох.

Начало расширения (эволюции) Вселенной условно называют ***Большим Взрывом***. Однако неверно представлять начало эволюции как некий процесс, происходивший во времени и пространстве. Большой Взрыв сам дал начало времени и породил пространство, и дальнейшее расширение Вселенной – это расширение пространства Вселенной, в котором существует материя.

Ранняя Вселенная (Планковская эпоха) представляла собой в высокой степени однородную и изотропную среду с необычайно высокой плотностью энергии, температурой и давлением. В результате расширения и охлаждения во Вселенной произошли фазовые переходы, аналогичные конденсации жидкости из газа, но применительно к элементарным частицам.

В течение 10^{-43}–10^{-35} с после Большого Взрыва (эпоха ***Великого объединения***) происходит отделение гравитационного взаимодействия от остальных фундаментальных взаимодействий.

В период времени 10^{-35}–10^{-31} с происходит экспоненциальное расширение Вселенной, или ***космическая инфляция***. Расчеты показывают, что при температуре 10^{32} К и плотности 10^{94} г/см^3 в веществе возникает отрицательное давление, которое объясняется особыми свойствами вакуума на этой стадии. Расширение пространства происходит с ускорением, а энергия в единице объема остается постоянной. В подобных условиях гравитация неизбежно должна приводить не к притяжению, а к взаимному отталкиванию частиц.

Примечание. Этап космической инфляции необходим для объяснения ряда наблюдательных фактов. Так, в начале этой эпохи в наблюдаемую сейчас часть Вселенной должно было входить примерно 10^{90} причинно-несвязанных областей. В таком случае для объяснения наблюдаемой однородности и изотропности Вселенной при отсутствии эпохи инфляции необходимо допустить, что в гигантском количестве причинно-несвязанных областей пространства существовали одинаковые физические условия. Если же допустить существование эпохи инфляции, то вся наблюдаемая сейчас Вселенная возникла только из *одной* причинно-связанной области.

Затем (10^{-31}–10^{-12} с) наступает так называемая ***электрослабая эпоха***. Вещество Вселенной в этот период представляет собой кварк-глюонную плазму («кварковый суп»). В течение следующей эпохи – ***эпохи кварков*** (период 10^{-12}–10^{-6} с) – все известные взаимодействия (сильное, слабое, электромагнитное и гравитационное) окончательно разделяются.

В ***эпоху адронов*** (10^{-6}–1 с) начинается процесс «рождения» элементарных частиц и их непрерывного взаимопревращения. В эту эпоху температура составляет приблизительно $3 \cdot 10^{12}$ К, а плотность 10^{16} г/см^3. В процессе превращений кварки и глюоны объединяются в барионы, такие как протоны, нейтроны, Δ-, Λ-барионы и др. При этом одновременно происходит асимметричное образование как частиц материи, так и антиматерии, которые взаимно *аннигилируют*, превращаясь в излучение. Без едва заметной зарядовой асимметрии (отличия количества частиц и античастиц) Вселенная вообще оказалась бы лишенной вещества. Из наблюдений реликтового излучения можно сделать вывод, что во Вселенной на один нуклон приходится примерно 10^9 фотонов. Если

считать, что большая часть фотонов возникла в процессах аннигиляции, то первоначальный избыток частиц над античастицами составлял примерно *одну миллиардную долю*. Вероятно, зарядовая асимметрия возникла в результате спонтанного нарушения CP-инвариантности или CP-симметрии (Charge-Parity symmetry).

В ***эпоху лептонов*** (1–10 с) Вселенная состоит преимущественно из положительных и отрицательных мюонов, нейтрино и антинейтрино, позитронов и электронов, в то время как нуклоны сравнительно редки. По мере дальнейшего расширения Вселенной происходит аннигиляция мюонов, а также электронов и позитронов. Когда плотность Вселенной уменьшается до 10^7 г/см^3, вещество становится прозрачным для нейтрино (т.е. прекращается взаимодействие нейтрино и частиц вещества) и происходит «отрыв» нейтрино. К настоящему времени тепловая энергия таких *реликтовых нейтрино* значительно уменьшилась и должна соответствовать температуре около 2 К.

Примечание. Реликтовые нейтрино пока не зарегистрированы.

Примерно через 10 с после Большого Взрыва температура падает до 10^{10} К и наступает ***эпоха излучения*** (10 с – 380 000 лет). На этом этапе по численности преобладают фотоны, которые взаимодействуют с веществом (т.е. вещество еще непрозрачно для излучения), а также нейтрино, которые уже оторвались от вещества.

По истечении около 100 с после Большого Взрыва начинаются первые процессы *нуклеосинтеза*. Некоторая часть протонов соединяется с нейтронами и образует ядра гелия. В них перешло около 10% общего числа протонов. В течение следующих 380 000 лет происходит активный нуклеосинтез гелия, дейтерия, лития-7. Практически весь гелий, существующий во Вселенной в настоящее время, образовался именно в эту эпоху.

Вещество начинает доминировать над излучением спустя примерно 70 000 лет после Большого Взрыва, что приводит к изменению режима расширения Вселенной. Плотность материи в этот период стала определяться в основном плотностью вещества, а не излучения. В конце эпохи излучения (спустя 380 000 лет) происходит *рекомбинация водорода* (объединение протонов и электронов и образование нейтральных атомов) и Вселенная становится прозрачной для фотонов теплового излучения.

Когда температура Вселенной снижается примерно до 3000 К, наступает ***эпоха вещества***. С этого момента фотоны перестают рассеиваться теперь уже нейтральными атомами и могут свободно перемещаться в пространстве, практически не взаимодействуя с веществом (происходит отрыв излучения, которое получило название реликтового). Наблюдаемая сфера, соответствующая данному моменту, называется *поверхностью последнего рассеяния*. Вблизи этой поверхности находятся

самые удаленные объекты, которые можно наблюдать в электромагнитном спектре. В результате последующего остывания реликтового излучения за счет красного смещения его температура снизилась и сейчас составляет 2,725 К. При такой температуре максимум излучения приходится на $\lambda = 1$ мм.

Следующие 150 млн лет в «истории» Вселенной принято называть ***Темными веками***, поскольку Вселенная заполнена остывающими нейтральными водородом и гелием, а также реликтовым излучением. Звезды еще не образовались, и водород излучает только на длине волны 21 см.

Примечание. Это излучение обусловлено переходами между компонентами сверхтонкой структуры основного состояния $1^2S_{1/2}$ атома водорода. Причиной расщепления является взаимодействие спинов протона (ядра) и электрона. Следует отметить, что регистрация радиоизлучения водорода на длине волны 21 см в настоящее время является эффективным средством исследования Вселенной. Более половины массы галактического межзвездного вещества составляет нейтральный водород в основном состоянии, и его можно исследовать, только регистрируя излучение с $\lambda = 21$ см. Поэтому радиолиния водорода 21 см дает ценные (часто уникальные) сведения о распределении нейтрального водорода в космическом пространстве.

Спустя примерно 150 млн лет после Большого Взрыва начинается формирование первых звезд, квазаров, галактик, скоплений и сверхскоплений галактик – происходит реионизация водорода и образование структуры Вселенной. В результате из горячей водородно-гелиевой плазмы с ничтожной примесью других ядер развивается все многообразие Вселенной.

Формирование нашей Галактики началось спустя примерно 0,5 млрд лет после Большого Взрыва. Межзвездное газопылевое облако, породившее Солнечную систему, образовалось спустя примерно 8,9 млрд лет после Большого Взрыва (4,8 млрд лет назад).

Основные этапы эволюции Вселенной кратко отображены в табл. 3.11.

Таблица 3.11

Основные этапы эволюции Вселенной

Эпоха	Время от момента Большого Взрыва	Этап эволюции	Температура, К	Плотность, г/см^3
1	2	3	4	5
Сингулярность	0	Большой Взрыв	?	?
Планковская	$< 10^{-43}$ с	Неизвестные законы физики, квантовые свойства пространства-времени	?	?

Окончание табл. 3.11

1	2	3	4	5
Великого объединения	10^{-43} с	Граница применимости релятивистской теории тяготения. Отделение гравитационного взаимодействия	10^{32}	10^{94}
Космической инфляции	10^{-35} с	Экспоненциальное «раздувание» Вселенной	10^{28}	10^{78}
Электрослабая	10^{-31} с	Нарушение суперсимметрии. Сильное взаимодействие отделяется от электрослабого. Вселенная заполнена кварк-глюонной плазмой, лептонами, фотонами, W- и Z-бозонами, бозонами Хиггса	10^{15}	10^{40}
Кварков	10^{-12} с	Разделение всех известных взаимодействий. Вселенная заполнена кварк-глюонной плазмой, лептонами и фотонами	10^{13}	10^{19}
Адронная	10^{-6} с	Возникновение зарядовой асимметрии. Аннигиляция барион-антибарионных пар. Избыток барионов над антибарионами	$3 \cdot 10^{12}$	10^{16}
	10^{-4} с	Граница применимости экспериментально проверенных законов физики	10^{12}	10^{14}
	10^{-3} с	Аннигиляция мезонов	$3 \cdot 10^{11}$	10^{12}
Лептонная	0,2 с	Отрыв реликтовых нейтрино. Аннигиляция лептон-антилептонных пар	$2 \cdot 10^{10}$	10^{7}
Излучения (протонная)	10 с	Вселенная заполнена фотонами, барионами, лептонами и нейтрино	10^{10}	10^{4}
	100 с	Образование гелия, дейтерия, лития	10^{8}	10^{2}
	380 000 лет	Рекомбинация водорода. Отрыв реликтового излучения от вещества	$3 \cdot 10^{3}$	10^{-20}
Вещества	$5 \cdot 10^{5}$ лет	Вселенная заполнена водородом, гелием, реликтовым излучением и излучением с $\lambda = 21$ см	$2 \cdot 10^{3}$	10^{-21}
	$5 \cdot 10^{8}$ лет	Начало возникновения звезд и галактик	30	10^{-26}
	$1{,}4 \cdot 10^{10}$ лет	Современная эпоха	2,7	10^{-29}–10^{-30}

Согласно космологическому принципу для достаточно больших объемов пространства (с расстояниями более 300 млн св. лет) Вселенная однородна и изотропна. Однако, очевидно, в меньших масштабах во Вселенной существуют заметные отклонения от однородности (планеты, звезды, галактики и их скопления). В связи с этим предполагается, что и в ранней Вселенной существовали небольшие локальные отклонения от однородности и изотропии: в некоторых областях плотность была чуть выше или чуть ниже, чем в среднем. По мере расширения Вселенной контраст между плотными областями (сгущениями) и разреженными возрастал, что в конечном итоге и привело к формированию современной структуры.

На материю, находящуюся на границе сгущения, действуют две силы. Одна из них – направленная внутрь сила тяготения, которая стремится сжать сгусток вещества. Вторая – это сила упругости, направленная вовне, которую создает перепад давления внутри и вне сгустка. При этом силы тяготения прямо пропорциональны размеру газового облака, а упругости – обратно пропорциональны размеру. Эволюция неоднородности определяется тем, какая из этих двух сил больше. Если преобладает сила тяготения, то сгущение начинает сжиматься, и в результате этого некогда единое образование фрагментирует и распадается на некоторое количество отдельных сгустков меньшего размера. Если же сила упругости превышает силу тяготения, то сгущение начинает расширяться. Это расширение не прекращается, когда плотность вещества внутри и вне неоднородности выравнивается, поскольку вещество продолжает двигаться вовне по инерции, сжимая вещество вокруг. С течением времени на месте сгущения окажется разрежение вещества, тогда как вокруг него образуется область повышенной плотности. Это вторичное сгущение, в свою очередь, будет расширяться, сжимая окружающее вещество, и т.д. Неоднородность плотности превращается в волну сжатия и расширения вещества, т.е. порождает *звук*. Другими словами, в ранней расширяющейся Вселенной распространяются слабые неоднородности с характерным размером меньше длины волны Джинса, которые, по сути, являются звуковыми волнами.

Примечание. Разработка количественной теории гравитационной неустойчивости началась в работах Дж. Джинса, рассмотревшего в статье «Стабильность сферической туманности» (1902) количественную теорию гравитационной нестабильности самотяготеющего газового облака.

Для заданных параметров изотропной упругой среды (с учетом давления газа) существует критический размер r_{crit} области, для которого силы тяготения и упругости равны: $F_G = F_P$. В областях размером ниже критического сгущения релаксируют, а в областях размером выше кри-

тического – усиливаются. Такой критический размер определяется длиной волны Джинса для данной среды:

$$r_{\text{crit}} \approx a_s \cdot \sqrt{\frac{\pi}{G \cdot \rho}}, \quad (3.62)$$

где a_s – скорость звука в среде; ρ – плотность среды. С длиной волны Джинса связана и масса Джинса:

$$M_J \sim \rho \cdot r_{\text{crit}}^3. \quad (3.63)$$

Расширение неоднородности с повышенной плотностью отстает от расширения Вселенной. Рано или поздно расширение сгустка останавливается, он начинает сжиматься и в конце концов образует гравитационно-связанную систему.

Поскольку Вселенная расширялась, ее параметры, в том числе скорость звука и средняя плотность, менялись со временем. В частности, до рекомбинации водорода (первые 380 000 лет) во всех движениях принимали участие свет и вещество, тесно связанные друг с другом. Ранняя Вселенная представляла собой плазму фотонов и барионов, которую можно рассматривать как единую жидкость. В эту эпоху упругость среды определялась светом, а скорость звука была сравнима со скоростью света ($v = c/\sqrt{3}$). Поэтому длина волны Джинса соответствовала размеру космического горизонта. Все сгущения, помещавшиеся до рекомбинации водорода в пределы горизонта видимости, были звуковыми волнами. После рекомбинации вещество стало прозрачным, фотоны покинули сгущения, что привело к резкому снижению упругости среды и, следовательно, к уменьшению джинсовой длины. Даже сгущения с массами около миллиона масс Солнца могли сжиматься на фоне общего расширения среды, и только тогда начался процесс формирования структуры Вселенной. Таким образом, наша Галактика, а также и другие галактики, их скопления и сверхскопления когда-то были звуковыми волнами.

Сгущения (неоднородности с повышенной плотностью материи) с массой больше джинсовой должны расширяться медленнее, чем Вселенная в целом. Очевидно, что области, где плотность материи была меньше средней, наоборот, расширялись чуть быстрее, чем Вселенная в целом. Таким образом, собственная скорость вещества на границе областей с повышенной плотностью (области I) направлена *внутрь* неоднородностей, тогда как на границе областей с пониженной плотностью (области II) – *наружу*. Области I и II отделены друг от друга областями пространства, где плотность материи равна средней (области III).

Согласно космологическому принципу, области с повышенной и пониженной плотностями были распределены в ранней Вселенной хаотично, поэтому так же были распределены и собственные скорости. Очевидно, что доля общего пространства Вселенной, занимаемого областями II, должна с течением времени возрастать, а доля, занимаемая областями I, – убывать. Поэтому с течением времени области III должны вытягиваться, образуя в конечном итоге тонкие нити. Эта простая модель позволяет в общих чертах прояснить принцип формирования крупномасштабной структуры Вселенной.

Важную роль в развитии гравитационной неустойчивости в расширяющейся Вселенной должна была сыграть *темная материя*. Поскольку она состоит, вероятно, из слабо взаимодействующих частиц, давление излучения не могло препятствовать образованию огромных облаков темной материи. Эти облака явились «потенциальными ямами», которые после рекомбинации послужили зародышами для конденсации газа. Массы облаков темного вещества зависели от масс составляющих их частиц.

Если скрытая материя состоит в основном из *горячей темной материи* (нейтрино), то массы облаков должны примерно соответствовать массам сверхскоплений галактик. В этом случае первыми образовывались протосверхскопления галактик, которые затем из-за гравитационной неустойчивости распадались на протоскопления и протогалактики (эволюция «сверху вниз»). В настоящее время такое развитие событий представляется маловероятным, поскольку в моделях с горячей темной материей галактики должны формироваться очень поздно, при красных смещениях $z = 1–2$. Так как сейчас открыто много гораздо более далеких (т.е. сформировавшихся раньше) галактик и квазаров, то становится очевидным, что горячей темной материи недостаточно для формирования галактик.

Если же скрытая материя состоит в основном из частиц более высокой массы, чем масса нуклонов (*холодная темная материя*), то массы облаков темной материи были гораздо меньше масс отдельных галактик. В этом случае первыми образовывались объекты типа звездных скоплений, которые затем объединялись в системы более высокого уровня (эволюция «снизу вверх»). Этот сценарий сейчас считается наиболее вероятным. В его пользу также свидетельствуют размеры попавших в обзор HUDF далеких (около 13 млрд св. лет), т.е. молодых, галактик. Они имеют меньшие размеры по сравнению с современными звездными системами.

Примечание. Hubble Ultra-Deep Field (HUDF) – изображение небольшого региона космоса, составленное из данных, полученных космическим телескопом им. Хаббла в период с 24 сентября 2003 г. по 16 января 2004 г.

Неоднородности плотности ранней Вселенной не только привели к формированию ее наблюдаемой структуры, они оставили след в спектре реликтового излучения. Конкуренция между гравитацией и давлением излучения привела к продольным (акустическим) осцилляциям в фотон-барионной жидкости. Когда материя и излучение разделились в момент рекомбинации водорода, картина акустических колебаний осталась запечатленной в реликтовом фоне. Сегодня доказательство существования звуковых волн (областей пониженной и повышенной плотности) детектируется в форме первичной анизотропии реликтового излучения.

Примечание. Многочисленные измерения показали, что степень изотропности реликтового фона весьма велика (что является дополнительным аргументом в пользу тезиса об изотропности Вселенной). Тем не менее наблюдаются небольшие (3,35 мК, или около 0,1%) отклонения от средней температуры в зависимости от того, в каком направлении на небе проводится измерение. Эти отклонения представляют собой *дипольную составляющую анизотропии* реликтового излучения, они вызваны движением измеряющего прибора относительно фона. Реликтовое излучение изотропно лишь в системе координат, связанной со всей системой разбегающихся галактик, т.е. в «сопутствующей системе отсчета», которая расширяется вместе со Вселенной. В любой другой системе координат температура излучения зависит от направления. Таким образом, эффект Доплера приводит к фиолетовому сдвигу излучения, распространяющегося навстречу прибору, и к красному – догоняющему его. В результате этого на фоне однородного распределения температуры появляется два «полюса» – теплый в направлении движения и холодный в противоположном направлении.

Измерения с искусственных спутников Земли показали, что Солнечная система движется относительно реликтового фона со скоростью 366 км/с в направлении границы созвездий Льва и Чаши к точке с экваториальными координатами $\alpha = 11^h12^m$ и $\delta = -7°,1$ (эпоха J2000), что соответствует галактическим координатам $\lambda = 264°,26$ и $\beta = 48°,22$. Учет движения самого Солнца в Галактике показывает, что относительно всех галактик Местной группы Солнце движется со скоростью 316 ± 5 км/с в направлении с координатами $\lambda = 93 \pm 2°$ и $\beta = -4 \pm 2°$. Движение самой Местной группы относительно реликтового излучения происходит со скоростью 635 км/с в направлении с координатами $\lambda = 269°$ и $\beta = +29°$.

Измерения показали наличие не только дипольной составляющей, но и *мультипольных компонентов анизотропии* (пятна с повышенной и пониженной температурой) реликтового излучения [25, 28]. Эта анизотропия является результатом квантовых флуктуаций плотности, которые существовали и до инфляции, но были усилены в период инфляции. Среднеквадратичное отклонение температуры для мультипольных составляющих анизотропии составляет примерно 18 мкК (или менее 0,001%).

Источники анизотропии реликтового излучения могут быть разделены на две категории: первичные и вторичные. Первичная анизотропия возникла в период рекомбинации и «впечатана» в фон (сохраняется в реликтовом излучении после того, как фотоны покинули поверхность последнего рассеяния). Вторичная анизотропия возникает в процессе рассеяния фотонов на их пути от поверхности последнего рассеяния до наблюдателя.

Существует три источника первичной анизотропии: эффект Саша – Вольфа, внутренние (адиабатические) возмущения и эффект Доплера. Основной вклад в анизотропию при больших угловых масштабах (более 10°) вносит *гравитационное красное смещение*, заключающееся в том, что свет, исходящий из областей, где плотность материи выше средней,

испытывает красное смещение. И наоборот, излучение из более разреженных областей испытывает фиолетовое смещение (относительно общего фона). На промежуточных масштабах основной эффект обязан *адиабатическим возмущениям*. Рекомбинация возникает позже в тех областях, где плотность больше, поэтому фотоны, испускаемые областями с повышенной плотностью, испытывают меньшее красное смещение и, значит, оказываются более «горячими». Наконец, при самых маленьких масштабах (около 1°) важным становится *эффект Доплера*. Он возникает потому, что на поверхности последнего рассеяния фотоны рассеиваются в движущейся плазме.

Известно, что любая звуковая волна, независимо от того, насколько она сложна, может быть представлена в виде суперпозиции мод с различными волновыми векторами $\vec{k}$ ($|\vec{k}| = k$; $k \sim 1/\lambda$). Каждой моде с λ (или с k) отвечает определенный угловой размер θ на небесной сфере. Следовательно, для того чтобы облегчить сравнение теории с наблюдениями, вместо разложения Фурье для акустических колебаний (в виде совокупности тригонометрических функций) можно использовать угловое (мультипольное) разложение в виде совокупности полиномов Лежандра $P_l(\cos\theta)$. При этом порядок полинома l играет ту же роль, что и величина волнового вектора k в разложении Фурье. Для $l \geq 2$ полиномы Лежандра – это осциллирующие функции на интервале $[-1, 1]$. По мере роста l число осцилляций увеличивается. Следовательно, значение l (порядок мультипольного момента) обратно пропорционален характерному угловому размеру моды: $l \sim 1/\theta$.

Наибольшую амплитуду имеют акустические волны, длина которых равна удалению звукового горизонта, т.е. расстоянию, пройденному звуком во Вселенной за все время от Большого Взрыва до рекомбинации (за 380 000 лет). Точный угловой размер этих флуктуаций, называемых *акустическим пиком*, напрямую зависит от геометрии Вселенной, поскольку излучение от первичных неоднородностей распространяется по наикратчайшим линиям, которые в пространстве Лобачевского (т.е. если плотность всех видов материи ниже критической) являются гиперболами, в евклидовом пространстве (плотность точно равна критической) – прямыми, а в пространстве Римана (плотность выше критической) – дугами окружностей. При одинаковом расстоянии от наблюдателя до неоднородностей их угловые размеры для этих трех случаев находятся в следующем соответствии: $\theta_1 < \theta_2 < \theta_3$. Таким образом, зная, какой угловой величине соответствует акустический пик, можно определить геометрию Вселенной. В частности, если геометрия Вселенной является евклидовой, то акустический пик должен иметь угловой размер примерно 1°, или $l = 200$. Именно такой размер акустического пика и был впервые обнаружен в угловом спектре мощности реликтового излучения в результате обработки данных, полученных на рубеже XX–XXI вв. (эксперимент BOOMERanG, 1997–2003, спутник WMAP, 2001–2010).

Таким образом, многочисленные наблюдения обнаружили температурные неоднородности реликтового фона с характерной амплитудой порядка 0,0001 K, подтвердили правильность «акустической» модели гравитационной неустойчивости и показали, что пространство Вселенной можно считать *плоским*. В этом случае, как отмечалось выше, средняя плотность Вселенной равна критической, и при этом вклад кривизны пространства (вторая формула из (3.59)) в параметр плотности оказывается нулевым (см. формулы (3.59)–(3.61)). А это, в частности, означает, что для достижения равенства между наблюдаемой средней плотностью и ее критическим значением необходимо около 72% «дополнительной» плотности Вселенной, поскольку барионная светящаяся и темная материи, а также небарионная темная материя в сумме дают не более 28% критической плотности (см. формулу (3.61)).

Кроме того, наблюдения сверхновых типа Ia («стандартных свеч») в удаленных галактиках, расстояния до которых были определены в соответствии с законом Хаббла, показали, что «стандартные свечи» имеют яркость ниже, чем им «полагается». Другими словами, расстояние до удаленных галактик, вычисленное по методу «стандартных свеч», оказывается больше расстояния, вычисленного на основании ранее установленного значения параметра Хаббла. Это означает, в частности, что для удаленных галактик закон Хаббла, устанавливающий линейную связь между скоростью удаления галактики и расстоянием до нее, не выполняется, и *Вселенная расширяется с ускорением*. Такое ускоренное расширение Вселенной, по современным данным, началось примерно 7 млрд лет назад.

Примечание. За открытие ускоренного расширения Вселенной С. Перлмуттеру, Б. Шмидту и А. Риссу присуждена Нобелевская премия по физике 2011 г. [3–5].

На основании новых наблюдений, свидетельствующих об ускорении расширения Вселенной, нулевой кривизне пространства и др., было постулировано существование неизвестного вида энергии с отрицательным давлением, которую назвали *темной энергией*. В настоящее время предполагается, что темная энергия является источником *антитяготения*, т.е. силы, которая приводит к ускоренному расширению пространства. При этом оно не приводит к расширению вещества, поскольку частицы вещества на малых расстояниях связаны более значительными силами взаимодействия (электромагнитными и гравитационными). Антитяготение же проявляется только на межгалактических расстояниях.

Носителем темной энергии является, вероятнее всего, вакуум.

Примечание. Существуют также и иные предположения, одно из которых основано на концепции нового, неизвестного пока современной науке *пятого взаимодействия*, или *«квинтэссенции»* (от лат. quinta essentia – пятая сущность). Однако идея пятого взаимодействия противоречит методологическому принципу, известному как «бритва Оккама». Введение космологической константы – это во многих отношениях самое «экономное» решение проблемы ускоряющейся Вселенной.

В уравнениях ОТО антитяготение (влияние энергии вакуума) присутствует в виде Λ-слагаемого (см. формулы (3.57)–(3.60)), что, в частности, нашло отражение в названии современной стандартной космологической модели (ΛCDM).

Примечание. Напомним, что *космологическая постоянная* Λ (физическая постоянная, характеризующая свойства вакуума) была введена А. Эйнштейном (1916 г.) в уравнения тяготения для того, чтобы получить пространственно однородное стационарное решение. После построения теории нестационарной Вселенной А. Фридмана и получения подтверждающих ее наблюдений (1920–1930-е гг.) необходимость в Λ-члене отпала. Анализ новых наблюдательных данных, полученных на рубеже XX–XXI вв., потребовал возвращения к концепции космологического слагаемого Λ, но на качественно новом уровне.

В рамках ОТО космологическая постоянная Λ является свободным физическим параметром. Ее численное значение, которое удовлетворяло бы наблюдательным фактам, пока теоретически не получено. Эта величина подлежит измерению в специальных космологических наблюдениях. Однако современные наблюдательные данные позволяют утверждать, что значение Λ очень мало (не превышает 10^{-52} км$^{-2}$). В то же время квантовая теория поля дает оценку Λ на 120 (!) порядков больше, чем ОТО. Последний факт подчеркивает принципиальную несовместимость ОТО и существующей квантовой теории поля, поскольку имманентным элементом квантовой теории является наличие резких и хаотических квантовых флуктуаций («квантовой пены»), в то время как ОТО оперирует гладкими пространственными поверхностями (плоскими или искривленными).

Теория ускоренно расширяющейся Вселенной с тем значением космологической постоянной, которое следует из современных наблюдательных данных, в целом адекватно описывает глобальные свойства Вселенной и согласуется со всем набором современных астрономических сведений. В рамках этой теории строится стандартная космологическая модель – ΛCDM-модель. В частности, по современным данным, параметры плотности (см. формулу (3.59)) имеют следующие значения:

- плотности барионной (видимой) материи $\Omega_b = 0{,}0444^{+0{,}0042}_{-0{,}0035}$;
- плотности всей материи (видимой и темной) $\Omega_m = 0{,}266^{+0{,}025}_{-0{,}040}$;
- плотности темной энергии $\Omega_\Lambda = 0{,}732^{+0{,}040}_{-0{,}025}$.

Зависимость масштабного фактора от времени для случая с $\Lambda \neq 0$ показана на рис. 3.25 (кривая *4*).

Справедливости ради следует отметить, что существуют и альтернативные космологические модели Вселенной, в которых темная материя и (или) темная энергия отсутствуют.

Вопросы и задания для самопроверки

1. В чем принципиальное различие строения планет земной группы и планет-гигантов?
2. Какие планеты исследовались с помощью космических аппаратов (пролетных, орбитальных, посадочных)?
3. Почему максимальная высота гор на Марсе больше, чем на Земле?
4. Происходит ли на Венере, Марсе, Юпитере, Уране смена сезонов?
5. Какие процессы формирования атмосфер вам известны?
6. Чем различаются спектры излучения планет и звезд?
7. Почему спектр излучаемой планетой энергии находится в более длинноволновой области, чем спектр энергии, падающей на нее?
8. Почему средняя температура поверхности Венеры выше, чем у Меркурия, хотя она находится дальше от Солнца?
9. Каков источник внутреннего тепла планет-гигантов?
10. В чем суть парникового эффекта на некоторых планетах?
11. У какой из двух планет выше эффективная температура – у Земли или у Венеры?
12. Есть ли твердая поверхность у Юпитера?
13. В чем заключается сходство и различие атмосфер Земли, Венеры и Марса?
14. Где расположены Главный пояс астероидов и пояс Койпера?
15. Есть ли у астероидов спутники?
16. Какой физический параметр положен в основу принятой последовательности спектральных классов звезд?
17. Судя по цвету звезд Бетельгейзе и Ригеля, определите, какая из них горячее.
18. Рассчитайте, во сколько раз изменяется звездная величина Марса от противостояния до соединения.
19. Каков смысл введения абсолютной звездной величины?
20. Почему главная последовательность на диаграмме спектр – светимость является самой «населенной»?
21. Перечислите названия классов светимости.
22. Как с помощью диаграммы спектр – светимость можно определять расстояния до звезд?

23. Какие классы звезд должны описываться законами абсолютно черного тела с наибольшей степенью точности?
24. Какова взаимосвязь между светимостью, массой и радиусом звезд?
25. Почему существуют верхнее и нижнее ограничения для значений масс звезд?
26. Что является источником энергии звезд?
27. Почему не может быть одновременного «горения» водорода и гелия в центральном ядре звезды?
28. Почему более массивные звезды эволюционируют быстрее, чем звезды меньшей массы?
29. Какую роль для звезды играет конвективная зона?
30. Чем различается строение разных типов звезд?
31. Что означают понятия «красный гигант», «белый карлик», «нейтронная звезда» и «черная дыра»?
32. Какова последовательность образования химических элементов в недрах звезд?
33. Как бы вы определили расстояние до другой галактики с помощью обнаруженной там цефеиды?
34. Каковы примерные механизмы вспышки сверхновой и новой звезд?
35. Рассчитайте гравитационный радиус для Солнца, Земли, человека.
36. Опишите строение нашей Галактики.
37. Сколько примерно оборотов совершило Солнце вокруг центра Галактики за свою «жизнь»?
38. Какие бывают типы галактик?
39. Назовите стадии эволюции протопланетной туманности.
40. Планеты какого типа обнаружены около других звезд?
41. При плотности Вселенной, которая равна критической, масштабный фактор изменяется по закону $a(t) \sim t^{2/3}$. Найдите закон изменения постоянной Хаббла в зависимости от времени.
42. В процессе расширения Вселенной спектр реликтового излучения всегда оставался планковским. Определите на основе закона Вина, сколько лет назад температура реликтового излучения была в 2 раза выше, чем сейчас. Используйте информацию из предыдущего вопроса.
43. На чем базируется ΛCDM-модель?
44. Что такое, в вашем понимании, темная материя и темная энергия?

Примеры решения задач

Задача 1. Определите изменение блеска планеты Δm от соединения (1) до противостояния (2) , если промежуток времени между двумя событиями $\Delta T = 390$ сут. Считать орбиты планеты и Земли круговыми, лежащими в одной плоскости.

14. Зак. 1941

Решение. Поскольку $\Delta T = S/2$, где S – синодический период, то по синодическому уравнению $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{S}$ определим сидерический период планеты: $T = \frac{2 \cdot \Delta T \cdot T_\oplus}{2 \cdot \Delta T - T_\oplus} = 1{,}88 \cdot T_\oplus = 1{,}88$ лет. Из третьего закона Кеплера находим большую полуось орбиты планеты: $a = T^{2/3} = 1{,}52$ а.е. (Полученные значения свидетельствуют о том, что речь в задаче идет о Марсе.) Теперь по формуле Погсона рассчитаем, как изменяется блеск планеты:

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = 0{,}4 \cdot \Delta m \Rightarrow \lg \left(\frac{a - a_\oplus}{a + a_\oplus} \right)^2 = 0{,}4 \cdot \Delta m \Rightarrow \Delta m = 5 \cdot \lg \frac{0{,}52}{2{,}52} = -3{,}4 .$$

Задача 2. При наблюдении спектральной линии $\lambda_0 = 0{,}59$ мкм в направлениях на противоположные края солнечного диска на его экваторе обнаружили, что длина волн различается на $\delta\lambda = 8{,}0$ пм. Определите период вращения Солнца вокруг собственной оси.

Решение. Исходя из формулы (3.36), величины сдвига длины волны для удаляющегося ($\theta = 0$) и приближающегося ($\theta = \pi$) края Солнца можно записать так:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx -\frac{v}{c} \cdot \cos\theta \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 - \lambda_0 \approx \lambda_0 \cdot \dfrac{v}{c} \\ \lambda_2 - \lambda_0 \approx -\lambda_0 \cdot \dfrac{v}{c} \end{cases} \Rightarrow \delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2 = 2 \cdot \lambda_0 \frac{v}{c}.$$

Теперь выразим период вращения Солнца через различие в длинах волн:

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{4\pi \cdot R \cdot \lambda_0}{c \cdot \delta\lambda}.$$

Полагая радиус Солнца $R = 6{,}96 \cdot 10^8$ м, получим $T = 2{,}15 \cdot 10^6$ с $= 24{,}9$ сут.

Задачи для самостоятельного решения

1. Из вещества планеты Земля ($R_\oplus = 6371$ км) сделана «проволока» длиной: от Земли до Солнца ($r = 1{,}496 \cdot 10^8$ км); до α Центавра ($r = 1{,}34$ пк); до Туманности Андромеды ($r = 0{,}7$ Мпк). Каков примерно диаметр каждой «проволоки»?

2. Сколько звезд в нашей Галактике и сколько галактик в видимой части Вселенной приходится на одного человека?

3. Чего больше – звезд в Галактике или комаров на Земле?

4. Чего больше – звезд в Галактике или деревьев в сибирской тайге?

5. Чего больше – звезд в видимой части Вселенной или атомов в капле воды?

6. Что больше – кулонова сила притяжения электрона к протону в атоме водорода или ньютонова сила гравитационного притяжения двух космонавтов, обменивающихся рукопожатием в открытом космосе?

7. * Почему ночью темно?

8. На какую высоту выбрасывается вещество из вулканов спутника Юпитера Ио, если скорость его выброса составляет 1 км/с? Масса Ио равна $8{,}94 \cdot 10^{22}$ кг, диаметр – 3630 км.

9. На экваторе некоторой планеты тела весят вдвое меньше, чем на полюсе. Средняя плотность вещества планеты $\rho = 3 \cdot 10^3$ кг/м^3. Определите период вращения планеты вокруг собственной оси.

10. Найдите зависимость веса тела от географической широты. Считайте, что угловая скорость вращения и физические параметры Земли известны.

11. Некоторый источник U, испускающий электромагнитные сигналы с собственной частотой $\omega_0 = 3{,}0 \cdot 10^{10}$ рад/с, движется в Солнечной системе с постоянной скоростью $v = 0{,}8 \cdot c$ по прямой, которая удалена от наблюдателя P на Земле (которого можно считать неподвижным) на расстояние l (рис. 3.26). Какой будет частота сигналов, воспринимаемых наблюдателем в момент, когда: 1) источник окажется в точке O; 2) наблюдатель увидит его в точке O?

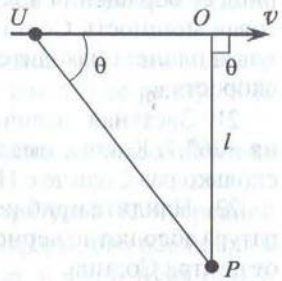


Рис. 3.26. Движение источника U относительно наблюдателя P

12. Сколько звезд нулевой величины могут заменить свет, испускаемый всеми звездами от 10-й до 11-й величины, если их число равно 546 000? Среднюю звездную величину звезд от 10-й до 11-й звездной величины принять равной 10,5.

13. На северном небе 2000 звезд 6-й величины. Во сколько раз их общий свет сильнее света Сириуса, блеск которого $-1^m{,}46$?

14. В спектре новой звезды 1934 г. в Геркулесе темные линии сместились относительно нормального положения в фиолетовую область. Линия H_γ ($\lambda = 434{,}1$ нм) сместилась на $\Delta\lambda = 1{,}01$ нм. Какова скорость газа, выброшенного из звезды и вызвавшего своим поглощением появление в спектре темных линий?

15. * Считая массы обеих составляющих двойной звезды одинаковыми, вычислите расстояние между ними и их массы, если максимальное расщепление спектральных линий $(\Delta\lambda/\lambda)_m = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$, причем оно возникает с периодичностью $\tau = 30$ сут.

16. В газовом облаке, которое окружает горячую звезду, наблюдаются мощные потоки атомарного водорода. Одна из спектральных линий атомарного водорода имеет длину волны $\lambda_0 = 656{,}3$ нм. Определите доплеровское смещение $\Delta\lambda$ этой линии, если наблюдать ее под прямым углом к направлению потока атомов водорода с кинетической энергией $T = 1{,}0$ МэВ.

17. Определите суммарную звездную величину двойной звезды, состоящей из компонентов 2-й и 4-й звездных величин.

18. Толиман (α Центавра) – тройная звезда. Суммарная звездная величина двух ее главных компонентов $0^m{,}06$ (третьим компонентом можно пренебречь). Звездная величина более яркого из них $0^m{,}32$. Какова звездная величина менее яркого компонента?

19. Сириус – самая яркая звезда неба, которая создает на Земле освещенность $9 \cdot 10^{-6}$ лк, а звезда 6-й величины – $8 \cdot 10^{-9}$ лк. Какова звездная величина 1 кд на расстоянии 1 км и 1 м?

20. Рассчитайте световую энергию, которая падает на планету за период ее обращения вокруг Солнца (по вытянутому эллипсу), если световая мощность Солнца P, площадь сечения планеты S, а в момент, когда планета находится на минимальном расстоянии r_0 от Солнца, ее скорость v_0.

21. Звездная величина Солнца при наблюдении с Земли равна $-26^m{,}7$. Какова звездная величина Солнца, видимого с Нептуна? Во сколько раз Солнце с Нептуна кажется ярче, чем Сириус?

22. Найдите приближенный закон, по которому изменяется температура абсолютно черного тела в зависимости от его расстояния (r а.е.) от центра Солнца.

23. Вычислите температуру абсолютно черного шара, находящегося от Солнца на таком же расстоянии, что и Меркурий, если солнечная постоянная для Земли 1367 Вт/м^2.

24. Определите освещенность поверхности Меркурия в «подсолнечной» точке. Считать, что яркость Солнца $B = 1{,}5 \cdot 10^9$ кд/м^2 и не зависит от направления излучения.

25. Выведите формулу, которая выражает звездную величину m верхней планеты при расстоянии ее от Солнца r и от Земли ρ, зная, что при среднем противостоянии, когда $r_0 = a$ и $\rho_0 = a - 1$ (a – большая полуось ее орбиты, а.е.), видимая звездная величина планеты равна m_0.

26. Во время великого противостояния в 1924 г. видимая звездная величина Марса была $-2^m{,}8$. Его расстояние от Солнца r составляло 207 млн км, а расстояние от Земли ρ равнялось 56 млн км. Какова будет звездная величина Марса во время наименее близкого противостояния, когда расстояние от Солнца $r' = 249$ млн км, а расстояние от Земли $\rho' = 100$ млн км?

27. Молекулы циана (CN) выделяются с поверхности кометного ядра при температуре 200 °С под действием солнечных лучей. Покинут ли они ядро кометы, если оно представляет собой глыбу диаметром $D = 100$ м, имеющую плотность $\rho = 2{,}7$ г/см^3?

28. Как должна измениться температура поверхности Солнца, чтобы солнечная постоянная изменилась на 1%?

29. По теории Гельмгольца, энергия солнечного излучения может поддерживаться за счет сжатия солнечного шара со скоростью 35 м в год. Когда при такой скорости сжатия Солнца его видимый угловой радиус уменьшился бы на величину $0''{,}1$, которую можно измерить современными приборами?

30. * Чему равна работа сил тяготения, которая получилась бы при сжатии Солнца от бесконечно больших размеров до современного значения его радиуса?

31. * Однородный шар имеет массу M и радиус R. Определите давление P внутри шара, обусловленное гравитационным сжатием, как функцию расстояния r от его центра. Вычислите P в центре Земли, считая, что она является однородным шаром.

32. Получите формулу, которая выражает угловой видимый диаметр звезды D (в секундах дуги) через параллакс звезды π и ее радиус R (в радиусах Солнца).

33. * Чему равна температура поверхности Луны в «подсолнечной» точке?

34. * Допустим, что вокруг звезды с температурой T_* и средней плотностью $\bar{\rho}_*$ движется планета. У нее нет атмосферы, она обращена к звезде одной стороной и имеет такое же альбедо A, что и Луна (0,07). Чему равен период обращения этой планеты по орбите, если температура на ее поверхности такая же, как на Луне? Как зависит температура на диске планеты от зенитного расстояния звезды? Считается, что и звезда, и планета излучают как абсолютно черное тело.

35. * Земная атмосфера имеет оптическую толщину по нормали $\tau \sim 0{,}2$ (на длине волны $\lambda \sim 500$ нм). Что было бы, если бы масса атмосферы увеличилась в 5 раз? Каким увидели бы безоблачное небо земляне в полдень и в полночь? А если бы масса атмосферы уменьшилась в 5 раз?

36. При плавном увеличении массы атмосферы от нуля небо днем было бы сначала черным, затем черно-синим, становилось бы все более ярким, потом менее ярким и, наконец, наступила бы тьма. При какой оптической толщине достигается максимум яркости неба?

37. * Солнце встает над морем. Один человек любуется восходом с палубы океанского лайнера, в то же время другой – с вершины горы

высотой 4 км на расположенном в океане острове. Для какого наблюдателя диск Солнца будет ярче и во сколько раз? Считать атмосферу Земли однородным шаровым слоем, соответствующим размерам тропосферы (толщина ~8 км). Оптическую толщину слоя τ на длине волны $\lambda \sim 550$ нм принять равной 0,1.

38. * Какой будет освещенность от ночного неба на дне фабричной трубы диаметром $D = 1$ м и высотой $H = 30$ м? Во сколько раз она изменится при прохождении в зените звезды Вега (α Лиры) с $m = 0^m,14$? Яркость ночного неба $B = 2 \cdot 10^{-4}$ кд/м^2. Согласно гарвардской системе звездных величин звездная величина светила, дающего освещенность в 1 лк у поверхности Земли, равна $-13^m,89$.

39. Будет ли видна невооруженным глазом Луна с поверхности Меркурия в момент нижнего соединения Земли и Меркурия? Принять расстояние Меркурия от Солнца 0,4 а.е., а Луны от Земли — 400 000 км. Для наблюдателя на Земле видимая звездная величина Луны $m = -12^m,5$. Разрешит ли глаз наблюдателя отдельно Луну и Землю в этом случае?

40. Оцените фотонный поток (число фотонов/(м$^2 \cdot$с)), приходящий от: Солнца; α Центавра; звезды 25^m. Поток от источника нулевой звездной величины составляет примерно 10^{10} фотонов/(м$^2 \cdot$с).

41. Определите радиус Антареса, зная, что его температура $T = 3100$ К, абсолютная звездная величина $M_V = -2^m,7$.

42. Блеск Солнца и звезды (по зрительному ощущению) различается в 10^{16} раз. Звезда находится на расстоянии 100 пк. Какова ее абсолютная величина?

43. Какое светило — Солнце или Золотая Рыба ($M_{\text{З.Рыбы}} = -9^m,4$) обладает большей светимостью и во сколько раз?

44. Выразите светимость компонентов двойной звезды Крюгер 60 по сравнению с Солнцем, зная, что их абсолютные величины $11^m,6$ и $13^m,4$, абсолютная величина Солнца $4^m,85$.

45. Определите абсолютные величины компонентов звезды Крюгер 60, зная, что их видимые величины равны $9^m,6$ и $11^m,4$, а параллакс $\pi = 0'',257$.

46. Видимая звездная величина звезды $m_V = 5^m,0$, она находится на расстоянии 17 пк. Во сколько раз светимость звезды отличается от светимости Солнца?

47. Видимая звездная величина звезды $m_V = 20^m$. Будет ли она видна невооруженным глазом, если ее приблизить к нам в 10^4 раз?

48. Вычислите, во сколько раз Ригель ярче Солнца, зная, что его параллакс $\pi = 0'',003$, а $m_V = 0^m,13$.

49. Звездная величина Веги равна $+0^m,1$. Какова была бы звездная величина этой звезды, если бы она удалилась от нас на расстояние, которое в 1000 раз больше? Можно ли тогда было бы увидеть Вегу невооруженным глазом?

50. Во сколько раз по яркости отличается от Солнца звезда Проксима Центавра, для которой $\pi = 0'',762$, а $m_V = +11^m,05$?

51. Блеск двух звезд (по зрительному ощущению) различается в 10^2 раз. Если их абсолютные величины одинаковы, то как различаются их расстояния до нас?

52. Определите эффективную температуру Альдебарана и вычислите его видимую звездную величину, зная, что для этой звезды $\pi = 0'',057$, $M_V = -0^m,1$, радиус ее равняется 62 радиусам Солнца.

53. Определите радиус Альдебарана и вычислите расстояние до него, зная, что для этой звезды $\pi = 0'',057$; $M_V = -0^m,1$; $T = 3300$ К.

54. Абсолютная звездная величина звезды $M = 2^m,0$. На каком расстоянии она будет восприниматься как звезда с $m = +1^m,0$? Эта звезда ярче Солнца или наоборот?

55. Будет ли видна звезда невооруженным глазом, если ее $M_V = 0^m$, а расстояние 12,2 пк?

56. * Сравните освещенность земной поверхности от полной Луны и от Солнца 22 декабря ($m_\odot = -26^m,8$, $m_\leftmoon = -12^m,7$). Широта местности $\varphi = 53°,5$. Считать, что восходящий узел орбиты Луны совпадает с точкой весеннего равноденствия.

57. Суммарная яркость тройной звезды соответствует визуальной звездной величине $m_0 = 1^m$. Определите видимые звездные величины всех компонентов, если у первых двух они одинаковы, а у третьего звездная величина $m_3 = 3^m,5$.

58. * Определите, через какое время звезда 16-й звездной величины станет видна невооруженным глазом при приближении к Солнечной системе (тангенциальная скорость звезды равна нулю), если полоса поглощения линии водорода L_α в ее атмосфере смещена в фиолетовую область на $\Delta\lambda = 0,14$ нм ($\lambda_{L\alpha} = 121,6$ нм). Расстояние r до звезды в начальный момент времени составляет 12 пк.

59. * Исчезнет ли из поля зрения звезда с $m_V = 2^m$, видимая невооруженным глазом, через 10^6 лет, если она удаляется от Солнечной системы (тангенциальная скорость звезды равна нулю)? Первоначальное расстояние $r = 10$ пк, а полоса поглощения линии L_α смещена в красную область на $\Delta\lambda = 0,11$ нм ($\lambda_{L\alpha} = 121,6$ нм).

60. Двойная звезда имеет блеск каждого из компонентов $m_1 = 2,4^m$, $m_2 = 3^m,96$. Определите суммарную звездную величину.

61. * В 2000 г. американскими астрономами была открыто очередное малое тело Солнечной системы из семейства транснептуновых объектов «плутино» («плутончики»; все эти объекты находятся в орбитальном резонансе с Нептуном в соотношении 2:3). Новый плутино имеет диаметр $D \approx 650$ км, расстояние от Солнца в афелии $r_Q = 5{,}6$ млрд км и в перигелии $r_q = 2{,}7$ млрд км. Определите максимальную звездную величину, которую должен иметь этот объект при наблюдениях с Земли (влияние атмосферы не учитывать), при условии, что коэффициент отражения поверхности плутино $A = 0{,}2$. Для расчетов принять, что солнечная постоянная $Q = 1360$ Вт/м^2; энергия, излучаемая с единицы поверхности Солнца, $\varepsilon_\odot = 6{,}28 \cdot 10^7$ Вт/м^2; видимая звездная величина Солнца $m_\odot = -26^m{,}8$.

62. * Визуально-двойная звезда состоит из двух одинаковых компонентов с $m = 7^m{,}3$ спектрального класса G2V, а ее орбита расположена к лучу зрения под углом $\theta = 45°$. Наибольшая наблюдаемая лучевая скорость спутника относительно главной звезды $v_r = 20$ км/с; наибольшее наблюдаемое собственное движение спутника относительно главной звезды $\mu = 0''{,}05$ в год; период обращения $P = 6$ лет. Определите размеры, параллакс, массу и светимость каждого компонента системы, а также радиус относительной орбиты.

63. * Период обращения двойной звезды $P = 100$ лет. В момент максимального удаления компонентов звезды друг от друга расстояние главной звезды от центра масс $a_1 = 10$ а.е. Определите минимальное расстояние между звездами, если масса главной звезды $\mathfrak{M}_1 = 5 \cdot \mathfrak{M}_\odot$, а масса спутника $\mathfrak{M}_2 = \mathfrak{M}_\odot$.

64. Сколько времени понадобилось бы воображаемому поезду, который движется без остановок со скоростью 200 км/ч, чтобы добраться до ближайшей звезды – Проксимы Центавра, параллакс которой $\pi = 0''{,}762$?

65. Параллакс звезды 61 Лебедя равен $0''{,}37$. Каково расстояние до нее в световых годах?

66. Видимая звездная величина Сириуса равна $-1^m{,}46$, а видимая звездная величина его спутника составляет $+8^m{,}67$. Во сколько раз истинный блеск (по зрительному ощущению) Сириуса больше истинного блеска его спутника? Расстояние между этими звездами пренебрежимо мало по сравнению с расстоянием от Земли до Сириуса.

67. Вычислите абсолютную звездную величину Сириуса, зная, что его параллакс $\pi = 0''{,}377$, а видимая звездная величина $m = -1^m{,}46$.

68. Определите абсолютную величину Антареса, зная, что его параллакс $\pi = 0''{,}019$, а видимая звездная величина $m = +0^m{,}91$.

69. Каково в парсеках расстояние до Полярной звезды, если по спектру ее абсолютная величина $M_1 = -5^m{,}59$, а видимая величина $m_1 = +2^m{,}02$. Определите то же для новой звезды в Геркулесе, если ее абсолютная величина, определенная спектрально, $M_2 = -7^m{,}5$, а видимая величина $m_2 = +1^m{,}2$ (в наибольшем блеске).

70. В табл. 3.12 приведены фотографические m_p и визуальные m_V величины ярких звезд. Расположите их в порядке изменения цвета: белые, желтые, оранжевые, красные.

Таблица 3.12

Фотографические m_p и визуальные m_V величины ярких звезд

Звезда	m_p	m_V	Звезда	m_p	m_V
Спика	0,94	1,21	Арктур	1,36	0,24
Антарес	2,95	1,22	Ригель	0,30	0,34
Альтаир	1,05	0,89	α Центавра	0,63	0,06
Капелла	0,88	0,21	γ Андромеды	3,40	2,28

71. Эффективную температуру звезды можно определить, зная ее показатель цвета, по формуле $T = \dfrac{7200}{CI + 0{,}64}$. Определите среднюю температуру звезд спектральных классов B0, A0 и dG0, зная, что их средние показатели цвета равны соответственно $-0{,}33$; 0,00; 0,57.

72. Определите радиус Хадара (β Центавра), если температура звезды $T = 21\ 000$ K, а абсолютная визуальная звездная величина $M_V = -3^m{,}4$.

73. Звезда Арктур на 1 см^2 поверхности Земли, перпендикулярный ее лучам, посылает в минуту $64 \cdot 10^{-12}$ калорий. Параллакс звезды $\pi = 0''{,}08$, а ее радиус в 26 раз больше радиуса Солнца. Определите температуру Арктура.

74. Бетельгейзе создает на Земле освещенность $E = 7{,}7 \cdot 10^{-11}$ кал/(см$^2 \cdot$ мин). Определите температуру этой звезды, зная, что ее параллакс $\pi = 0''{,}011$, а угловой диаметр, измеренный интерферометром, $d = 0''{,}047$.

75. Вычислите среднюю плотность звезды 40 Эридана B по следующим данным: масса звезды составляет 0,44 массы Солнца; $T = 11\ 000$ K; $M_V = 11^m{,}2$.

76. Известны пространственная скорость V звезды, образующая с лучом зрения угол θ (рис. 3.27), лучевая V_r и тангенциальная V_t скорости звезды, ее параллакс π, собственное движение μ и видимая величина m. Получите выражения для расчета момента времени t, когда звезда M

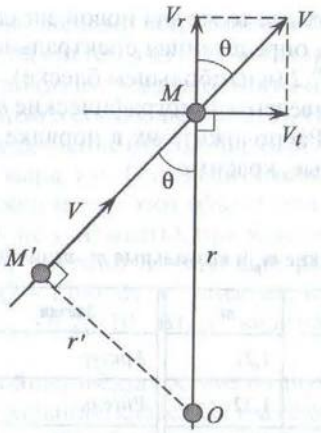


Рис. 3.27. Движение звезды относительно наблюдателя

была (или будет) на минимальном расстоянии от Солнца O в точке M'. Какими будут тогда значения π', μ', m', V_r' и V_t'?

77. Определите дату наибольшего сближения «Летящей Барнарда» с Солнцем, если для нее современные данные таковы: $m = 9^m,54$; $\mu = 10'',31$; $\pi = 0'',552$; $V_r = -108$ км/с; $V_t = 88,5$ км/с. Определите также значения этих параметров в момент максимального сближения.

78. Вычислите среднюю плотность белого карлика, являющегося спутником другой звезды, по следующим данным: спектры главной звезды и спутника одинаковы; средняя плотность главной звезды $\rho_1 = 0,2$ г/см^3; разность видимых звездных величин главной звезды и спутника равна 10^m; отношение их масс 2 : 1.

79. Параллакс визуально-двойной звезды Кастор $\pi = 0'',076$; собственное движение $\mu = 0'',20$ в год; лучевая скорость системы $V_r = +3$ км/с; видимая величина компонентов $m_1 = 2^m,0$ и $m_2 = 2^m,8$; большая полуось орбиты $\alpha = 6'',06$; период обращения $P = 306$ лет. Определите большую полуось орбиты в километрах, светимость компонентов по сравнению с Солнцем, относительную орбитальную скорость спутника, суммарную массу двух звезд, отношение их радиусов (температуры обеих звезд одинаковы) и скорость системы в целом.

80. Определите отношение масс компонентов спектрально-двойной звезды β Скорпиона, если полуамплитуды лучевых скоростей главной звезды и спутника соответственно $k_1 = 126$ и $k_2 = 152$ км/с.

81. По раздвоению линий в спектре спектрально-двойной звезды Лакайль 3105 установлено, что относительная скорость компонентов 620 км/с, а период равен $3^d2^h46^m$. Каков радиус орбиты этой звезды? Орбиту считать круговой, ее плоскость — проходящей через Солнце, а массы обоих компонентов — одинаковыми.

82. Переменная звезда δ Цефея имеет период $P = 5^d,37$ и среднюю видимую звездную величину $m = +3^m,95$. На каком расстоянии от нас (в парсеках) находится δ Цефея?

83. Если амплитуда изменения блеска цефеиды в болометрических звездных величинах $\Delta m = 2^m,0$ и изменения ее блеска обусловлены пульсацией, то каково изменение ее радиуса? В максимуме блеска температура звезды $T_1 = 9000$ К, в минимуме $T_2 = 7000$ К.

84. Определите отношение радиусов r/R слабой и яркой звезд ($r < R$) в системе затменной двойной звезды типа Алголя, если из наблюдений известно, что отношение ее блеска в минимуме к блеску в максимуме равно k. Затмение яркой звезды большего радиуса слабой звездой меньшего радиуса считать центральным; слабую звезду (спутник) при затмении считать совершенно темной.

85. Истинный период изменения блеска затменной переменной звезды $P = 3^d$, лучевая скорость ее $V_r = +30$ км/с. Чему равен *наблюдаемый* непосредственно период этой звезды?

86. В созвездии Геркулеса в 1934 г. вспыхнула новая звезда. Ее блеск в течение суток увеличился на $\Delta m = 5^m$. Расстояние до звезды, измеренное сразу после вспышки, $r_1 = 1800$ св. лет. Докажите, что эта вспышка не могла быть вызвана внезапным приближением звезды к Земле.

87. Средний видимый блеск цефеиды в звездном скоплении созвездия Геркулеса $m = 15^m,1$, период ее пульсации — около 11 ч. Определите расстояние до звездного скопления в созвездии Геркулеса.

88. Каково расстояние до галактики, если в ее спектре красное смещение $\Delta\lambda$ линии H_γ ($\lambda = 434,1$ нм) составило 14,5 нм?

89. Определите расстояние r и линейный диаметр D спиральной галактики в созвездии Треугольника, если ее угловой диаметр $d = 1°$, а период наблюдающихся там цефеид $P = 13^d$ при видимой звездной величине $m = 19^m,6$.

90. В спиральной галактике, отстоящей от нас на $r_1 = 7,5$ млн св. лет, обнаружены две цефеиды, которые имеют одинаковый период, но одна из них находится на ближайшем к нам краю галактики, другая — на $\Delta r = 20\ 000$ св. лет дальше. Каково различие видимых величин этих звезд, если считать их абсолютные величины одинаковыми?

91. * Квазар 3С 273 (один из самых близких) имеет блеск $m = 12^m,88$, красное смещение $z = 0,158$, угловой диаметр оболочки $d = 1''$. Сравните размеры оболочки квазара с диском Галактики и блеск полной Луны с блеском 3С 273 при его расположении в ядре Галактики.

92. * Вблизи ядра Галактики, по данным радионаблюдений, происходит выброс вещества, который сместился за год на $\varphi = 9''$ от центра.

Измерения сдвига спектральных линий фронта выброса позволили отметить фиолетовое смещение $z = 0{,}5$. Оцените скорость выброса вещества в классическом приближении с учетом конечности скорости света.

93. Где светлее – днем на Плутоне или в лунную ночь на Земле?

94. Затменно-двойная система имеет два одинаковых компонента. На сколько звездных величин изменяется блеск системы в момент полного затмения одного компонента другим?

95. В звездном скоплении N звезд, звездная величина каждой из них m. Вычислите суммарную звездную величину скопления.

96. * На небе около 6000 звезд ярче 6-й звездной величины. Считая, что у всех звезд одинаковая светимость и они распределены в пространстве равномерно, определите, сколько на небе звезд ярче m-й звездной величины.

97. Европа, один из четырех галилеевых спутников Юпитера, имеет радиус $R_E = 1600$ км. Этот спутник полностью покрыт льдом. Вычислите звездную величину Европы в момент, когда Юпитер находится ближе всего к Земле. Для Юпитера: радиус $R_J = 71\ 400$ км; альбедо $A_J = 0{,}55$; звездная величина в противостоянии $m = -2^m{,}5$.

98. * Как изменяется видимая звездная величина самосветящегося объекта, если расстояние до него изменяется незначительно ($\Delta r/r << 1$)?

99. Определите максимальное расстояние, с которого Солнце еще можно видеть невооруженным глазом.

100. Можно ли увидеть в крупнейшие телескопы звезды, подобные Солнцу, в Туманности Андромеды ($r \approx 0{,}7$ Мпк)?

101. Звезды главной последовательности спектрального класса B0V ($T = 30\ 000$ K) имеют массу $\mathfrak{M} \sim 15 \cdot \mathfrak{M}_\odot$. Воспользовавшись соотношением масса – светимость для звезд главной последовательности, вычислите их среднюю плотность.

102. Как изменится светимость звезды, если ее радиус уменьшится на $\varepsilon = 2\%$, а эффективная температура на столько же увеличится?

103. Определите разность абсолютных звездных величин двух звезд одинакового размера, эффективные температуры которых различаются на 10%.

104. * Светимость одной из двух одинаковых по размеру звезд на 4% больше, чем другой. Считая, что обе звезды излучают как абсолютно черное тело, определите, на сколько различаются: а) температуры звезд; б) длины волн, соответствующие максимуму в распределении энергии в спектре; в) интенсивности излучения в максимуме спектра; г) интенсивности излучения на определенной длине волны в области спектра, где справедливо приближение Рэлея – Джинса.

105. * Определите толщину алюминиевой фольги от шоколадки, сев на которую в окрестности звезды класса O5V, объект малой массы (например, комар) мог бы улететь на ней, как на фотонном парусе, к другим звездам. В момент, когда комар садится на фольгу, она находится в состоянии покоя.

106. * Пульсар с координатами $\alpha = 7^h02^m$, $\delta = +22°40'$ излучает радиоимпульсы с периодом $T_1 = 0{,}0009999$ с, измеренным 3 января. Определите лучевую скорость пульсара относительно Солнца 1 апреля, если период его радиоимпульсов T_2 в этот день составлял 0,0010000 с.

107. Определите эффективную температуру Земли после превращения Солнца в конце эволюции в белый карлик с температурой $T_\odot = 10\ 000$ K и радиусом $R_\odot = R_\oplus$. Альбедо Земли в этот период (после уничтожения ее атмосферы Солнцем на стадии красного гиганта) $A_\oplus = 0{,}07$.

108. * Затменная переменная звезда каждые 30 сут уменьшает свой блеск на $0^m{,}2$, при этом все ее минимумы совершенно одинаковы. Спектральные исследования показали, что линия водорода H_α ($\lambda_0 = 656{,}3$ нм) периодически удваивается и ее компоненты расходятся на 0,2 нм. Считая затмения центральными, а средние плотности звезд – одинаковыми, определите их массы. Потемнением дисков звезд к краю следует пренебречь.

109. Величина оптической плотности атмосферы в направлении зенита такова, что изменяет звездные величины на $0^m{,}2$. На сколько процентов ослабляется блеск звезд в зените?

110. Как связаны между собой оптическая плотность атмосферы τ и ослабление блеска светила Δm, выраженное в звездных величинах?

111. Во сколько раз Солнце в зените ярче освещает земную поверхность, чем в тот момент, когда оно имеет высоту 30°?

112. Звезда Альбирео (β Лебедя) имеет видимую звездную величину $m = 3^m{,}15$. Однако на самом деле она является двойной звездой, причем блеск более яркого компонента ровно в 5 раз превышает блеск более тусклого. Определите видимые звездные величины обоих компонентов двойной системы.

113. Светимость сверхновой превышает светимость Солнца в 10^{10} раз. Если бы такая сверхновая появилась на нашем небе и имела бы такую же яркость, как и Солнце, на каком расстоянии от нас она должна была находиться?

114. На каком расстоянии освещенность от 100-ваттной лампочки будет равна солнечной постоянной?

115. Шаровое звездное скопление M13 состоит из 100 тыс. звезд и имеет диаметр около 200 св. лет. Определите в световых годах среднее расстояние между звездами в этом скоплении.

116. Определите количество звезд в шаровом скоплении диаметром 40 пк, если параболическая скорость на его краю равна 6 км/с, а звезды скопления подобны Солнцу.

117. Как известно, для звезд главной последовательности существует связь между светимостью и радиусом: $L \sim R^{5,2}$. Определите соответствующее соотношение между светимостью и эффективной температурой.

118. * 22-го августа в Крыму (широта 45°) в 18^h37^m по звездному времени проводятся наблюдения двух звезд – Веги ($m = 0^m$, $\alpha = 18^h37^m$, $\delta = +38°40'$, спектральный класс A0) и 11 Рыси ($m = 6^m$, $\alpha = 6^h38^m$, $\delta = +56°51'$, спектральный класс A2). От первой звезды измеренный поток составил 250 000 квантов/с, от второй – 500 квантов/с. Считая атмосферу плоским слоем, определите ее поглощение (в звездных величинах) в направлении зенита в месте наблюдения.

119. Оцените среднюю молярную массу вещества Солнца, если известно, что оно на 75% (по массе) состоит из водорода и на 25% – из гелия.

120. Определите линейный диаметр галактики типа E0, если ее угловой диаметр $\rho = 1'40''$, а линия H_α ($\lambda_0 = 656{,}3$ нм) в ее спектре имеет длину волны $\lambda = 667{,}8$ нм.

121. Угловой диаметр спиральной галактики, видимой «с ребра», равен $\rho = 5'{,}0$. Линия поглощения водорода H_α ($\lambda_0 = 656{,}3$ нм) в центре галактики имеет длину волны 659,0 нм, на одном из краев – 659,4 нм. Определите массу галактики.

122. Светимость сверхновой типа Ia в далекой галактике в максимуме блеска равна $5{,}8 \cdot 10^9 \cdot L_\odot$. При наблюдении сверхновой установили, что ее яркость составляет $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ от яркости Веги (видимая звездная величина Веги $m_V = 0^m$). Красное смещение галактики, в которой вспыхнула сверхновая, равно 0,051. Определите по этим данным расстояние до галактики в парсеках и постоянную Хаббла.

123. Покажите, что при слиянии двух черных дыр сумма первоначальных площадей их горизонтов событий не превышает площадь горизонта событий новой черной дыры.

3.2. Астрофизические приборы

Телескоп – это оптический инструмент, прибор для получения увеличенных изображений удаленных объектов и (или) исследования электромагнитного излучения, распространяющегося от таких объектов. В земных условиях, как правило, используются оптические телескопы для видимой области спектра, поскольку атмосфера Земли практически непрозрачна в инфракрасном, коротковолновом ультрафиолетовом, рентгеновском и гамма-лучевом диапазонах. Оптический

телескоп-рефрактор (зрительная труба с линзами) изобретен в начале XVII в. Первое свидетельство об использовании такого телескопа для астрономических наблюдений (Галилео Галилеем) датируется 1609 г.

Примечание. Телескоп Галилея имел в качестве объектива одну собирающую линзу, а окуляром служила рассеивающая линза. Такая оптическая схема дает неперевернутое изображение. Главными недостатками галилеевского телескопа являются очень малое поле зрения и сильная хроматическая аберрация.

И. Кеплер в 1611 г. усовершенствовал телескоп, заменив рассеивающую линзу в окуляре собирающей. Это позволило увеличить поле зрения, хотя система Кеплера дает перевернутое изображение. Преимуществом трубы Кеплера является также и то, что в ней имеется действительное промежуточное изображение, в плоскость которого можно поместить измерительную шкалу. Большинство последующих телескопов-рефракторов является «трубой Кеплера». К недостаткам системы относится сильная хроматическая аберрация, которую до создания ахроматического объектива устраняли путем уменьшения относительного отверстия телескопа.

Первый ***телескоп-рефлектор*** (зрительная труба с зеркалами) построен в 1668 г. И. Ньютоном. В течение нескольких веков оптические телескопы были единственными инструментами в астрономии для получения информации о небесных объектах.

Характерной особенностью телескопа как оптической системы является параллельный ход лучей входящего излучения. Конструкция телескопа во многом определяется областью электромагнитного излучения, для которой он предназначен. Основные части оптического телескопа – *объектив* и *приемник излучения* (частный случай приемника излучения при непосредственном зрительном наблюдении – *окуляр* и глаз человека). Объектив собирает излучение и строит в своем главном фокусе действительное изображение объекта. Приемник регистрирует это изображение. Объектив и приемник соединены жесткой трубой. Для установки телескопа и наведения его в необходимую точку небесной сферы применяется механическая конструкция, которая называется *монтировкой*.

В оптических телескопах в качестве объективов используются линзы, зеркала или их сочетания. Основной недостаток телескопов-рефракторов – хроматическая аберрация (следствие дисперсии), из-за которой излучение с различными длинами волн фокусируется в разных точках, в результате чего изображение размывается и окрашивается. Хроматическая аберрация в значительной степени устраняется комбинированием двух линз (телескопы-ахроматы). Телескопы-рефлекторы свободны от хроматической аберрации, однако оптические системы со сферическими зеркалами, как и с линзами, подвержены сферической аберрации, которая также может быть устранена, если отражающей поверхности зеркала придать форму параболоида вращения. Кроме того,

изготовление зеркал требует меньших усилий и ресурсов по сравнению с изготовлением обладающих теми же техническими характеристиками линз.

В настоящее время разработано несколько систем телескопов-рефлекторов: Ньютона, Ричи – Кретьена (рис. 3.28) и др. Для любительских астрономических наблюдений удобны как рефракторы, так и рефлекторы, а также комбинированные системы. В профессиональной астрономии, как правило, используются рефлекторы с большими параболическими или гиперболическими зеркалами (например, диаметр зеркала у телескопа Европейской южной обсерватории в Чили равен 8,2 м).

Приемником излучения в оптическом телескопе может служить глаз наблюдателя (в этом случае также необходим окуляр, через который рассматривается изображение), фотопластинка, фотоэлемент. В настоящее время в качестве приемника чаще всего используются *приборы с зарядовой связью* (ПЗС-матрицы). Приемник устанавливается, как правило, непосредственно в фокальной плоскости объектива. Телескопы, работающие в других областях спектра, имеют свои особенности фокусировки и регистрации излучения.

Монтировка телескопа выстраивается относительно двух взаимно перпендикулярный осей, повороты вокруг которых осуществляют

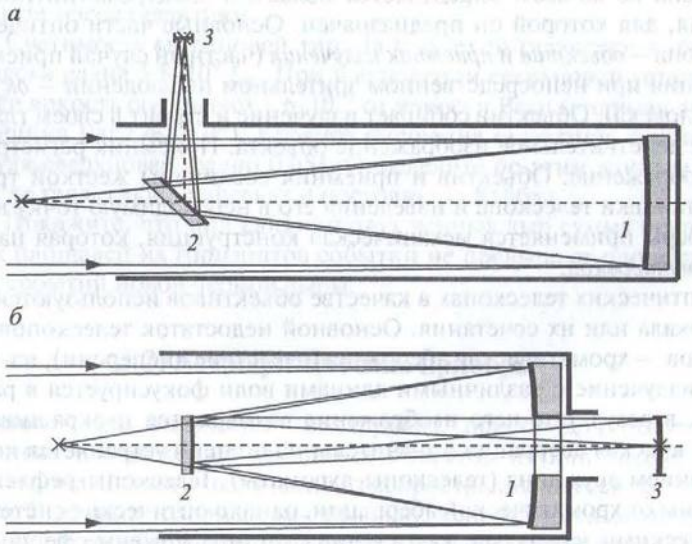


Рис. 3.28. Ход лучей в телескопе-рефлекторе системы Ньютона (*а*) и Ричи – Кретьена (*б*): *1*, *2* – зеркала; *3* – приемник (окуляр)

наводку телескопа. Все движения телескопа выполняет специальный привод, управляемый часовым механизмом или персональным компьютером. Существует две основные разновидности монтировок: экваториальная и вертикально-азимутальная (или альт-азимутальная). В экваториальной монтировке одна из осей направлена в полюс мира, а вторая лежит в плоскости небесного экватора. В альт-азимутальной монтировке одна из осей направлена в зенит, а вторая лежит в горизонтальной плоскости.

Современные телескопы снабжены *адаптивной оптикой*, что позволяет преодолевать влияние турбулентности атмосферы Земли, из-за которой звезды кажутся мерцающими. В этом случае зеркала состоят из сегментов, управление которыми корректирует форму отражающей поверхности. Кроме того, большие обсерватории строятся в высокогорьях, чтобы минимизировать влияние атмосферы на результаты наблюдений. Некоторые телескопы состоят из нескольких отдельных телескопов, объединенных в когерентный *звездный интерферометр*. Это позволяет значительно увеличить разрешение объектов наблюдения. Влияние атмосферы Земли на разрешающую способность и проницающую силу было полностью исключено с появлением космических телескопов (Hubble Space Telescope, 1990 и др.).

Параметрами телескопа являются: диаметр объектива (апертура), разрешающая способность (разрешающая сила, угловое разрешение), поле зрения, фокусное расстояние, относительное отверстие (светосила), проницающая сила.

Один градус (1°) небесной сферы изображается в фокальной плоскости телескопа отрезком, равным приблизительно 10/573 доле фокусного расстояния F объектива или зеркала. *Увеличение* W, которое дает телескоп, равно отношению фокусного расстояния F объектива или зеркала к фокусному расстоянию f окуляра: $W = \frac{F}{f}$, *оптическая длина трубы* равна $F+f$.

Разрешающая сила (*угловое разрешение*) $\Delta\varphi$ телескопа характеризуется предельным угловым расстоянием между двумя звездами, которые видны в этот телескоп, не вполне сливаясь друг с другом. Теоретическое угловое разрешение определяется явлением дифракции электромагнитного излучения на объективе телескопа *диаметром* D: $\Delta\varphi \approx \frac{\lambda}{D}$, где λ – рабочая длина волны. В практических расчетах для длиннофокусных объективов с соотношением диаметра и фокусного расстояния $\frac{D}{F} < \frac{1}{12}$ можно использовать формулу $\Delta\varphi \approx \frac{11'',6}{D}$, где D – диаметр объ-

ектива *в сантиметрах*, результат — *в угловых секундах*. Для других видов объективов можно воспользоваться формулой $\Delta\varphi \approx \frac{13'',8}{D}$.

Проницающая сила телескопа характеризуется предельной величиной звезд, еще видимых в телескоп в совершенно ясную темную ночь. Она приближенно вычисляется по формуле $m \approx 7{,}5 + 5 \cdot \lg(D)$, где диаметр D выражен в сантиметрах.

Объектив телескопа характеризуется также *светосилой* (*относительным отверстием*), т.е. отношением $A = \frac{D}{F}$, которое принято выражать дробью с двоеточием, например 1:2, 1:7, 1:20 и т.п.

Полем зрения объектива телескопа обычно называют телесный угол с вершиной в центре входного зрачка объектива, который охватывает объекты, отображаемые в пространстве изображений. Поле зрения зависит от конструкции объектива и его оправы и не изменяется при диафрагмировании.

Спектральные приборы, применяемые в астрономии, характеризуются в основном *спектральной разрешающей силой* $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$, где $\Delta\lambda$ – минимальный интервал между двумя близкими спектральными линиями со средней длиной волны λ, которые еще регистрируются как раздельные. Другой важной характеристикой спектральных аппаратов является *угловая дисперсия* $C = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda}$, где $\Delta\alpha$ – угол между лучами света, прошедшими диспергирующий элемент и различающимися по длине волны на $\Delta\lambda$. Величина $C' = f \cdot \frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda}$ (f – фокусное расстояние оптической системы, находящейся за диспергирующим элементом) называется *линейной дисперсией*.

Вопросы и задания для самопроверки

1. В чем заключается принцип построения телескопа Кеплера? Какие еще бывают схемы телескопов?
2. Каков физический смысл разрешающей силы телескопа?
3. Может ли телескоп одновременно иметь большие светосилу и увеличение?
4. Почему оптические телескопы устанавливают преимущественно в высокогорной местности?
5. Под какими широтами находятся обсерватории, которые могут измерять абсолютные координаты звезд?

Примеры решения задач

Задача 1. Определите линейный диаметр Луны по данным фотосъемки телеобъективом с $F = 1$ м, если на негативе диаметр диска Луны имеет размер $d = 9{,}57$ мм при съемке на минимальном расстоянии до Луны. Среднее расстояние до Луны $a = 384\ 400$ км и $e = 0{,}0549$. Оцените в процентах, как максимально изменятся размеры изображения диска в разных точках орбиты.

Решение. При малых угловых размерах Луны справедливы выражения

$$\frac{D_\text{☾}}{r_q} = \frac{d}{F} \text{ или } D_\text{☾} = \frac{r_q \cdot d}{F},$$

где $D_\text{☾}$ – искомый диаметр Луны; r_q – расстояние до Луны в перигее, которое определим по формуле

$$r_q = a \cdot (1 - 3e) = 384\ 400 \cdot (1 - 0{,}0549) = 384\ 400 \cdot 0{,}9451 = 363\ 296 \text{ км}.$$

В итоге для диаметра Луны получим

$$D_\text{☾} = \frac{363296 \cdot 9{,}57}{1000} \approx 3477 \text{ (км)}.$$

Для оценки максимального различия диаметров диска на негативе найдем отношение диаметров по формуле для перигея и апогея:

$$\frac{r_q}{r_Q} = \frac{d_Q}{d_q} = \frac{1-e}{1+e} = \frac{0{,}9451}{1{,}0549} \approx 0{,}896.$$

Следовательно,

$$\frac{d_q - d_Q}{d_q} = \left(1 - \frac{d_Q}{d_q}\right) \cdot 100\% \approx 10{,}4\%.$$

Задача 2. Вогнутое зеркало в телескопе Ньютона имеет фокусное расстояние $F = 60$ см. Удаленность предмета наблюдения $a_1 = 500$ м. Определите: 1) в какой точке оси трубы нужно расположить малое плоское зеркало, чтобы изображение находилось на расстоянии $c = 15$ см от оси; 2) каково получаемое уменьшение; 3) каким будет увеличение, если рассматривать малое изображение в лупу с фокусным расстоянием $f = 3$ см при расстоянии наилучшего зрения $S = 24$ см.

Решение. 1) Запишем формулу зеркала: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F}$, где a_1 – расстояние от вершины вогнутого зеркала до предмета; a_2 – расстояние от

вершины вогнутого зеркала до изображения; F – фокусное расстояние этого зеркала. Здесь по условию задачи $a_2 = c + l$, где c – расстояние от плоского зеркала до изображения, l – расстояние от вершины вогнутого зеркала до плоского зеркала. Получим

$$a_2 = \frac{F \cdot a_1}{a_1 - F};\ l = \frac{F \cdot a_1}{a_1 - F} - c = 45{,}072 \text{ см}.$$

2) Получаемое при этом увеличение (фактически уменьшение)

$$\Gamma = \frac{a_2}{a_1} = \frac{c + l}{a_1} = 0{,}0012.$$

3) Запишем формулу тонкой линзы: $-\frac{1}{a_1'} + \frac{1}{a_2'} = \frac{1}{f}$, где a_1' – расстояние от линзы (лупы) до предмета (предметом здесь является изображение, полученное с помощью зеркала, см. п. 1 этой задачи); a_2' – расстояние от линзы (лупы) до изображения; f – фокусное расстояние лупы. Расстояние до предмета отсчитывается против хода лучей, поэтому $a_1' < 0$. Так как в подобных системах с использованием лупы изображение является мнимым (и увеличенным), т.е. созданным в том же направлении от лупы, где находится предмет, то и $a_2' < 0$, т.е. $a_2' = -S$. Получим

$$\frac{1}{|a_1'|} - \frac{1}{S} = \frac{1}{f};\ |a_1'| = \frac{S \cdot f}{S + f}.$$

В итоге в этом случае увеличение

$$\Gamma' = \frac{S}{|a_1'|} = \frac{S + f}{f} = 9.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. При наблюдении с 60-миллиметровым телескопом за время интегрирования 1 с ПЗС-камера позволяет получить изображение звезды до 8^m. Какие звезды можно регистрировать с использованием такой камеры при наблюдении с 11-дюймовым телескопом и экспозицией 1 мин?

2. Какова разрешающая и проницающая сила телескопа с объективом 75 см?

3. Какое увеличение необходимо, чтобы при наблюдении Юпитер (видимый диаметр 40″) был такой же величины, как и Луна, видимая

невооруженным глазом? Если фокусное расстояние объектива телескопа равно 1 м, то какой необходимо подобрать окуляр, чтобы достичь такого увеличения?

4. Если угловой диаметр Луны $\varphi_{\text{☾}} = 31'$, то каков будет диаметр ее изображения в фокусе объектива с фокусным расстоянием в $F = 254$ см?

5. Диаметр телескопа $D = 1{,}25$ м, его светосила $A = 1/5$. Каким будет в его фокусе линейный диаметр изображения Марса, если его угловой диаметр $\varphi = 25''$?

6. Звезда пересекла по диаметру поле зрения неподвижного телескопа за t с. Чему равно в угловой мере (по дуге большого круга) поле зрения телескопа d, если склонение звезды δ?

7. Шаг микрометрического винта прибора $h = 0{,}50$ мм. Какова цена одного оборота винта (в угловой мере), если микрометр укреплен на телескопе с фокусным расстоянием $F = 650$ см?

8. Нити микрометра установлены так, что для телескопа с фокусным расстоянием $F_1 = 150$ см звезда вследствие суточного движения перемещается от одной нити до другой в течение $t_1 = 15$ с. Сколько времени будет длиться это явление при тех же условиях, но для телескопа с фокусным расстоянием $F_2 = 450$ см?

9. В обсерватории имеются два астрографа (экваториально установленные фотографические телескопы). Первый имеет диаметр объектива $D_1 = 16$ см, светосилу $A_1 = 1{:}4$, у второго $D_2 = 16$ см, $A_2 = 1{:}20$. Какой астрограф выгоднее использовать для фотографирования: 1) хвоста кометы; 2) лунных гор; 3) «падающих звезд»; 4) солнечных пятен; 5) звезд в Плеядах с целью определения их точного положения; 6) туманности Ориона?

10. * В астрономическом спектрографе на флинтгласовую призму с углом преломления $\gamma = 53°$ падает в плоскости главного сечения белый луч под углом $\alpha = 40°30'$. Как отклоняются красные и фиолетовые лучи, если их показатели преломления $n_к = 1{,}60$, $n_ф = 1{,}64$?

11. Дифракционная решетка в кварцевом астрономическом спектрографе имеет ширину $L = 25$ мм и содержит $n = 250$ штрихов на 1 мм. Фокусное расстояние объектива, в фокальной плоскости которого находится фотопластинка, $F = 80$ см. Свет падает на решетку нормально. Спектр исследуемой газовой туманности, окружающей звезду класса B0, содержит спектральную линию, компоненты дублета которой имеют длины волн $\lambda_1 = 310{,}154$ нм, $\lambda_2 = 310{,}184$ нм. Определите: 1) расстояния на фотопластинке между компонентами дублета в спектрах первого и второго порядков; 2) будут ли они разрешены в этих порядках спектра.

12. Вычислите величину фототока, возникающего в фотокатоде чувствительностью 1200 мА/лм, когда в телескоп наблюдают звезду А0, величина которой $m = 10^m$. Диаметр объектива телескопа $D = 125$ см. Потери света в телескопе составляют 15%. Согласно гарвардской системе звездных величин, звездная величина светила, дающего освещенность 1 лк у поверхности Земли, равна $-13^m,89$.

13. Определите самый маленький линейный размер образований на Луне, различимых невооруженным глазом.

14. * Предполагается, что в поясе Койпера, на гелиоцентрических расстояниях от 30 до 50 а.е., находятся десятки тысяч тел крупнее 100 км. Каковы примерно минимальные размеры тел пояса Койпера, которые можно обнаружить с помощью космического телескопа «Хаббл», если его проницающая сила $m = 28^m$? Альбедо тел пояса Койпера принять $A = 0,2$.

15. Сколько фотонов падает за 1 с на зеркало телескопа Кека ($D = 10$ м) с Веги и со звезды 30^m ? Поток от источника нулевой звездной величины составляет примерно 10^{10} фотонов/(м$^2\cdot$ с).

16. В телескопе системы Ньютона радиус кривизны зеркала $R = 1,0$ м, предмет находится на расстоянии $a_1 = 400$ м. Определите расстояние от оси телескопа до изображения, если плоское зеркало удалено на расстояние $l = 40$ см от вершины объектива. Каково получаемое уменьшение?

17. Проект Чрезвычайно большого телескопа (Overwhelmingly Large Telescope, OWL) предусматривает диаметр главного зеркала около 100 м и дифракционное качество изображения в видимом диапазоне. Определите, можно ли будет с помощью OWL наблюдать пятна на звездах Толиман (α Центавра А; желтый карлик; 1,33 пк) и Бетельгейзе (α Ориона; красный сверхгигант; 200 пк).

18. * Определите, до какой температуры можно нагреть абсолютно черный шар радиусом r с помощью солнечного излучения, собираемого сферическим зеркалом диаметром D и с фокусным расстоянием f. Температуру всех точек шара считайте одинаковой, потерями энергии излучения на пути к зеркалу и шару следует пренебречь.

19. При наблюдениях с помощью некоторого оптического прибора наблюдатель видит почти на пределе возможностей галактику М33 (видимая звездная величина $5^m,7$; угловые размеры 73′×45′). Сможет ли он увидеть с помощью этого прибора галактику М81 ($7^m,0$; 24′,9×11′,5), туманность «Гантель» ($7^m,4$; 8′,0×5′,7), туманность «Северная Америка» ($6^m,0$; 120′×100′)?

20. Человек невооруженным глазом может увидеть звезды до 6^m. На сколько звездных величин увеличится его проницающая сила, если он будет наблюдать звезды в тех же условиях в телескоп с диаметром объектива 150 мм? Зрачок человеческого глаза после адаптации к темноте имеет диаметр 6 мм.

21. Для наблюдений используется телескоп с диаметром объектива 250 мм. В комплект телескопа входит диафрагма для наблюдений Солнца – крышка с круглым отверстием диаметром 40 мм. На сколько звездных величин отличается проницающая сила телескопа с диафрагмой и без нее при наблюдении звезд?

22. Определите минимальный диаметр объектива телескопа, с помощью которого можно рассмотреть диск Бетельгейзе в видимом диапазоне при условии идеальности оптики и состояния атмосферы. Радиус этой звезды в 1000 раз превышает солнечный, а расстояние от Солнца составляет 200 пк.

23. Рассчитайте линейный размер минимальных деталей, которые можно рассмотреть на Луне, имея телескоп с диаметром объектива 200 мм.

24. Определите количество фотонов в секунду (на длине волны 550 нм), попадающих в глаз человека от звезды спектрального класса G2 с видимой звездной величиной $m = 6^m$ (предел чувствительности невооруженного глаза). Диаметр зрачка человеческого глаза равен 6 мм.

25. Две галактики имеют следующие параметры: угловые размеры первой составляют 4′,7×3′,6, интегральный блеск 9^m; угловые размеры второй – 20′×23′, блеск 7^m. Телескопу с ПЗС-камерой требуется 10 с, чтобы уверенно зафиксировать первую галактику. Какая выдержка потребуется этому приборному комплексу, чтобы зафиксировать вторую галактику?

26. ПЗС-камера, установленная на телескопе с диаметром объектива 60 мм, за 1 с способна зарегистрировать звезды до 8^m. Сколько времени потребуется такой камере, чтобы зафиксировать звезды до 11^m?

27. Какое максимальное фокусное расстояние может иметь объектив астрографа, чтобы изображение Луны целиком поместилось в поле зрения камеры с ПЗС-матрицей размерами 24×36 мм?

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

1.1. Небесная сфера. Системы небесных координат. Преобразование координат

1. $32°32'15''$. **2.** $51°02'$. **3.** 17^h36^m. **4.** $58°35'$. **5.** 8^h48^m. **6.** $77°30'$. **7.** $56°$. **8.** 18^h. **9.** 11^h30^m. **10.** $23^h34^m27^s$. **11.** 2^h48^m. **12.** $67°30'$. **13.** 7^h48^m. **14.** $20^h26^m32^s$. **15.** 3^h00^m. **16.** $-30°03'$; $-48°40'$. **17.** $-16°36'$. **18.** $273°15'$. **19.** 15^h30^m. **20.** $16^h05^m37^s,13$; $1^h54^m46^s,4$. **21.** $\varphi = \delta = 83°17'$. **22.** Когда наблюдатель находится на одном из полюсов Земли или светило находится в полюсе мира. **23.** $57°42'$; $10°48'$. **24.** Это возможно, если зенитный угол полюса мира равен углу между осью мира и осью эклиптики $z_p = 90° - \varphi = \varepsilon = 23°26'$, т.е. для полярных кругов $|\varphi| = 66°34'$ в тот момент, когда точка Υ восходит для северного полушария Земли и заходит для южного. **25.** $11°33'$; $58°27'$; $0°$; $46°54'$. **26.** $\beta = 66°34'$; $\lambda = 90°$. **27.** $\alpha = 18^h$; $\delta = 66°34'$. **28.** В обоих случаях Сириус будет находиться на юго-юго-западе под часовым углом $t = +19^m$; по карте звездного неба (см. § 1.3) можно определить азимут $A \approx 4°$ и высоту $h \approx 18°$. **29.** Звезда будет в зените. **30.** Вега находится в западной стороне под часовым углом $t = 5^h26^m$, Капелла – в восточной стороне под часовым углом $t = 18^h50^m$; Вега находится в восточной стороне под часовым углом $t = 17^h26^m$, Капелла – в западной стороне под часовым углом $t = 6^h50^m$. **31.** 1^h24^m. **32.** Используя формулу $\cos z = \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$, находим $\cos t = 0{,}4611$ и $t = 4^h10^m10^s,3$. **33.** Если наблюдатель находится на земном экваторе, а звезда – на небесном экваторе. **34.** У светил, которые кульминируют к северу от зенита, т.е. с $\delta > \varphi$, а для Минска $\delta > 54°$. **35.** $47°$. **36.** $17°03'$. **37.** Нет, так как у него $|\delta| > (90° - |\varphi|)$. **38.** Южный Крест начинает появляться с северной широты $\varphi = 35°$, а виден полностью при $\varphi \leqslant 26°$. **39.** $35°25'$. **40.** $24°02'$. **41.** $54°12'$. **42.** $\alpha = 19^h09^m13^s$; $\delta = 18°18'00''$. **43.** В Беларуси Солнце всегда кульминирует к югу от зенита. Можно воспользоваться формулой для высоты светила в верхней кульминации: $h = 90° - \varphi + \delta$, где φ – широта места, δ – склонение светила. Учтем также, что склонение Солнца в течение года изменяется в пределах $-\varepsilon \leqslant \delta_\odot \leqslant +\varepsilon$, где $\varepsilon = 23°26' = 23°,45$ – наклон эклиптики к экватору. Следовательно, $66°,55 - \varphi \leqslant h_\odot \leqslant 113°,45 - \varphi$. Например, в Минске ($\varphi \approx 54°$): $12°,55 \leqslant h_\odot \leqslant 59°,45$. Попробуйте самостоятельно определить, в какие дни достигаются эти пределы. **44.** У незаходящих светил высота нижней кульминации $h = \varphi + \delta - 90° > 0$, т.е. это звезды со склонениями $\delta > 90° - \varphi$. На рис. 1 показана проекция небесной сферы на плоскость небесного меридиана. Незаходящие звезды заполняют сегмент NPN'. Площадь этого сегмента $2\pi \cdot (1 - \cos\varphi) = 4\pi \cdot \sin^2(\varphi/2)$, а площадь

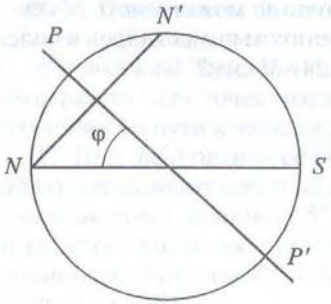


Рис. 1. Проекция небесной сферы на плоскость небесного меридиана на широте φ

небесной сферы 4π. Доля незаходящих звезд равна отношению этих площадей, т.е. $\sin^2(\varphi/2)$. Частные случаи: на полюсе ($\varphi = 90°$) половина звезд никогда не заходит; на экваторе ($\varphi = 0°$) все звезды восходят и заходят; в Санкт-Петербурге ($\varphi \approx 60°$) доля незаходящих звезд составляет ~25%; в Минске ($\varphi \approx 54°$) доля незаходящих звезд составляет ~20%. **45.** Звезда в зените, следовательно, $\varphi = \delta$; в нижней кульминации: $\varphi = 90° - \delta + h$; $\varphi = (90° + h)/2 = 83°17'$. **46.** $\varphi = 34°47'$; $\varepsilon = 23°54'$. **47.** Поскольку склонение скопления меньше широты Рио-де-Жанейро (широта в южном полушарии Земли отрицательная: $\varphi = -22°54'$), его верхняя кульминация будет наблюдаться на юге. Следовательно, $h_{вк} = 90° + |\varphi| - |\delta| = 40°49'$. Нижняя кульминация также будет наблюдаться в южной части неба. В последнем случае $h_{нк} = |\varphi| + |\delta| - 90° = 4°59'$.

1.2. Измерение времени. Системы счета времени

1. $5^h43^m30^s$. **2.** $z = 11°11'$; $s = 12^h10^m10^s$. **3.** $15^h13^m32^s$. **4.** 16^h30^m. **5.** $6^h33^m10^s$. **6.** $z = 60°$: $\delta_1 = -6°06'$, $\alpha_1 = 7^h35^m15^s$, $\delta_2 = 66°06'$, $\alpha_2 = 19^h35^m15^s$; $z = 40°$: $\delta_1 = 13°54'$, $\alpha_1 = 7^h35^m15^s$, $\delta_2 = 86°06'$, $\alpha_2 = 19^h35^m15^s$. **7.** За 128 и 3300 лет соответственно. **8.** $22^h33^m48^s$. **9.** В 19^h20^m. **10.** В верхней кульминации будут находиться звезды, у которых $\alpha = 18^h20^m$, например α и ε Лиры. **11.** Приблизительно 22 августа. **12.** С помощью табл. 1.1 определим звездное время в ближайшую предшествующую полночь 14 ноября: $S = 2^h + 23 \cdot 4^m = 3^h32^m$; следовательно, звездное время события $s = \alpha + t = S + T_m \cdot K \approx 23^h32^m$, а так как во время восхода $t = 18^h$ (звезда находится на небесном экваторе), то $\alpha = 5^h32^m$; в тот день, когда звезда взойдет в 5^h30^m вечера, в ближайшую предшествующую полночь звездное время $S = s - T_m \cdot K \approx 6^h$, что соответствует примерно 22 декабря. **13.** $\delta = 46°35'$; $\alpha = 15^h15^m10^s$. **14.** По карте звездного неба находим для Солнца на 1 марта: $\alpha_\odot \approx 22^h47^m$, $\delta_\odot \approx -7°45',5$; в момент кульминации $h_{max} = 90° - \varphi + \delta_\odot = 90° - 53°54' - 7°45',5 = 28°20',5$ и $T_\odot = 12^h$, тогда среднее время $T_m = T_\odot + \eta = 12^h12^m$; так как часовой пояс Минска $n = 2$, то из формулы $T_m = T_n + (\lambda - n)$ получим поясное время $T_n = 12^h21^m20^s$. Продолжительность дня можно оценить из формулы, определяющей часовой угол восхода и захода светила: $\cos t = -\mathrm{tg}\varphi \cdot \mathrm{tg}\delta_\odot$. Получим $\Delta t = 10^h33^m51^s,3$. **15.** По мусульманскому календарю средняя продолжительность календарного лунного года $Y = (19 \cdot 354 + 11 \cdot 355)/30 = 354{,}36667$. Так как средний лунный месяц длится $29^d,530588$, то действительная продолжительность лунного года $Y_0 = 354{,}36705$, а ошибка календаря составляет 0,00038 сут в год, т.е. одни сутки набегают примерно за 2590 лет. **16.** Команда судна, плавающего между Дальним Востоком и Аляской, покидающего восточное побережье 1 февраля в воскресенье в високосный год и совершающего рейс за одну неделю, будет иметь 10 воскресений в феврале. **17.** Средняя продолжительность года по персидскому календарю $Y_п = (365 \cdot 25 + 366 \cdot 8)/33 = 365{,}2424$ (продолжительность тропического года $Y_0 = 365{,}2422$), а ошибка $\Delta Y_п = 0{,}0002$, т.е. одни сутки набегают за 5000 лет; для григорианского календаря, соответственно, получим $Y_г = (365 \cdot 303 + 366 \cdot 97)/400 = 365{,}2425$ и $\Delta Y_г = 0{,}0003$, т.е. одни сутки набегают за ~3333 года. **18.** Солнечные сутки тогда были бы короче звездных примерно на 4^m (при условии таких же скоростей вращения и движения вокруг Солнца). **19.** Так как солнечное время отсчитывается от полу-

ночи, то когда в Гринвиче 0^h, там полночь, т.е. Солнце – в нижней кульминации. В верхней же кульминации оно будет в этот момент на противоположной стороне земного шара, так что долгота места наблюдения равна 12^h или 180°. **20.** ***а)*** Период колебаний маятника длиной l определяется формулой Гюйгенса $P = 2\pi \cdot \sqrt{l/g}$, где $g = G \cdot M_\oplus / R_\oplus^2$ – ускорение свободного падения, G – гравитационная постоянная, $M_\oplus$ – масса Земли, $R_\oplus$ – расстояние от центра Земли в точке, где находится маятник. Таким образом, $P = 2\pi \cdot R_\oplus \cdot \sqrt{l/(G \cdot M_\oplus)}$. Для малого изменения периода при малом изменении радиуса Земли получим $\Delta P = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{G \cdot M_\oplus}} \cdot R_\oplus \cdot \frac{\Delta R_\oplus}{R_\oplus}$, откуда $\frac{\Delta P}{P} = \frac{\Delta R_\oplus}{R_\oplus}$. Здесь $\Delta R_\oplus$ – изменение радиуса Земли от экватора к полюсу, т.е. сжатие сфероида $\frac{\Delta R_\oplus}{R_\oplus} \approx \frac{1}{300}$, и, значит, $\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{300}$. За сутки часы на полюсе уйдут на $60^m \cdot 24^h \cdot \frac{1}{300} \approx 5^m$. ***б)*** Изменение периода, обусловленное изменением l, определяется по выражению $\Delta P \approx \frac{dP}{dl} \cdot \Delta l$, или $\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta l}{l}$. Поэтому требуемое для компенсации изменения хода часов изменение длины маятника $\frac{\Delta l}{l} \approx 2 \cdot \frac{\Delta P}{p} \approx \frac{1}{150}$. При длине маятника 1,5 м на полюсе его следует *удлинить* на 1 см. **21.** Земля вращается равнозамедленно. Заданный в условии вопрос эквивалентен следующему: на какой угол за указанное время не довернется Земля по сравнению с гипотетическим равномерным вращением? При равнозамедленном вращении угол поворота $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \beta \cdot t^2/2$, где φ_0 – начальный угол, ω_0 – начальная угловая скорость, β – угловое ускорение. Если бы Земля не замедляла своего вращения, то β было бы равно нулю. Итак, угол «недоворота» определится величиной $|\Delta\varphi| = \beta \cdot t^2/2$. За сутки продолжительность суток возрастет на $\Delta t = 0{,}02\text{ с}/(365\text{ сут} \cdot 1000\text{ лет}) = 5{,}5 \cdot 10^{-8}\text{ с} = 6{,}3 \cdot 10^{-13}$ сут. Начальная угловая скорость $\omega_0 = 2\pi$ рад/сут $= 2\pi$ рад/1 сут. Спустя сутки угловая скорость $\omega_0 + \Delta\omega = 2\pi$ рад/$(1 + \Delta t)$ сут. Тогда $\Delta\omega = 2\pi/(1 + \Delta t) - \omega_0 = 2\pi/(1 + \Delta t) - 2\pi/1 = -2\pi \cdot \Delta t/(1 + \Delta t) \approx -4 \cdot 10^{-12}$ рад/сут. Находим угловое ускорение $\beta = \Delta\omega/\Delta T$, где $\Delta T = 1$ сут: $\beta = -4 \cdot 10^{-12}$ рад/сут^2. Итак, $|\Delta\varphi| = \beta \cdot t^2/2 = 4 \cdot 10^{-12} \cdot (365)^2 \cdot 10^6/2$ рад $= 0{,}266$ рад $= 15°{,}3 \approx 1^h$. Часы «уйдут» на час. Интересно, что столь малое угловое ускорение ($\beta = -4 \cdot 10^{-12}$ рад/сут^2) все же удалось обнаружить и измерить в результате анализа древних хроник, содержавших описание солнечных затмений. **22.** Следующий раз пять воскресных дней в феврале было в 1948 г., так как повторение соответствия календарных дней года тем же дням недели происходит через $4 \cdot 7 = 28$ лет. При определении предыдущего года следует учесть, что по григорианскому календарю 1900 г. не был високосным. Учитывая это, получим, таким образом, искомый год – 1880-й. **23.** В полдень $T_\odot = 12^h$; $T_m = T_\odot + \eta = 12^h1^m20^s$. Тогда поясное время $T_n = T_m - (\lambda - 3^h) = 11^h44^m51^s$. **24.** Поясное время по показаниям часов: $T'_n = 1^h15^m - 1^h = 0^h15^m$; в момент верхней кульминации звездное время

$s = 7^h36^m$. Рассчитаем среднее солнечное время: $T_m = (s - S) \cdot K' \approx 1^h$, где $S = 6^h + 9 \cdot 4^m = 6^h36^m$ – звездное время в ближайшую предшествующую среднюю полночь (см. табл. 1.1), а среднее солнечное время по показаниям часов $T'_m = T'_n + (\lambda - 2^h) = 0^h45^m$. Получим поправку часов $u = T_m - T'_m = +0^h15^m$. **25.** Кульминация по поясному времени $T_n = (16^h24^m + 7^h6^m)/2 = 11^h45^m$, а по истинному и среднему солнечному, соответственно: $T_\odot = 12^h$; $T_m = T_\odot + \eta = 12^h14^m$. Тогда $\Delta T = T_n - T_m = -29^m$. **26.** Поскольку звездные сутки короче средних солнечных примерно на 4^m, то за одни солнечные сутки (период времени между звонками будильника) Земля совершает 1,00274 оборота вокруг своей оси (1 оборот и еще 0°,986) относительно звезд, вращаясь с запада на восток. Очевидно, что скорости мореплавателя недостаточно для того, чтобы совершить за сутки один или более оборотов вокруг Земли, но он может компенсировать 0°,986, сместившись на эту величину за сутки по экватору на запад. Тогда спустя солнечные сутки он окажется в том же положении относительно звезд и снова увидит восход той же звезды по звонку будильника. Поскольку длина экватора Земли равна 40 074 км, то угол 0°,986 по долготе соответствует расстоянию 109,8 км и скорость равна 4,6 км/ч. **27.** К сожалению, из-за особенностей нашего календаря эту задачу невозможно решить точно без указания года либо точного времени последнего равноденствия или солнцестояния для данного года. Поэтому ответ может быть получен с максимальной погрешностью в 4–5 мин. Разность прямых восхождений двух светил равна разности их часовых углов с обратным знаком: $\alpha_1 - \alpha_2 = t_2 - t_1$. Если первое светило – Солнце, а второе – Сириус, то $\alpha_1 = 18^h$ (день зимнего солнцестояния), $\alpha_2 = 6^h45^m$, $t_2 = 0^h$ (Сириус находится в верхней кульминации). Тогда часовой угол Солнца $t_1 = -11^h15^m$, а среднее солнечное время равно истинному (22 декабря $\eta = 0$) и, соответственно, $T_m = T_\odot = t_1 + 12^h = 0^h45^m$. **28.** Рассмотрим, например, полдень 22 июня. Склонение Солнца $\delta_\odot \approx 23°{,}5$, его высота в полдень $h_{вк} = 90° - \varphi + \delta_\odot = 90° - 54° + 23°{,}5 = 59°{,}5$. Гномон направлен на полюс мира, т.е. расположен под углом φ к горизонту. Тогда (рис. 2) из теоремы синусов $\frac{l}{\sin(180° - \varphi - h_{вк})} = \frac{L}{\sin h_{вк}}$ или $\frac{l}{\sin(90° - \delta_\odot)} = \frac{L}{\sin h_{вк}}$ получим длину тени $l = 2{,}13$ м.



Рис. 2. Длина тени l гномона L в солнечных часах

Аналогично для равноденствий $\delta_\odot = 0°$, $h_{вк} = 36°$, $l = 3{,}40$ м; для зимнего солнцестояния $\delta_\odot = -23°{,}5$, $h_{вк} = 12°{,}5$, $l = 8{,}47$ м. **29.** Солнечные часы показывают истинное солнечное время, а часы туриста – местное поясное. Две эти системы времени связаны между собой следующим образом: $T_n = T_\odot + \eta - \lambda + n$ (в период действия зимнего времени) и $T_n = T_\odot + \eta - \lambda + n + 1^h$ (в период действия летнего времени). Исходя из условия (1 ноября – зимнее время, уравнение времени $\eta = -16^m$), $T_n - T_\odot = \eta - \lambda + n = -15^m$. Получим $\lambda = n - 1^m$. Тогда для $n = 0 \rightarrow \lambda = -1^m = -0°15'$; для $n = 1 \rightarrow \lambda = 59^m = 14°45'$; для $n = 2 \rightarrow$ $\rightarrow \lambda = 1^h59^m = 29°45'$. Долгота $\lambda = 29°45'$ приходится на территорию России, Беларуси и Украины. Поскольку в последние годы в этих странах нет определенности по вопросу введения сезонного времени, случай $n = 2$ здесь не рассматривается. Если же турист вернется в этот город во время $T_n = 14^h00^m$ 1 июля, когда действует летнее время, показания солнечных часов будут следующими (1 июля $\eta = +3^m$): $T_\odot = T_n - \eta + \lambda - n - 1^h = T_n - \eta + (n - 1^m) - n - 1^h =$ $= T_n - \eta - 1^h01^m = 12^h56^m$.

1.3. Подвижная карта звездного неба

1. 2 марта или 13 октября. **2.** 12 марта или 3 октября. **3.** 16 апреля или 28 августа. **4.** Примерно с 1 августа до 15 января. **5.** Созвездие Волосы Вероники. **6.** В созвездии Цефей; $\alpha = 218°{,}4$, $\delta = -83°{,}3$. **7.** По формуле для высоты светил в кульминации определим географическую широту местности, на которой Ригель может кульминировать в зените: $h = 90° - \varphi + \delta \Rightarrow \varphi = 90° + \delta - h =$ $= 90° - 8°15' - 90° = -8°15'$. Следовательно, путешественник находился в южном полушарии. Определяя по Южному Кресту направление на юг, можно найти все стороны света. По подвижной карте звездного неба легко выяснить, что Ригель вечером кульминирует весной (в южном полушарии). **8.** В этот момент среднее солнечное время $T_m \approx 22^h28^m$; Юпитер будет находиться на эклиптике в точке, противоположной положению Солнца в этот день. Следовательно, он будет хорошо виден в созвездии Водолея и $A \approx 342°$, $h \approx 23°$. **9.** По карте определим время захода Солнца 22 июня: 20^h40^m. Следовательно, в 21^h40^m звезда будет иметь координаты $A \approx 153°$, $h \approx 32–35°$. **10.** Кассиопея, Персей, Жираф, Рысь, Большая Медведица, Дракон, Лебедь, Цефей. **11.** В момент верхней кульминации Луны в первой четверти Солнце будет находиться точно в направлении на запад под углом 90° к линии Земля – Луна. 15 октября координаты Солнца $\alpha \approx 13^h30^m$, $\delta \approx -8°$, поэтому Луна (считаем плоскость орбиты Луны совпадающей с плоскостью эклиптики) будет иметь координаты $\alpha \approx 19^h30^m$, $\delta \approx -15°$ и находиться в созвездии Стрельца. **12.** Среднее солнечное время в этот момент $T_m \approx 0^h28^m$. Отметив на карте дату и время, выясним, что Юпитер не виден, если находится в точке весеннего равноденствия. **13.** По карте определим угол между направлениями на Солнце и на точку весеннего равноденствия 10 марта. Он составляет 48^m или 12°. Поскольку Марс находился в западной квадратуре, то его эклиптическая долгота $\lambda = 360° - 90° - 12° = 258° =$ $= 17^h12^m$. Считая, что плоскости орбит Марса и Земли совпадают, по карте получим $\alpha \approx 17^h12^m$, $\delta \approx -22°$. **14.** Поскольку болид был в зените, то $\delta = \varphi = 53°08'$,

$t = 0$. На 25 ноября 1916 г. звездное время $s = \alpha + t = S + T_m \cdot K \approx 16^h01^m$. Следовательно, радиант находится в точке с координатами $\delta = 53°08'$, $\alpha = 16^h01^m$, около θ Дракона. **15.** В последней четверти Луна расположена под углом 90° к западу от Солнца. 10 апреля координаты Солнца в созвездии Рыб (по карте) $\alpha_\odot \approx 1^h14^m$, $\delta_\odot \approx +7°$. Тогда для Луны $\alpha_☾ \approx 1^h14^m - 6^h = 19^h14^m$, $\delta_☾ \approx -20°$. Она будет определяться примерно на эклиптике в созвездии Стрельца. Для наблюдателя на Луне Земля будет находиться в противоположной точке эклиптики в созвездии Близнецов, ее координаты $\alpha_\oplus \approx 19^h14^m - 12^h = 7^h14^m$, $\delta_\oplus \approx +20°$. **16.** Поскольку азимут кульминаций одинаков, они наблюдались к северу от зенита. Зенитные расстояния в моменты кульминаций $z_{вк} = \delta - \varphi$, $z_{нк} = 180° - \varphi - \delta = n \cdot z_в$, где $n = 8$. Тогда $\varphi = \dfrac{(n+1)\cdot\delta - 180°}{n-1} = 53°40'43''$. Поскольку между кульминациями проходит 12^h, то для их наблюдения необходима продолжительная ночь, поэтому примерное время наблюдения – с конца осени до конца зимы. С помощью подвижной карты звездного неба можно определить, что верхняя кульминация Дубхе хорошо видна (Солнце должно быть под горизонтом на высоте $h_\odot \leqslant -6°$, что соответствует концу гражданских сумерек) примерно с 15 ноября до 30 апреля, а нижняя кульминация – с 1 августа до 5 января. Следовательно, обе кульминации за одну ночь могут наблюдаться с 15 ноября до 5 января. Наилучшее время наблюдения – вторая декада декабря.

1.4. Факторы, влияющие на положение светил на небесной сфере

1. Наблюдаемое зенитное расстояние центра Солнца $z' = 90° - (h' + R_\odot) =$ $= 75°33'8''$, а поправка на рефракцию $\rho \approx 3'39''$ (см. табл. 1.2). Следовательно, истинное зенитное расстояние $z = z' + \rho = 75°36'47''$, а широта при этом (учитывая, что Солнце находилось в нижней кульминации) $\varphi = 180° - z - \delta =$ $= 83°03'39''$. **2.** $\alpha = 5^h14^m55^s$; $\delta = -9°22'7''$. **3.** Влияет на обе экваториальные координаты светил, но в кульминациях – только на склонение. **4.** Всегда влияет на обе эклиптические координаты светил. **5.** Воспользуемся формулой $\cos z =$ $= \sin\varphi \cdot \sin\delta + \cos\varphi \cdot \cos\delta \cdot \cos t$. Так как при восходе и заходе с учетом рефракции зенитное расстояние Солнца $z = 90°35'$, для широты $\varphi = 0°$ получим $\cos t = -\dfrac{\sin 35'}{\cos\delta_\odot}$, что дает увеличение продолжительности дня (по сравнению с «нормальной» 12^h) $\Delta t \approx 4^m40^s$ при $\delta_\odot = 0°$ и $\Delta t \approx 5^m05^s$ – при $\delta_\odot = \pm 23°26'$. Таким образом, можно утверждать, что рефракция приводит к увеличению продолжительности дня на экваторе Земли примерно на 5^m. **6.** Чтобы видеть весь диск Луны (его угловой радиус $r \approx 16'$) в полнолуние на горизонте, необходимо, чтобы наблюдаемое зенитное расстояние центра Луны $z' = 89°44'$. Тогда с учетом рефракции ($\rho \approx 35'$) и горизонтального параллакса ($p = 57'$) получим истинное зенитное расстояние Луны $z = z' + \rho - p = 90°22'$. Солнце в этот момент будет находиться на зенитном расстоянии $z_\odot = 90°38'$, а с учетом рефракции наблюдаемый верхний край его диска – на зенитном расстоянии $z' = 89°47'$,

т.е. Солнце в этот момент для наблюдателя еще не зайдет. **7.** Рефракция уменьшает вертикальный диаметр диска из-за того, что нижний его край она поднимает над горизонтом больше, чем верхний. Горизонтальный диаметр не изменяется. **8.** Погрешность можно оценить из тех соображений, что горизонтальный параллакс определен (как следует из условия) с точностью $5\cdot10^{-5}$ угл. с. Получим 149 433 762 ± 850 км. **9.** Очевидно, что речь в этом случае идет об аберрационном смещении. Поскольку в плоскости эклиптики эклиптическая широта $\beta = 0°$, то $\delta\theta = 2\cdot v/c$ и $v = 29{,}82$ км/с. **10.** Поскольку тангенциальная скорость Альтаира $v_t = 4{,}74\cdot\frac{\mu}{\pi} = 15{,}75$ км/с, то полная пространственная скорость $v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2} =$ $= 30{,}4$ км/с. Расстояние до Альтаира $r = 1/\pi = 5{,}05$ пк. Угол между лучом зрения и пространственной скоростью определим по формуле $\operatorname{tg}\theta = v_t/v_r$. В результате получим $\theta = 31°{,}2$. Поскольку Альтаир сближается с Солнцем (из условия задачи лучевая скорость является отрицательной), то минимальное расстояние, на которое он приблизится к Солнцу, $r_{min} = r\cdot\sin\theta = 2{,}62$ пк. При этом он пройдет расстояние $l = r\cdot\cos\theta = 4{,}32$ пк за время $t = l/v \approx 138\,879$ лет. При любом перемещении звезды ее абсолютная звездная величина $M = m + 5 - 5\cdot\lg r$ не изменяется (если не изменяются ее собственные физические характеристики). Приравнивая этот параметр в настоящий момент и при минимальном сближении r_{min}, получим видимую звездную величину Альтаира в будущем: $m' \approx -0^m{,}54$. **11.** Следующее равноденствие в звездном году наступает раньше предыдущего. Значит, точка Υ движется навстречу Солнцу с востока на запад, т.е. слева направо в северном полушарии Земли и справа налево – в южном. **12.** Используя формулы (1.12)–(1.14), рассчитаем собственное движение Сириуса $\mu = -\sqrt{\mu_\delta^2 + (15\cdot\mu_\alpha\cdot\cos\delta)^2} \approx -1''{,}323$, тангенциальную скорость $v_t = 4{,}74\cdot\frac{\mu}{\pi} \approx -16{,}5$ км/с и полную пространственную скорость $v = -\sqrt{v_t^2 + v_r^2} \approx -18{,}13$ км/с. Учитывая условие задачи (знак минус у лучевой скорости), определим угол между лучом зрения и пространственной скоростью: $\cos(180° - \theta) = v_r/v \Rightarrow \theta \approx 114°{,}44$. **13.** Принимая во внимание огромные расстояния до звезд, можно утверждать, что угол между лучом зрения и вектором пространственной скорости звезды из скопления Гиады равен 23°,0. Тогда тангенциальная скорость $v_t = v_r\cdot\operatorname{tg}(23°) = 19{,}1$ км/с. Тангенциальная скорость связана с собственным движением: $v_t = 4{,}74\cdot\mu''/\pi'' = 4{,}74\cdot\mu''\cdot r$. Отсюда $r = 39{,}1$ пк.

1.5. Задачи практической астрономии

1. $\alpha = 7^h35^m48^s$; $\delta = 12°05'$. **2.** $z = 6°48'$ к северу от зенита; $s' = 10^h17^m37^s$. **3.** 21 марта $\alpha_\odot = 0$, $\delta_\odot = 0$. Дифференцируя формулу для определения часового угла восхода и захода светила $\cos t_\odot = -\operatorname{tg}\varphi\cdot\operatorname{tg}\delta_\odot$, получим $\sin t_\odot\cdot\Delta t_\odot = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos^2\delta_\odot}\cdot\Delta\delta_\odot$. Так как $\cos\delta_\odot = 1$ и $\sin t_\odot = 1$, то $\Delta t_\odot = \operatorname{tg}\varphi\cdot\Delta\delta_\odot$. За один день Солнце проходит *по*

эклиптике ~$1° = 4^m$, поэтому $\Delta\delta_\odot = 1°\cdot\sin\varepsilon = 4^m\cdot\sin\varepsilon = 1^m36^s$. Однако $\Delta t_\odot = 1^m36^s$, поэтому $\operatorname{tg}\varphi = 1$ и $\varphi = 45°$. **4.** В зените находится светило, высота которого в момент верхней кульминации $h = 90° - \varphi + \delta = 90°$, т.е. склонение такого светила должно равняться широте местности ($\delta = \varphi$). Поскольку склонение Луны может изменяться максимально в пределах от +28°35′ (28°35′ = 23°26′ + 5°09′) до −28°35′, то в диапазоне широт с такими же значениями Луну можно наблюдать в зените. **5.** В течение звездного месяца (27,32 сут) у Луны дважды склонение $\delta = 0°$, когда она может быть в зените над какой-либо точкой экватора (см. решение задачи 4). Следовательно, в течение года она будет в зените на экваторе $n = [2\cdot365{,}2422/27{,}32] = 26$ раз. **6.** 1363,64 км. **7.** Погрешность можно оценить из тех соображений, что время определено (как следует из условия) с точностью $5\cdot10^{-8}$ с. Получим 365 065 775 ± 7 м. **8.** С помощью подвижной карты звездного неба можно найти, что $\delta_\odot \approx +20°$. Поскольку в нижней кульминации $z = 180° - \varphi - \delta$, $h = \varphi + \delta - 90°$, то $\varphi = 90° + h - \delta = 90° + (h' + d_\odot/2) - \delta =$ $= 74°27'16''$. **9.** Образование полутени и способ решения задачи может продемонстрировать рис. 3.

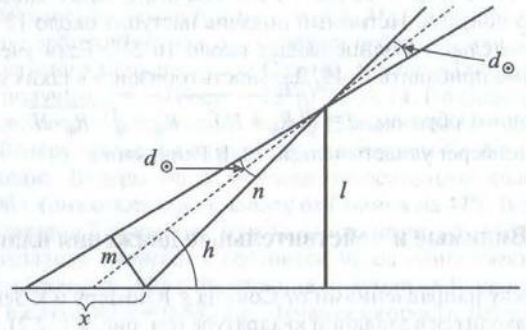


Рис. 3. Схема образования полутени

Длина полутени $x = \frac{m}{\sin(h - d_\odot/2)}$; $m = n\cdot\sin d_\odot \approx n\cdot d_\odot$, где $d_\odot$ – угол в радианной мере ($d_\odot = 0{,}00931$ рад); h – высота Солнца над горизонтом. Тогда $n = \frac{l}{\sin(h + d_\odot/2)}$, $m = \frac{l\cdot d_\odot}{\sin(h + d_\odot/2)}$ и $x = \frac{l\cdot d_\odot}{\sin(h + d_\odot/2)\cdot\sin(h - d_\odot/2)} \approx \frac{l\cdot d_\odot}{\sin^2 h}$. Высоту h определим из условия верхней кульминации Солнца в полдень 14 июня: $\delta_\odot \approx 23°14'$; $h = 90° - \varphi + \delta = 64°49'$. Получим $x \approx 11{,}4$ см. **10.** 270°; 246°34′; 270°; 293°26′. **11.** 27 августа продолжительность дня больше в Иркутске из-за изменения склонения Солнца (от 22 июня до 22 декабря склонение Солнца непрерывно уменьшается), которое в Иркутске чуть больше, чем в Гринвиче в этот день, а 27 апреля, наоборот, продолжительность дня больше в Гринвиче. **12.** Вычислим часовой угол восхода и захода Солнца (с учетом рефракции) по

формуле $\cos t = \dfrac{\cos(90°51') - \sin\varphi \cdot \sin\delta_\odot}{\cos\varphi \cdot \cos\delta_\odot} \approx -0{,}091$. Получим $t_{1,2} = \pm 95°{,}218$. Определим часовой угол начала астрономических сумерек по формуле $\cos(t + \Delta t) = \dfrac{\sin(-18°) - \sin\varphi \cdot \sin\delta_\odot}{\cos\varphi \cdot \cos\delta_\odot} \approx -0{,}679$, где Δt – продолжительность астрономических сумерек до восхода Солнца. Получим $(t + \Delta t)_{1,2} = \pm 132°{,}740$. Следовательно, $\Delta t \approx 2^h30^m{,}1$. **13.** $h_P = \varphi = 90° - h_\odot + 23°26' = 43°48'$; 22 декабря $h'_\odot = 90° - \varphi - 23°26' = 22°45'$. **14.** 36°31′45″ в.д. **15.** 3^h11^m в.д. **16.** Поскольку $s = 14^h12^m$, то $\Delta\lambda = 14^h12^m - 6^h25^m = 7^h47^m$. **17.** Разница по времени Δt равна разнице по долготе: $\Delta t = \Delta\lambda = (24^h \cdot l)/L = (24^h \cdot l)/(2\pi \cdot R_\oplus \cdot \cos\varphi)$, где L – длина параллели на широте φ; $R_\oplus = 6378{,}16$ км – экваториальный радиус Земли. Получим $\Delta t = 1^m49^s{,}8$. **18.** Определим время захода с точностью до получаса. Часовой угол Солнца при заходе вычислим по формуле $\cos t_\odot = -\operatorname{tg}\varphi \cdot \operatorname{tg}\delta_\odot$. Широта места φ должна быть известна. Склонение Солнца $\delta_\odot$ можно рассчитать по дате, либо определить с помощью подвижной карты звездного неба, либо взять из «Астрономического ежегодника». Например, для Минска $\varphi \approx 54°$, 5 ноября $\delta_\odot = -16°$, так что $\cos t_\odot \approx 0{,}395$ и $t_\odot \approx 66°{,}75 = 4^h{,}45$. Значит, Солнце зайдет через 4,45 ч после истинного полудня. Истинный полдень наступит около 12^h по минскому времени. Следовательно, Солнце зайдет около 16^h27^m. Если учесть декретное время, необходимо прибавить 1^h. **19.** Дальность горизонта в таких условиях определяется следующим образом: $d = \sqrt{(R_\oplus + H)^2 - R_\oplus^2} \approx \sqrt{2 \cdot R_\oplus \cdot H} \approx 80$ км. Таким образом, турецкий берег увидеть нельзя. **20.** В Рейкьявике.

2.1. Видимые и действительные движения планет

1. Угол α между направлениями от Солнца к Юпитеру и к Земле в момент, когда Юпитер находится в западной квадратуре (см. рис. 2.1, 2.2), определяется из соотношения $\cos\alpha = r_\oplus / r_J = 1/5{,}2028$. Отсюда $\alpha \approx 79°$. Если западная квадратура наступит через x дней, то в этот момент гелиоцентрические долготы будут удовлетворять условию $(l + x \cdot n_J) - (L + x \cdot n_\oplus) = \alpha$, где l, L – соответственно текущая долгота Юпитера и Земли на 1 июля, n_J и $n_\oplus$ – среднее суточное движение Юпитера и Земли (см. табл. 2.1). В результате получим отрицательное значение $x \approx -67°/54'{,}1 = -74{,}3$ сут, т.е. это событие было в прошлом. Чтобы получить событие в будущем, нужно к интервалу x добавить синодический период Юпитера или при расчете x добавить период 360°: $x \approx (360° - 67°)/54'{,}1 \approx 325$ сут. Таким образом, западная квадратура наступит 21 мая следующего года.

2. Сидерический период $T = \dfrac{T_\oplus \cdot S}{S - T_\oplus} = 809{,}94$ сут, отсюда $a = T^{2/3} = 1{,}7$ а.е.

3. Примерно 16 ноября. **4.** Поскольку речь в задаче идет о наибольшей восточной элонгации, то исходное уравнение $(l + x \cdot n_M) - (L + x \cdot n_\oplus) = 270° + \theta = 292°{,}77$. Отсюда $x = 113{,}55$ сут, т.е. событие произойдет 9 ноября. **5.** Через 362 сут. **6.** Это событие произойдет на 253-и сутки, т.е. 11 сентября. Венера будет отстоять от

Солнца под углом ~46°,33 к востоку, и в момент его захода она будет находиться в созвездии Весов в точке, примерные координаты которой $A \approx 48°$, $h \approx 10°$. **7.** Она находилась бы намного дальше орбиты Плутона, т.е. $a \to \infty$. Такой синодический период характерен, например, для звезд. **8.** 23 октября того же года. **9.** В 2,36 раза. **10.** На 22-е сут. **11.** Определим среднее суточное движение планеты: $n = \dfrac{360°}{T_\oplus \cdot r^{3/2}} = 14''{,}026$ сут$^{-1}$ $= 6{,}8 \cdot 10^{-5}$ рад/сут (для Земли $r_\oplus = 1$ а.е., $n_\oplus = 59'{,}1$ сут$^{-1}$ $= 1{,}72 \cdot 10^{-2}$ рад/сут). Тогда угол φ суточного смещения на небесной сфере в противостоянии можно рассчитать по формуле $\operatorname{tg}\varphi \approx \dfrac{n_\oplus \cdot r_\oplus - n \cdot r}{r - r_\oplus}$, откуда $\varphi = 1'16''{,}54$. **12.** $q = a \cdot (1 - e) = 1{,}97$ а.е.; $Q = a \cdot (1 + e) = 2{,}84$ а.е.; звездный период $T = 3{,}73$ года $= 1362{,}38$ сут; синодический период $S = 1{,}366$ года $= 499$ сут; круговая скорость $v_c = 2\pi \cdot a / T \approx 19{,}2$ км/с; среднее суточное движение $n = 2\pi / T = 4{,}6 \cdot 10^{-3}$ рад/сут; угол суточного смещения на небесной сфере в противостоянии (см. решение задачи 11) $\varphi \approx 15'$. **13.** По формуле (2.9) получим выражение для определения периода обращения Дактиля: $T^2 = T_\oplus^2 \cdot \dfrac{M_\odot}{M} \cdot \dfrac{a^3}{a_\oplus^3}$, где $T_\oplus$ – период обращения Земли вокруг Солнца, $M_\odot$ – масса Солнца, M – масса Иды, a – радиус орбиты Дактиля, $a_\oplus$ – полуось орбиты Земли. Здесь учтено, что масса Земли намного меньше массы Солнца, а масса Дактиля меньше массы Иды. В итоге получим $T = 1{,}049$ сут $= 25^h10^m43^s{,}6$. **14.** По формуле, которая аналогична использованной в решении задачи 13, получим $M = 1{,}436 \cdot 10^{22}$ кг. **15.** В этот момент Венеру лучше наблюдать перед восходом Солнца. По карте определим положение Венеры на эклиптике относительно положения Солнца 19 августа 1996 г. (она отклонена к западу от Солнца на 47°): Венера находилась в тот день в созвездии Близнецов в точке с координатами $\delta \approx 24$–$27°$, $\alpha \approx 6^h40^m$. Следующая западная элонгация состоится через синодический период $S = 583{,}92$ сут, т.е. 26 марта 1998 г. Расстояние от Земли до Венеры в описываемый период $\Delta = 1$ а.е. $\cdot \cos(47°) = 0{,}682$ а.е. Лучевая скорость Венеры в момент западной элонгации $v_r = v_V - v_\oplus \cdot \sin(47°)$, где $v_V = 2\pi \cdot r_V / T_V$ – орбитальная скорость Венеры, $v_\oplus \cdot \sin(47°) = \sin(47°) \cdot 2\pi \cdot r_\oplus / T_\oplus$ – составляющая орбитальной скорости Земли по линии Земля – Венера. Получим $v_r = 13{,}3$ км/с. **16.** Определим угол минимального смещения планеты, видимый глазом: $\Delta\varphi_{min} / d\theta = d / D$, $\Delta\varphi_{min} = 0'{,}1 = 6''$. Затем вычислим среднее суточное движение небесного тела: $n = \dfrac{360°}{T_\oplus \cdot r^{3/2}} = 7'{,}4$ сут$^{-1}$ $= 2{,}15 \cdot 10^{-3}$ рад/сут (для Земли $r_\oplus = 1$ а.е.; $n_\oplus = 59'{,}1$ сут$^{-1}$ $= 1{,}72 \cdot 10^{-2}$ рад/сут). Чтобы найти угловое смещение тела на небесной сфере в противостоянии за сутки, используем формулу $\operatorname{tg}\varphi_1 \approx \dfrac{n_\oplus \cdot r_\oplus - n \cdot r}{r - r_\oplus}$, полученную при решении задачи 11. Таким образом, $\varphi_1 = 591''{,}3$ сут$^{-1}$. Следовательно, минимальный угол в противостоянии на небесной сфере тело пройдет за время $t_{1min} = \Delta\varphi_{min} / \varphi_1 = 14^m36^s{,}7$. Для соединения формула будет несколько иной: $\operatorname{tg}\varphi_2 \approx \dfrac{n_\oplus \cdot r_\oplus + n \cdot r}{r + r_\oplus}$.

16. Зак. 1941

Получим $\varphi_2 = 1064'',3$ сут$^{-1}$ и $t_{2\min} = \Delta\varphi_{\min}/\varphi_2 = 8^m07^s,1$. **17.** По уравнению (2.13) определим параболическую скорость на расстоянии $r = 0{,}005543$ а.е.: $v_p = 567{,}224$ км/с. Следовательно, комета движется по параболе, а эксцентриситет параболической орбиты $e = 1$. **18.** На круговой орбите полная энергия $E = T + U = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{G \cdot M \cdot m}{r}$. Так как $v^2 = G \cdot M \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) = \frac{G \cdot M}{r}$, то $E = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r} = \frac{U}{2} = -T$. После взрыва полная энергия $E' = T' + U' = \frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r} - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} \cdot (1-q) = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2r} \cdot (1-2q)$, т.е. $T' = T$, $E' = -\frac{G \cdot M \cdot m}{r} \cdot \left(\frac{1}{2} - q\right)$ или $E' = T + U \cdot (1-q)$. В результате получим: 1) $q > 1/2$, $E' > 0$, спутник движется по гиперболической орбите и покидает основную звезду; 2) $q = 1/2$, $E' = 0$, спутник движется по параболической орбите и тоже покидает основную звезду; 3) $q < 1/2$, $E' < 0$, спутник движется по эллиптической орбите, большая полуось которой определяется по формуле $E' = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot a} \cdot (1-q) = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot r} \cdot (1-2q)$ или $a = r \cdot \frac{1-q}{1-2q}$. **19.** 687 сут. **20.** Поскольку звездный период Юпитера $T = 11{,}862$ года, то синодический период $S = 398{,}87$ сут, следовательно, противостояние случится 18 августа следующего года. **21.** Синодический период Венеры 586 сут, следовательно, это событие произойдет 14 сентября следующего года. **22.** Определим сидерический период Меркурия: $T = 87{,}97$ сут. Отсюда среднее суточное движение $n = 4°5'32'',24$. **23.** Поскольку $\sin\theta = 1$ а.е./1,524 а.е., то $\theta = 41°0'29'',8$. **24.** Это произойдет на 218-е сутки, т.е. 7 августа. **25.** Определим гелиоцентрическую долготу Юпитера и Земли 1 сентября: $l_J = 296°10'$ и $L_\oplus = 340°4'12''$. На чертеже, где в масштабе изображено точное расположение орбит этих планет, отложим относительно Солнца полученные углы гелиоцентрических долгот от произвольно выбранного направления на точку Υ и определим примерное положение планет на их орбитах. Затем измерим угол относительно Земли между выбранным направлением на точку Υ и на Юпитер. Получим геоцентрическую или эклиптическую долготу Юпитера $\lambda \approx 286° = 19^h4^m$. Затем, полагая, что орбита Юпитера находится в плоскости эклиптики, по карте определим его положение (около π Стрельца) и склонение ($\delta \approx -20°$). Следовательно, с учетом условия восходимости светил ($|\delta| < (90° - |\varphi|)$) можно заключить, что Юпитер был хорошо виден в тот вечер в Санкт-Петербурге. **26.** В последний момент наблюдения угол между направлением от Солнца на Землю и Юпитер $\alpha = 360° \cdot (365{,}25 - 315)/365{,}25 \approx 50°$. По теореме синусов (сделайте чертеж) получим $r_J = r_\oplus \cdot \frac{\sin(\Delta l)}{\sin(180° - \Delta l - \alpha)} \approx 5$ а.е. **27.** 1000 лет. **28.** Угол θ наибольшего видимого отклонения Венеры от Солнца определяется по соотношению $\sin\theta = 0{,}72$. Эклиптика имеет наибольший угол наклона к горизонту, когда точка Υ заходит. Следовательно, наиболее высоко над горизонтом Венера может находиться в момент захода Солнца 21 марта (Венера при этом должна быть в наибольшей восточной элонгации). С помощью рис. 4 по теореме синусов для

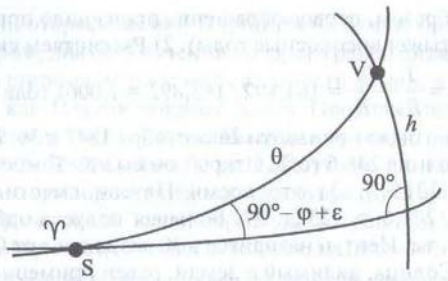


Рис. 4. Положение Венеры (V) в наибольшей восточной элонгации 21 марта в момент захода Солнца (S)

сферических треугольников определим: $\frac{\sin\theta}{\sin 90°} = \frac{\sin h}{\sin(90° - \varphi + \varepsilon)}$, где $\varepsilon = 23°26'$ – наклон эклиптики к небесному экватору. Отсюда $\sin h = 0{,}72\cos(\varphi - \varepsilon)$. **29.** Из третьего закона Кеплера $(a_D/a_{Ph})^3 = (T_D/T_{Ph})^2$, учитывая, что $a_D/a_{Ph} = \theta_D/\theta_{Ph}$ (θ_{Ph} и θ_D – угловые удаления Фобоса и Деймоса), находим $\theta_{Ph} = 33'',21$. **30.** Из условия задачи определим перигелийное и афелийное расстояния: $q = 0{,}3057$ а.е. и $Q = 0{,}4664$ а.е. Следовательно, $T = \left(\frac{q+Q}{2}\right)^{3/2} = 0{,}24$ года $= 87{,}6$ сут. **31.** $S = 1{,}606$ года $= 586{,}6$ сут. **32.** Считаем, что в марсианских солнечных сутках, как и в земных, 24^h марсианского среднего солнечного времени, т.е. период $T_M = 24^h37^m$ среднего солнечного времени соответствует периоду $T'_M = 24^h$ марсианского среднего солнечного времени. Тогда звездный период обращения Фобоса по марсианскому времени $T'_{Ph} = T_{Ph} \cdot T'_M/T_M = 7^h39^m \cdot 24^h/24^h37^m = 7^h,458$ марсианского среднего солнечного времени. Далее по формуле для синодического периода $\frac{1}{S} = \frac{1}{T'_{Ph}} - \frac{1}{T'_M}$ вычислим период между двумя кульминациями Фобоса: $S = 10^h49^m16^s,4$ марсианского среднего солнечного времени. **33.** Поскольку средняя суточная скорость движения Юпитера по орбите $n_J = (360° \cdot 60')/4332{,}6 \approx 5'$ в сутки, то за $9^h50^m30^s$ он пройдет по орбите вокруг Солнца угол $\alpha = 5' \cdot 9^h50^m30^s/24^h = 2',05$; следовательно, на этот угол ему нужно повернуться вокруг своей оси, чтобы завершились его солнечные сутки, за время $\Delta t = 9^h50^m30^s \cdot 2',05/360° \approx 3^s,36$. Возможен еще один вариант решения. По формуле для синодического периода $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{зв.сут}} - \frac{1}{T_{год}}$ (см. решение задачи 32) определим продолжительность солнечных суток на Юпитере: $S = 35433^s,354 = 9^h50^m33^s,354$, что на $3^s,354$ больше звездных суток. **34.** Наибольшая западная элонгация (наилучшая утренняя видимость) произойдет на 365-е сутки, т.е. в следующем году. **35.** 1) Период обращения Нептуна находим из третьего закона Кеплера: $T_\Psi = \sqrt[2]{a_\Psi^3} = 164{,}892$ года или $T_\Psi = 164$ года и

326 дней. Таким образом, первое обращение произошло примерно 14–15 августа 2011 г. (не учитывая високосные годы). 2) Рассчитаем синодический период: $\frac{1}{S}=\frac{1}{T_\oplus}-\frac{1}{T_\Psi}$; $S=\frac{T_\Psi\cdot T_\oplus}{T_\Psi-T_\oplus}=164{,}892/163{,}892=1{,}0061$ года = 1 год 2,2 дня, т.е. это событие должно было произойти 26 сентября 1847 г. **36.** Период обращения Плутона вокруг Солнца 248,6 года. Открыт он был К. Томбо в 1930 г., т.е. 85 лет тому назад (для 2015 г.). За это время Плутон сместился по орбите на угол $\varphi \approx 85\cdot 360^\circ/248{,}6 \approx 123^\circ{,}1$. **37.** Большая полуось орбиты Нептуна равна $165^{2/3} \approx 30$ а.е., т.е. Нептун находится в 30 раз дальше от Солнца, чем Земля. Угловой диаметр Солнца, видимый с Земли, равен примерно 30′. Следовательно, при наблюдении с Нептуна диск Солнца будет виден под углом 1′, т.е. его можно будет разглядеть, но на пределе разрешения глаза. Однако реально увидеть диск нельзя: Солнце «слепит глаза» и предельное разрешение не будет достигнуто. **38.** Решение задачи представлено на рис. 5.



Рис. 5. Проекция на плоскость эклиптики орбиты небесного тела

39. $\arcsin(1/5{,}2) \approx 11^\circ{,}1$. **40.** Расстояние до α Cen равно приблизительно 1,34 пк, т.е. большая полуось орбиты Земли (1 а.е.), расположенная перпендикулярно лучу зрения, видна с α Cen под углом $1/1{,}34 \approx 0''{,}7463$. Так как большая полуось орбиты Юпитера равна 5,2 а.е., а сама его орбита близка к круговой, то наибольшее угловое расстояние от Солнца, на котором Юпитер виден с α Cen, составляет $3''{,}88$. **41.** $(1/25-1/88)^{-1} \approx 35$ сут; $(1/25-1/365{,}25)^{-1} \approx 26{,}8$ сут; $(1/25-1/90800)^{-1} \approx 25{,}01$ сут. **42.** Угловой диаметр диска Солнца равен примерно $0^\circ{,}5$. Расстояние от Солнца до Венеры 0,72 а.е., расстояние от Земли до Венеры в нижнем соединении 0,28 а.е. Пересекая по диаметру диск Солнца, Венера проходит в своем синодическом движении дугу относительно Солнца $(0^\circ{,}5\cdot 0{,}28)/0{,}72 \approx 0^\circ{,}194$. Поскольку синодический период Венеры равен $583^d{,}92$, то она проходит по диску Солнца за $(0^\circ{,}194\cdot 583^d{,}92)/360^\circ \approx 0^d{,}315 \approx 7^h34^m9^s{,}6$. Если смотреть на Солнечную систему со стороны северного полюса эклиптики, то Венера и Земля движутся вокруг Солнца против часовой стрелки, с запада на восток, причем Венера быстрее, чем Земля. Поэтому вблизи нижнего соединения Венера перемещается по небу слева направо (попятное движение – с востока на запад). Таким же будет и ее движение по диску Солнца. **43.** Покрываемая звезда находится намного дальше от Земли, чем Плутон.

Поэтому конус тени, отбрасываемой Плутоном на Землю при покрытии, можно считать цилиндром, диаметр сечения которого равен диаметру Плутона, т.е. 2356 км. Это и есть ширина полосы на поверхности Земли, в пределах которой можно наблюдать, как Плутон покроет звезду. Продолжительность покрытия определяется диаметром тени и скоростью ее движения по поверхности Земли. Орбитальная скорость Земли равна 30 км/с, Плутона – в $\sqrt{30}$ раз меньше, так как скорость обратно пропорциональна корню из радиуса орбиты. Если во время покрытия вектор скорости Земли перпендикулярен оси цилиндра тени, то тень движется по поверхности Земли со скоростью Земли относительно Плутона, т.е. $30-30/\sqrt{30}$ км/с; если параллелен, то тень движется со скоростью Плутона, т.е. $30/\sqrt{30}$ км/с. Отсюда продолжительность покрытия в том месте, где наблюдатель пересекает тень по диаметру: $2356/24{,}5 \approx 96^s{,}1 \approx 1^m{,}6$ в первом случае и $2356/5{,}5 \approx 430^s{,}1 \approx 7^m{,}2$ – во втором. **44.** Мощность сигнала, приходящего на зондируемое тело, пропорциональна r^{-2}. Мощность сигнала, приходящего от тела на Землю, также пропорциональна r^{-2}. Поэтому мощность отраженного эхо-сигнала пропорциональна r^{-4}. Расстояние от Земли до астероида в соединении $r_1 = 5/3+1 = 8/3$ а.е., в противостоянии $r_2 = 5/3-1 = 2/3$ а.е.; отношение расстояний $r_1/r_2 = 4$. Следовательно, при локации астероида вблизи соединения нужно послать сигнал, который в $4^4 = 256$ раз более мощный, чем в противостоянии, чтобы получить обратные сигналы одинаковой мощности. Освещенность от астероида в противостоянии только в $4^2 = 16$ раз больше, чем в соединении, соответственно звездная величина меньше примерно на 3^m. **45.** Солнечная система разрушится. Планеты улетят от Солнца *по параболам*, поскольку скорость их движения по первоначальным (почти круговым) орбитам равна параболической скорости при уменьшенной вдвое массе центрального тела. Возможно, в Солнечной системе останутся Меркурий, Марс и Плутон (объекты с наибольшими эксцентриситетами орбит), если они будут находиться вблизи перигелиев своих орбит в момент изменения массы Солнца. **46.** Земля начнет испытывать вдвое большую, чем прежде, силу притяжения со стороны Солнца, поэтому она перейдет с круговой орбиты на эллиптическую, которая будет находиться внутри прежней орбиты. Таким образом, в момент, когда Земля станет покидать круговую орбиту, она будет находиться в афелии своей новой эллиптической орбиты. Интегралы энергии, описывающие движение Земли в поле центрального тела, масса которого равна M или $2M$, имеют вид $v^2 = G\cdot M\cdot\frac{1}{a}$, $v^2 = G\cdot(2M)\cdot\left(\frac{2}{a}-\frac{1}{a'}\right)$, где a, a' – первоначальное и новое значения большой полуоси орбиты Земли. Сравнивая эти два выражения, получим, что $a' = \frac{2}{3}\cdot a \approx 0{,}667$ а.е. Определим период обращения Земли по новой орбите. По третьему уточненному закону Кеплера имеем $\frac{a^3}{T^2\cdot M}=\frac{a'^3}{T'^2\cdot(2M)}$, откуда $T' = T\cdot\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{a'}{a}\right)^3} \approx 0{,}385$ года. Эксцентриситет новой орбиты найдем по соотношению $a = a'\cdot(1+e')$, откуда $e' = 0{,}5$. **47.** Из формул

(2.10), (2.11), а также интеграла энергии $v^2 = G \cdot M_\odot \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$ и выражений для расстояний в перигелии и афелии $q = a \cdot (1 - e)$, $Q = a \cdot (1 + e)$ следует, что отношение соответствующих скоростей $\frac{v_q}{v_Q} = \frac{1+e}{1-e}$. Если оно равно 3, то $e = 0{,}5$.

48. По определению $v = 2\pi \cdot r / T$. Если период обращения T выразить в годах, радиус орбиты r – в астрономических единицах (а.е.), а скорость движения по орбите v – в километрах в секунду (км/с), то получим $v = 30 \cdot \frac{r}{T}$, поскольку орбитальная скорость Земли равна 30 км/с. С другой стороны, по третьему закону Кеплера, $T^2 = r^3$, и поэтому $v = \frac{30}{\sqrt{r}}$. **49.** Из третьего закона Кеплера $a = T_\odot^{2/3} \approx$ $\approx 0{,}167$ а.е. $\approx 25 \cdot 10^6$ км. **50.** Если вспомнить понятия возмущений и возмущающей силы, то для того, чтобы у какого-либо объекта был спутник, возмущающее ускорение (*разность* ускорений, сообщаемых Солнцем спутнику и телу, вокруг которого он движется) не должно быть больше, чем ускорение притяжения спутника центральным телом. Возмущающее ускорение можно определить так: $a = \omega_A - \omega_B = G \cdot M_\odot \cdot \left(\frac{1}{(r-d)^2} - \frac{1}{r^2}\right) \approx G \cdot M_\odot \cdot \frac{2 \cdot d}{r^3}$, где $M_\odot$ – масса Солнца, r – гелиоцентрическое расстояние астероида, d – искомое расстояние между астероидом и его спутником. Поэтому уравнение для определения d имеет вид $\frac{2 \cdot M_\odot \cdot d}{r^3} = \frac{M}{d^2}$, откуда $d = r \cdot \left(\frac{M}{2 \cdot M_\odot}\right)^{1/3}$, где $M = 4\pi \cdot \rho \cdot R^3 / 3 \approx 8{,}4 \cdot 10^{18}$ кг – масса центрального астероида. Получим $d \approx 19\,160$ км. Интересно, что на самом деле минимальный радиус круговой орбиты спутника, при котором он может покинуть астероид и начать двигаться по гелиоцентрической орбите, можно определить по формуле $d \approx 0{,}5 \cdot R_H$, где $R_H = r \cdot \left(\frac{M}{3 \cdot M_\odot}\right)^{1/3}$ – так называемый радиус Хилла. **51.** Обозначим как $M_\oplus$ и $M_\odot$ массы Земли и Солнца, a – расстояние между ними. Введем систему координат, как показано на рис. 6. Ясно, что искомая поверхность обладает осевой симметрией относительно оси абсцисс. Поэтому достаточно найти сечение поверхности плоскостью XY, т.е. уравнение плоской кривой вида $f(x, y) = 0$. Запишем условие равенства сил притяжения к Солнцу и к Земле: $M_\odot / r_\odot^2 = M_\oplus / r_\oplus^2$. Учтем, что $r_\oplus^2 = x^2 + y^2$, $r_\odot^2 = (x-a)^2 + y^2$. После несложных преобразований получим уравнение сферы тяготения: $\left(x + \frac{M_\oplus \cdot a}{M_\odot - M_\oplus}\right)^2 + y^2 =$

$$= \left(x + \frac{M_\oplus \cdot a}{M_\odot - M_\oplus}\right)^2 + y^2 = \frac{M_\odot \cdot M_\oplus}{(M_\odot - M_\oplus)^2} \cdot a^2.$$

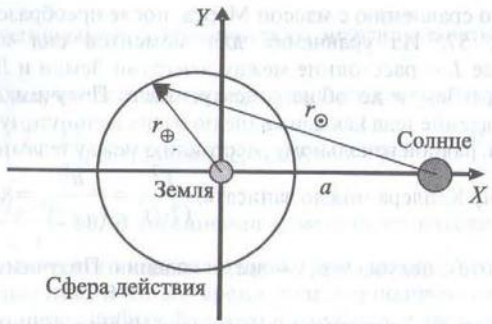


Рис. 6. Сфера действия Земли относительно Солнца

Таким образом, сфера тяготения – это действительно сфера, радиус которой $r_g = a \cdot \sqrt{\frac{M_\odot \cdot M_\oplus}{(M_\odot - M_\oplus)^2}} \approx a \cdot \sqrt{\frac{M_\oplus}{M_\odot}}$, а центр смещен по оси OX от центра Земли в противоположном от Солнца направлении на расстояние $\Delta r_g = \frac{M_\oplus}{M_\odot - M_\oplus} \cdot a \approx \frac{M_\oplus}{M_\odot} \cdot a$. Получим $r_g \approx 260\,000$ км, $\Delta r_g \approx 450$ км, так что центр сферы находится внутри Земли. Плоскостью (проходящей посередине между Землей и Солнцем и перпендикулярной линии Земля – Солнце) сфера действия была бы, если бы масса Земли равнялась массе Солнца. **52.** Поскольку наклон экватора Марса к плоскости его орбиты (~25°) больше, чем у Земли (23°26′), то «уравнение от наклона эклиптики» на Марсе больше земного, а так как эксцентриситет орбиты Марса (0,093) также больше, чем у Земли (0,017), то и «уравнение от эксцентриситета» на Марсе больше. Следовательно, пределы изменения уравнения времени на Марсе больше, чем на Земле. **53.** Рассчитаем расстояние от Меркурия до Солнца в перигелии и в афелии: $q = a \cdot (1 - e) = 0{,}32$ а.е.; $Q = a \cdot (1 + e) = 0{,}48$ а.е. Тогда наименьшее расстояние от Меркурия до Земли $D_{\min} = (1 - 0{,}48) \cdot 1{,}496 \cdot 10^8 =$ $= 7{,}78 \cdot 10^7$ км, а наибольшее – $D_{\max} = (1 + 0{,}48) \cdot 1{,}496 \cdot 10^8 = 2{,}214 \cdot 10^8$ км. **54.** Ответ на этот вопрос можно получить, используя карту звездного неба. Отметив указанные дату и время на карте, видим, что эклиптика находится на расстоянии около 10° от точки востока. Ни одна из верхних планет (это может быть только верхняя планета!) не имеет такого большого наклонения орбиты, они все находятся вблизи эклиптики. Следовательно, это не планета, а звезда (например, ζ Девы) или какой-то искусственный объект. **55.** Из третьего закона Кеплера $T^2 / a^3 = \text{const} = C$, $T = C^{1/2} \cdot a^{3/2}$ следует $\Delta T = \frac{dT}{da} \cdot \Delta a = \frac{3}{2} \cdot (C \cdot a)^{1/2} \cdot \Delta a$. После подстановки C получим, что период увеличится на малую величину $\Delta T = \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{a} \cdot \Delta a$.

56. Из третьего уточненного закона Кеплера $\frac{T_{\text{Ph}}^2 \cdot (M_\text{M} + m_{\text{Ph}})}{T_\text{☾}^2 \cdot (M_\oplus + m_\text{☾})} = \frac{a_{\text{Ph}}^3}{a_\text{☾}^3}$, пренебрегая

массой Фобоса по сравнению с массой Марса, после преобразований получим $M_М / M_⊕ \approx 0{,}105$. **57.** Из уравнения для моментов сил имеем $M_⊕ \cdot L_⊕ = M_☾ \cdot (L - L_⊕)$, где L – расстояние между центрами Земли и Луны, $L_⊕$ – расстояние от центра Земли до общего центра масс. Получим $L_⊕ = 4663{,}66$ км. **58.** Представим падение тела как движение по очень вытянутому эллипсу с большой осью орбиты, равной начальному расстоянию между телами a. Тогда согласно третьему закону Кеплера можно записать: $\frac{T^2}{(2\cdot t)^2} = \frac{a^3}{(a/2)^3} = 8$, где T – период движения по орбите с полуосью a, t – время падения. Получим $t = \frac{T}{4\cdot\sqrt{2}} = \frac{T}{5{,}657}$ или $t = 64{,}57 \cdot a^{3/2}$ сут, где расстояние a выражено в астрономических единицах. **59.** 64,57 сут (см. решение задачи 58). **60.** 43,9 года (см. решение задачи 58). **61.** Поскольку в день летнего солнцестояния угол падения солнечных лучей $i_1 = \varphi - \varepsilon$, то световой поток, проходящий через единичное сечение, распределяется по площади $1/\cos(\varphi - \varepsilon)$. В то же время в день зимнего солнцестояния угол падения солнечных лучей $i_2 = \varphi + \varepsilon$, и световой поток, проходящий через единичное сечение, распределяется по площади $1/\cos(\varphi + \varepsilon)$. Следовательно, отношение потоков излучения, которые приходятся на единицу площади поверхности Земли, выглядит так: $\frac{\text{Лето}}{\text{Зима}} \Rightarrow \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{\cos(\varphi-\varepsilon)}{\cos(\varphi+\varepsilon)}$, что на данной широте составит величину 3,93. Теперь выясним, как влияет изменение расстояния от Солнца. Вычислим площадь S_2 сферы вокруг Солнца на расстоянии перигелия и площадь S_1 на расстоянии афелия: $S_2 = 4\pi\cdot a^2\cdot(1-e)^2$; $S_1 = 4\pi\cdot a^2\cdot(1+e)^2$. Следовательно, отношение потоков, падающих на единицу площади, можно выразить следующим образом: $\frac{\text{Зима}}{\text{Лето}} \Rightarrow \frac{\Phi_2'}{\Phi_1'} = \frac{(1+e)^2}{(1-e)^2} = 1{,}07$. Таким образом, влияние наклона солнечных лучей больше влияния изменения расстояния от Солнца в данном городе примерно в 3,67 раза. **62.** Это точка Υ, т.е. $\alpha = 0^h$. **63.** По формулам (2.12) рассчитаем круговую скорость на расстоянии r от Солнца: $v_c = 35{,}23$ км/с. Так как $v < v_c$, то коническое сечение – эллипс, находящийся в окружности радиусом $r = 0{,}7184$ а.е. Параметры орбиты соответствуют параметрам орбиты Венеры. **64.** Из второго закона Кеплера следует, что $v_0 \cdot l = v_q \cdot q = v_Q \cdot Q$, где $l = r_0 \cdot \sin\alpha$ – прицельный параметр (или прицельное расстояние), v_q и q – скорость и расстояние в перигелии, v_Q и Q – скорость и расстояние в афелии. По формуле $v_0^2 = G\cdot M_⊙ \cdot \left(\frac{2}{r_0} - \frac{1}{a}\right)$ находим полуось орбиты: $a = \frac{r_0}{2-\eta}$, где $\eta = \frac{r_0 \cdot v_0^2}{G\cdot M_⊙}$. Далее из формул (2.10)–(2.12) для скоростей и из указанного следствия второго закона Кеплера получим выражение для эксцентриситета: $e = \sqrt{1-(2-\eta)\cdot\eta\cdot\sin^2\alpha}$. Окончательно имеем $Q_{(+)}, q_{(-)} = \frac{r_0}{2-\eta}\left(1 \pm \sqrt{1-(2-\eta)\cdot\eta\cdot\sin^2\alpha}\right)$. **65.** Запишем формулы, выражающие соответственно потенциальную и кинетическую энергии планеты: $U = -G\cdot\frac{M_⊙\cdot m}{r}$, $T = \frac{m\cdot v^2}{2}$. Поскольку относительная скорость выражается известной зависимостью $v^2 = G\cdot M_⊙\cdot\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$, то полная энергия $E = U + T = -G\cdot\frac{M_⊙\cdot m}{r} + \frac{G\cdot M_⊙\cdot m}{2} \times \times\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right) = -G\cdot\frac{M_⊙\cdot m}{2\cdot a}$. **66.** В соединении комета будет находиться через половину своего синодического периода. Однако синодический и звездный периоды кометы неизвестны. В то же время долгопериодическая комета должна иметь очень вытянутую орбиту, близкую к параболе, а звездный период – намного больше периода обращения Земли вокруг Солнца. Следовательно, собственным движением кометы по сравнению с движением Земли можно пренебречь. Тогда в соединении комета будет находиться приблизительно через половину орбитального периода Земли, т.е. через 0,5 года. Скорость кометы в перигелии на расстоянии $r = 1$ а.е. может быть определена по формуле для параболической скорости: $v_p \approx \sqrt{2\cdot G\cdot M_⊙ / r} \approx 42$ км/с. **67.** Указанная ситуация (прямое направление вращения, невидимость спутника в противостоянии Юпитера, нахождение его и Солнца с разных сторон от Юпитера в остальных конфигурациях) будет иметь место, если период обращения спутника вокруг Юпитера будет равен одному земному году и направление Юпитер – спутник всегда будет параллельно направлению Солнце – Земля. Из третьего закона Кеплера (см. формулу (2.9)), учитывая равенство периодов обращения Земли вокруг Солнца и спутника вокруг Юпитера, пренебрежимую малость масс спутника и Земли по сравнению с массами Юпитера и Солнца соответственно, определим радиус орбиты спутника: $r = a_⊕ \cdot \sqrt[3]{M_J / M_⊙} \approx 14{,}73$ млн км. **68.** Большая полуось орбиты долгопериодической кометы $a = (Q+q)/2 \approx Q/2 = 17\,500$ а.е. Время перемещения во внутренние области Солнечной системы – это половина звездного периода кометы $t = T/2 = \sqrt{a^3}/2 \approx 1{,}16$ млн лет. Однако, вероятнее всего, такой большой период обращения будет неустойчивым. **69.** Очевидно, что продолжительность покрытия $t = \rho/\omega$, где ρ – угловой диаметр Марса, ω – угловая скорость движения Марса на фоне звезд. Угловой диаметр $\rho = 2\cdot\arcsin(R_М/r)$, где $R_М$ – радиус Марса, r – расстояние от Земли до Марса (рис. 7). Поскольку $r = \sqrt{a_М^2 - a_⊕^2} = 1{,}15$ а.е., то $\rho = 3{,}95\cdot10^{-5}$ рад $= 8''{,}15$. Угловая скорость $\omega = v_\tau / r$, где v_τ – тангенциальный компонент скорости Марса относительно Земли, $v_\tau = v_М \cdot \cos(90^\circ - \alpha) = v_М \cdot \sin\alpha$. Угол α является разностью гелиоцентрических долгот Марса и Земли: $\alpha = \arccos(a_⊕/a_М) = 49^\circ$. Скорость Марса (для круговой орбиты) $v_М = \sqrt{G\cdot M_⊙ / a_М} = 24{,}1$ км/с. Тогда $v_\tau = 18{,}2$ км/с, $\omega = 1{,}06\cdot10^{-7}$ рад/с, $t \approx 373$ с ≈ 6 мин 13 с. **70.** Угол, на который изменилось положение Марса для двух наблюдателей, – это удвоенный горизонтальный параллакс. Тогда расстояние до Марса $r = \frac{R_⊕}{\sin(p/2)} \approx 78$ млн км

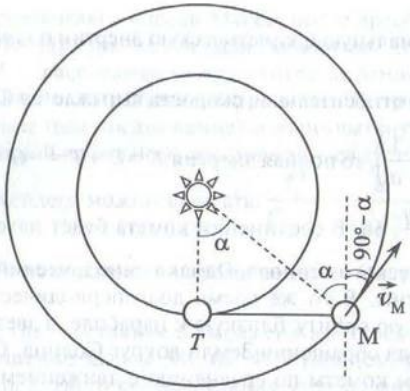


Рис. 7. Покрытие звезды Марсом в западной квадратуре

($R_\oplus = 6378$ км – экваториальный радиус Земли). **71.** Определим угол Земля – Солнце – Венера в момент элонгации: $\alpha = \arccos\frac{a_V}{a_\oplus} = 43°,7$ (рис. 8). Орбитальная скорость Венеры превышает скорость Земли, поэтому при наблюдении с Земли от восточной до западной элонгации Венера будет двигаться попятно. Венере необходимо пройти относительно нашей планеты угол $2 \cdot 43°,7 = 87°,4$. Поскольку угол 360° относительно Земли Венера проходит за синодический период, составляем пропорцию: $\frac{t}{S} = \frac{87°,4}{360°}$, где t – искомое время, S – синодический период. Поскольку $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_V} - \frac{1}{T_\oplus}$, то $S = \frac{T_V T_\oplus}{T_\oplus - T_V} = 584^d$. Следовательно, от восточной до западной элонгации пройдет $t \approx 142^d$. **72.** Момент стояния соответствует нулевой угловой скорости Марса в системе отсчета, связанной с Землей. Этот момент определяется равенством проекций орбитальных скоростей на картинную плоскость (рис. 9): $v_M \cdot \cos\beta = v_\oplus \cdot \sin(\gamma - 90°) = -v_\oplus \cdot \cos\gamma$.

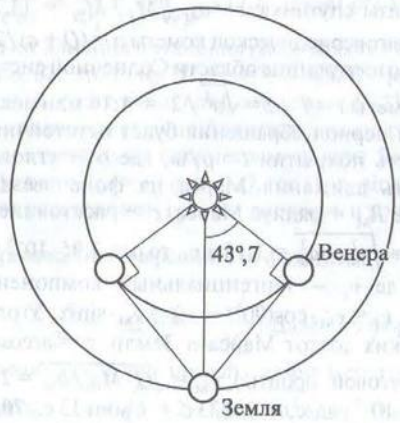


Рис. 8. Элонгации Венеры

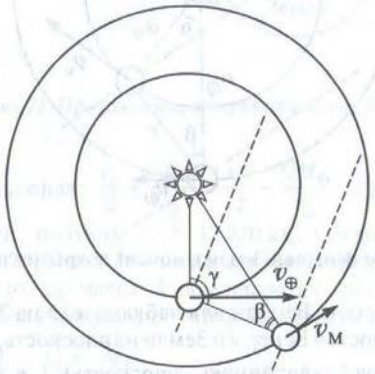


Рис. 9. Момент стояния Марса относительно Земли

Принимая величину большой полуоси орбиты Марса в 1,52 а.е., а также используя формулу для круговых скоростей (2.12), запишем: $v_\oplus = \sqrt{1,52} \cdot v_M$. Из теоремы синусов для треугольника Солнце – Марс – Земля: $\frac{\sin\beta}{1} = \frac{\sin\gamma}{1,52}$. Отсюда получим: $\cos\beta = -\sqrt{1,52} \cdot \cos\gamma$; $1,52 \cdot \sin\beta = \sin\gamma$; $\cos\beta = \sqrt{3,83} \cdot \sin\beta$; $\operatorname{tg}\beta = 0,511$; $\beta = 27°,07$. Угол γ больше 90° (точка стояния находится между квадратурой и противостоянием), поэтому $\gamma = 90° + \arcsin\left(\frac{\cos\beta}{\sqrt{1,52}}\right) = 136°,24$. Разность гелиоцентрических долгот Земли и Марса $\Delta\lambda = 180° - \beta - \gamma = 16°,69$. В момент противостояния угол $\Delta\lambda = 0°$. Определим, за какое время этот угол изменится на 16°,69, учитывая, что на 360° он изменяется за синодический период (для Марса синодический период $S = 779^d,94 = 2,135$ года): $\frac{t}{S} = \frac{16°,69}{360°}$. Отсюда искомое время $t \approx 36^d$. **73.** Рассмотрим треугольник Земля – Венера – Солнце (рис. 10). Обозначим угол треугольника с вершиной в центре Солнца α, а угол с вершиной в центре Земли β. При этом $\alpha = 30°$. Угол β найдем с помощью теорем косинусов и синусов: $r = \sqrt{a_V^2 + a_\oplus^2 - 2 \cdot a_V \cdot a_\oplus \cdot \cos\alpha} = 0,52$ а.е.; $\frac{r}{\sin\alpha} = \frac{a_V}{\sin\beta} \Rightarrow \beta = 44°$.

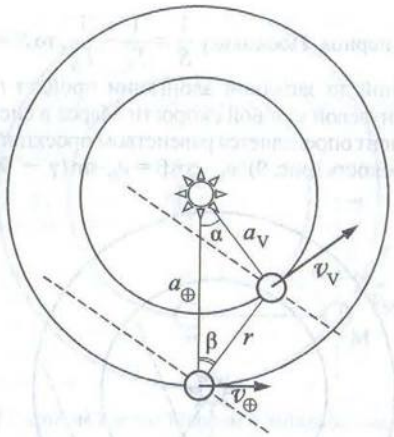


Рис. 10. Положение Венеры и Земли в момент покрытия звезды Венерой

Тангенциальная скорость Венеры для наблюдателя на Земле – это разность проекций векторов скоростей Венеры и Земли на плоскость, перпендикулярную линии Земля – Венера (картинную плоскость): $v_\tau = (\vec{v}_V)_\tau - (\vec{v}_\oplus)_\tau = v_V \times$ $\times \sin(90^\circ - (\alpha+\beta)) - v_\oplus \cdot \cos\beta = v_V \cdot \cos(\alpha+\beta) - v_\oplus \cdot \cos\beta$. Орбитальные скорости Венеры и Земли найдем, считая их орбиты круговыми: $v_V = \sqrt{\frac{G \cdot M_\odot}{a_V}} = 35{,}0$ км/с; $v_\oplus = \sqrt{\frac{G \cdot M_\odot}{a_\oplus}} = 29{,}8$ км/с. Следовательно, $|v_\tau| = 11{,}8$ км/с. Для наблюдателя на Земле в этот момент угловая скорость Венеры $\omega = \frac{|v_\tau|}{r} = 1{,}517 \cdot 10^{-7}$ рад/с $= 0''{,}0313\ c^{-1}$, а ее угловой диаметр $\rho = 2 \cdot \arcsin\frac{R_V}{r} = 32''{,}089$. Тогда продолжительность центрального покрытия звезды Венерой $t = \rho/\omega \approx 1025^s{,}5 = 17^m5^s{,}5$. **74.** На расстоянии $r_0 = 1$ млн км астероид имел скорость $v_0 = 12{,}1$ км/с ($\rho = 15\,000$ км). Вблизи Земли он пройдет точку перигея на расстоянии r_Π от центра Земли со скоростью v_Π (рис.11). Воспользуемся вторым законом Кеплера. За некоторый малый промежуток времени Δt астероид проходит определенное расстояние. При этом его радиус-вектор описывает сектор, опирающийся на отрезок конического сечения. Такой сектор в первом приближении можно рассматривать как треугольник. Площади треугольников для разных моментов времени будут равными, поскольку равны промежутки времени Δt. Запишем это условие для первоначального положения и точки перигея: $\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0 \cdot \Delta t = \frac{1}{2} \cdot r_\Pi \cdot v_\Pi \cdot \Delta t \Rightarrow$ $\Rightarrow \rho \cdot v_0 = r_\Pi \cdot v_\Pi$, а также закон сохранения полной механической энергии

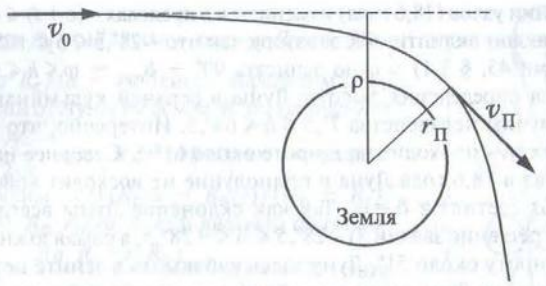


Рис. 11. Прохождение астероида вблизи Земли

единицы массы астероида: $\frac{v_0^2}{2} - \frac{GM_\oplus}{r_0} = \frac{v_\Pi^2}{2} - \frac{GM_\oplus}{r_\Pi}$. Решая систему из двух последних уравнений, получим $r_\Pi \approx 12\,330$ км. Следовательно, астероид не столкнется с Землей. **75.** Пусть M – исходная масса звезды, а M_* – ее новая (после сбрасывания оболочки) масса. Чтобы планета с круговой орбитой радиуса r не перешла на параболическую или гиперболическую, необходимо выполнение условия $\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \leqslant \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_*}{r}}$, откуда $M_* \geq M/2$. Следовательно, чтобы сохранить замкнутые траектории движения планет, звезда должна сбросить менее половины исходной массы.

2.2. Движение Земли и Луны

1. 22 июня Солнце на Северном полюсе круглые сутки находится на высоте ~23°,5 над горизонтом. Поскольку в полнолуние Луна расположена почти в противоположной Солнцу точке небесной сферы, она все время будет примерно на такой же высоте под горизонтом. Таким образом, Луна не будет видна. Обоснуем ответ более точно. Наклон плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики составляет ~5°, поэтому Луна 22 июня будет как минимум в 23°,5 – 5° = 18°,5 под горизонтом. Очевидно, что если полнолуние произойдет даже 1 июня, Луна все равно видна не будет. **2.** Видимые цвет и яркость Луны – это эффект прохождения лучей от нее через земную атмосферу: у горизонта атмосферное ослабление велико (особенно для излучения в синей области спектра), и Луна кажется тусклой и желтоватой. Так что здесь достаточно объяснить, почему зимой в полнолуние Луна кульминирует высоко, а летом – низко над горизонтом. В полнолуние Луна находится в направлении, почти противоположном направлению на Солнце (наклоном ее орбиты к плоскости эклиптики ~5° пренебрегаем). Значит, полная Луна находится в полночь зимой примерно там, где Солнце – летом в полдень, т.е. выше всего в году. **3.** Поскольку наклон плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики $i \approx 5°$, склонение Луны в течение периода

прецессии линии узлов (18,6 года) изменяется в пределах $-(\varepsilon + i) \leqslant \delta \leqslant +(\varepsilon + i)$, где $\varepsilon \approx 23^\circ,5$ – наклон эклиптики к экватору, так что $-28^\circ,5 \leqslant \delta \leqslant +28^\circ,5$. Далее (см. решение задачи 45, § 1.1) можно записать $90^\circ - \delta_{max} - \varphi \leqslant h \leqslant 90^\circ + \delta_{max} - \varphi$. Например, для определения высоты Луны в верхней кульминации в Минске ($\varphi \approx 54^\circ$) получим неравенства $7^\circ,5 \leqslant h \leqslant 64^\circ,5$. Интересно, что *«лунный северный полярный круг»* проходит на широте около $61^\circ,5$. Севернее находится зона, где хотя бы раз в 18,6 года Луна в полнолуние не восходит вовсе. **4.** В зените кульминируют светила с $\delta = \varphi$. Так как склонение Луны всегда находится в пределах (см. решение задачи 3) $-28^\circ,5 \leqslant \delta \leqslant +28^\circ,5$, а самая южная точка Беларуси имеет широту около 51°, Луну здесь наблюдать в зените нельзя. **5.** В фазе последней четверти Луна видна на небе вблизи апекса орбитального движения Земли. Следовательно, звезды, находящиеся на небесной сфере недалеко от Луны, в среднем приближаются к нам со скоростью орбитального движения Земли (~30 км/с). **6.** Дата 7 февраля «равноудалена» от дней зимнего солнцестояния и весеннего равноденствия, так что прямое восхождение Солнца $\alpha_\odot \approx 21^h$. Поскольку Луна – в фазе последней четверти, ее прямое восхождение на 6^h меньше, т.е. равно 15^h. **7.** Это начало затмения, если наблюдение ведется в северном полушарии на широте $\varphi > 23^\circ,5$, и конец затмения в противном случае. Действительно, 22 июня в северном полушарии на широтах $\varphi > 23^\circ,5$ Солнце и Луна перемещаются по эклиптике справа налево. При этом Солнце обходит всю эклиптику за год, а Луна – за месяц. Поэтому Луна догоняет Солнце, и в начале затмения ее диск «наползает» на Солнце справа. **8.** Если за синодический месяц, т.е. за $29^d,53$, Луна смещается по эклиптике относительно Солнца на 360°, то 1° (сумма угловых диаметров дисков Солнца и Луны) она пройдет за $29^d,53 / 360^\circ = 0^d,082 \approx 2^h$. При такой грубой оценке наклоном лунной орбиты к плоскости эклиптики (~5°) можно пренебречь. Существенная неточность в этой оценке все же есть: не учитывается вращение Земли. Попробуем получить такую же оценку с учетом этого вращения. Скорость движения лунной тени по поверхности Земли определяется двумя составляющими: скоростью движения Луны по орбите и скоростью вращения точек поверхности Земли на данной широте вокруг оси Земли. Скорость движения лунной тени *только за счет обращения Луны* получим по соотношению $\frac{v_\leftmoon}{v_{\leftmoon т}} = \frac{a-r}{a}$, где $v_\leftmoon = 2\pi \cdot (r + R_\oplus) / T \approx$ $\approx 1{,}023$ км/с = 3683 км/ч – скорость движения Луны по орбите (T – сидерический период этого движения), $v_{\leftmoon т}$ – скорость движения тени Луны по Земле, определяемая данным фактором, a – астрономическая единица, r – среднее расстояние от Луны до поверхности Земли. Отсюда $v_{\leftmoon т} \approx 1{,}026$ км/с = 3693,6 км/ч. Вычислим скорость движения точек на поверхности Земли *за счет ее вращения* на широте $\varphi = 54^\circ$: $v_\varphi = 2\pi \cdot R_\oplus \cdot \cos\varphi / 24^h = 981{,}5$ км/ч, где $R_\oplus = 6378$ км – экваториальный радиус Земли. Отсюда получим, что тень Луны движется по Земле со скоростью $v_т = v_{\leftmoon т} - v_\varphi \approx 2712$ км/ч. Определим, какое расстояние пройдет тень с такой скоростью. Пояснить это поможет рис. 12. Очевидно, что это расстояние определяется зоной полутени DB на Земле при затмении. Пренебрегая кривизной Земли, расстояние AB находим по формуле

$\frac{a-r}{a} = \frac{2 \cdot R_\leftmoon}{AB}$, где $R_\leftmoon = 1738$ км – радиус Луны. Получим $AB = 2 \cdot a \cdot R_\leftmoon / (a - r)$. Теперь определим диаметр полной тени от Луны на Земле AC по уравнению $\frac{R_\odot}{a+x} = \frac{R_\leftmoon}{r+x} = \frac{AC}{2 \cdot x}$, где $R_\odot = 696\,000$ км – радиус Солнца. Получим $x = (R_\leftmoon \cdot a - R_\odot \cdot r) / (R_\odot - R_\leftmoon)$, $AC = 2 \cdot (R_\leftmoon \cdot a - R_\odot \cdot r) / (a - r)$ и диаметр полутени $DB = 2AB - AC = \frac{2(a \cdot R_\leftmoon + r \cdot R_\odot)}{a - r} = 7011$ км. В итоге наибольшую продолжительность солнечного затмения определим как $t = DB / v_т \approx 2^h 35^m$. **9.** Максимальное склонение Луны $\delta = +23^\circ 26' + 5^\circ 09' =$ $= +28^\circ 35'$, следовательно, максимальная высота $h = 90^\circ - \varphi + \delta = 64^\circ 41'$. Это происходит, когда восходящий узел лунной орбиты совпадает с точкой весеннего равноденствия ♈, а сама точка ♈ заходит (в этот момент эклиптика располагается выше всего над горизонтом). Поскольку Луна находится в верхней кульминации, то ее прямое восхождение $\alpha = 6^h$. Речь идет о полнолунии, следовательно, Солнце расположено в нижней кульминации, его прямое восхождение $\alpha = 18^h$. Это 22 декабря. Координаты Луны $\delta = +28^\circ 35'$, $\alpha = 6^h$, она находится (определяем по карте) в созвездии Возничего. **10.** Как следует из закона сохранения энергии ($m \cdot v^2 / 2 = m \cdot v_0^2 / 2 -$ $- G \cdot M_\leftmoon \cdot m / R_\leftmoon$), какую бы скорость ни имело тело на границе сферы действия Луны, при касании лунной поверхности она не может быть меньше второй космической скорости относительно Луны. Получим (при $M_\leftmoon = 7{,}34 \cdot 10^{22}$ кг, $R_\leftmoon = 1738$ км): $v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\leftmoon}{R_\leftmoon}} \approx 2{,}374$ км/с. **11.** В действительности путь Луны относительно Солнца, т.е. ее орбита в Солнечной системе, *точек перегиба не имеет и везде обращена выпуклостью от Солнца*. Это довольно малоизвестный и неожиданный факт. Кривизна траектории Луны в Солнечной системе изменяется с синодическим периодом, являясь наибольшей в полнолуние и наименьшей в новолуние. Чтобы выпуклость даже в новолуние была обращена от Солнца, равнодействующая сил притяжения Луны к Солнцу и Земле должна быть направлена к Солнцу. Иначе говоря, сила притяжения Луны к Солнцу $F_\odot$ должна быть больше, чем сила ее притяжения к Земле $F_\oplus$. Проверим, так ли это:

$F_\odot = G\frac{M_\odot \cdot m_\leftmoon}{R_\odot^2}$, $F_\oplus = G\frac{M_\oplus \cdot m_\leftmoon}{R_\leftmoon^2}$. Отсюда $\frac{F_\odot}{F_\oplus} = \frac{M_\odot}{M_\oplus} \cdot \left(\frac{R_\leftmoon}{R_\odot}\right)^2 \approx \frac{2 \cdot 10^{33}}{6 \cdot 10^{27}} \cdot \frac{1}{(390)^2} \approx 2{,}19$, т.е.

Луна притягивается к Солнцу в 2 с лишним раза сильнее, чем к Земле. Чтобы на лунной орбите в Солнечной системе были точки перегиба, в новолуние должно выполнять-

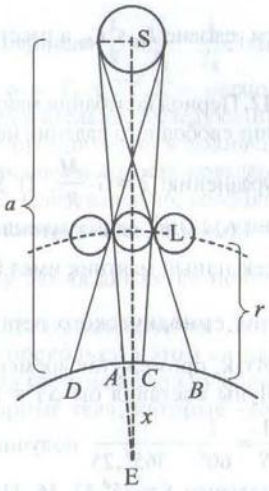


Рис. 12. Схема появления тени и полутени при солнечном затмении:
S – Солнце, L – Луна, E – Земля

ся условие $F_\odot < F_\oplus$, а расстояние до Луны должно быть $R'_\leftmoon < \frac{R_\leftmoon}{\sqrt{2{,}19}} \approx 260$ тыс. км.

12. Период колебания маятника можно выразить формулой $T = 2\pi \cdot \sqrt{l/g}$, ускорение свободного падения на планете с массой M и радиусом R можно рассчитать по уравнению $g = G \cdot \frac{M}{R^2}$. 1) Ускорение свободного падения на Луне $g_\leftmoon = \frac{g_\oplus \cdot R_\oplus^2}{81 \cdot R_\leftmoon^2} = 1{,}624$ м/с^2, длина лунного секундного маятника $l' = 4{,}11$ см. 2) На Луне земной секундный маятник имел бы период $T' = T\sqrt{g_\oplus / g_\leftmoon} = 2{,}458$ с. **13.** Для определения синодического периода используем формулу $\frac{1}{\Delta T} = \frac{1}{1^d} - \frac{1}{60^d} = \left(\frac{59}{60}\right)\left[\frac{1}{d}\right]$. Итак, промежуток времени между двумя последовательными кульминациями Луны составил бы $\Delta T = (60/59)^d \cdot 23^h56^m4^s{,}091 = 24^h20^m24^s{,}5$. **14.** По формуле $\frac{1}{S} = \frac{1}{60^d} - \frac{1}{365^d{,}25}$ получим $S = 71^d{,}79$. **15.** По уравнению $\frac{1}{S} = \frac{1}{27^d{,}32} + \frac{1}{365^d{,}25}$ получим $S = 25^d{,}42$. **16.** Наблюдаемый в перигее наибольший видимый радиус Луны $R = 16'46''$, а максимальный горизонтальный параллакс $p = 61'18''$, поэтому максимальная эклиптическая широта верхнего края Луны (определяемая относительно центра Земли) $\beta' = 5°20' + + 16'46'' + 61'18'' = 6°38'4'' > 6°38'$. Вследствие движения лунных узлов долгота Луны в этом положении на орбите может быть любой. Следовательно, в указанном коридоре широт Луна покроет любую звезду. **17.** Условие незаходящего светила: $\delta \geqslant (90° - \varphi)$. Так как $\delta = \varepsilon \pm i$ ($i = 5°8'$ – среднее наклонение лунной орбиты), то $\varphi_{\min} = (90° - (\varepsilon + i)) = 61°25'$. **18.** Наибольший видимый диаметр Луны $d_\leftmoon = 33'32''$, а наименьший видимый диаметр Солнца $d_\odot = 31'32''$, поэтому при изменении полуоси орбиты Луны получим $d_{\leftmoon 1} \approx d_\leftmoon - 0{,}03d_\leftmoon = 32'31'',6 > d_\odot$ (затмения будут), $d_{\leftmoon 2} \approx d_\leftmoon - 0{,}05d_\leftmoon = 31'51'',4 > d_\odot$ (затмения еще будут), $d_{\leftmoon 3} \approx d_\leftmoon - 0{,}1d_\leftmoon = 30'10'',8 < d_\odot$ (полных солнечных затмений уже не будет). **19.** Количество звезд, видимых невооруженным глазом (со звездной величиной $\leqslant 6^m$) на небесной сфере, ≈6000. Площадь небесной сферы 4π стерадиан, или $4\pi \cdot (57°{,}3)^2 \approx 41259$ кв. град, т.е. средняя плотность звезд $6000/41259 \approx 0{,}1454$ звезд/кв. град. Луна диаметром около 32′, проходя за сутки примерно 13°, покроет площадь $32' \cdot 13° \approx 6{,}93$ кв. град. Значит, сюда попадет примерно $0{,}1454 \cdot 6{,}93 \approx 1$ звезда в сутки. **20.** Эклиптика расположена под наибольшим углом к горизонту, когда точка Υ заходит, поэтому Луна в первой четверти будет наиболее высоко кульминировать весной (около дня весеннего равноденствия) при заходе Солнца. **21.** Лунное затмение происходит в полнолуние, следовательно, Луна будет находиться примерно в точке эклиптики, противоположной той, где находится Солнце. Солнце 21 января находится в созвездии Козерога в точке с координатами $\alpha_\odot \approx 20^h12^m$ и $\delta_\odot = -20°$. Значит, Луна была в созвездии Рака в точке с координатами $\alpha_\leftmoon \approx 8^h12^m$ и $\delta_\leftmoon = 20°$. **22.** Промежуток времени между двумя восходами Луны

(рассчитывается по формуле для синодического периода $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_d} - \frac{1}{T_\leftmoon}$, где $T_d = 23^h56^m4^s$ – период одного оборота Земли вокруг оси, $T_\leftmoon = 27^d{,}32$ – период обращения Луны вокруг Земли) $S \approx 24^h50^m28^s{,}4$. Следовательно, в следующий раз Луна взойдет 22 сентября в $0^h42^m28^s{,}4$. Она восходит примерно в полночь, поэтому находится в последней четверти. **23.** Максимальная яркость кольцеобразного затмения будет, когда $d_\leftmoon = 29'20''$, а $d_\odot = 32'36''$. Следовательно, коэффициент ослабления можно выразить через отношение площадей диска Солнца и кольца: $\eta = \frac{S_\odot}{S_{\text{ring}}} = \frac{d_\odot^2}{d_\odot^2 - d_\leftmoon^2} \approx 5{,}25$. **24.** Утром, поскольку Земля движется по орбите утренней стороной вперед. При этом следует сделать исключение: Луна не должна находиться в фазе последней четверти, поскольку в этом случае часть метеорного вещества она «примет на себя». На противоположную, вечернюю, сторону Земли попадают только те метеорные тела, которые «догоняют» ее по орбите.

2.3. Движение искусственных тел

1. В соответствии с третьим законом Кеплера $(T/T_\oplus)^2 = (a/a_\oplus)^3$, где $a = (a_\oplus + 1{,}52 \cdot a_\oplus)/2 = 1{,}26 \cdot a_\oplus$. Тогда $t = T/2 = \sqrt{1{,}26^3}/2 \approx 0{,}71$ года. **2.** Рассчитаем круговую скорость движения спутника до ее увеличения: $v_c = \sqrt{\frac{G \cdot M_\oplus}{r}} = 7546{,}296$ м/с. Точка, в которой произошло увеличение скорости спутника, очевидно, после этого станет перигеем орбиты, в котором скорость определяется по выражению (2.10): $v_q = v_c + \Delta v = v'_c \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$, где $v'_c = \sqrt{\frac{G \cdot M_\oplus}{a}}$ – новая круговая скорость, a и e – полуось и эксцентриситет новой эллиптической орбиты. В этом случае $q = r$, $a = \frac{r}{1-e}$ и $Q = r \cdot \frac{1+e}{1-e}$. Определим e, используя интеграл энергии (2.14а): $v_q^2 = (v_c + \Delta v)^2 = G \cdot M_\oplus\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right)$. Получим $1 + e = \left(1 + \frac{\Delta v}{v_c}\right)^2$; $1 - e = 2 - \left(1 + \frac{\Delta v}{v_c}\right)^2$. Подставкой в выражение для Q найдем $Q = 7794{,}6$ км, максимальное удаление спутника от поверхности Земли $H = Q - R_\oplus = 1423{,}6$ км. **3.** В момент отрыва от поверхности астероида нужно развить вторую космическую скорость $v = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M}{R}} = \sqrt{\frac{8\pi \cdot G \cdot \bar{\rho}}{3}} \cdot R$, т.е. $R = v \cdot \sqrt{\frac{3}{8\pi \cdot G \cdot \bar{\rho}}}$. Поскольку на астероиде для прыжка необходимо затратить такую же энергию, как и на Земле, то $v = \sqrt{2g \cdot h}$, где g – земное ускорение силы тяжести, h – высота, на которую центр тяжести поднимается в прыжке. В качестве разумной оценки возьмем $h = 1$ м (тогда прыгун на Земле преодолеет планку на высоте ~170–180 см). В результате полу-

чим $R=\sqrt{\frac{3\cdot g\cdot h}{4\pi\cdot G\cdot\bar{\rho}}}\approx 3420$ м. Если перед прыжком космонавт разбежится, он прыгнет и с астероида большего размера. **4.** Расстояния в перигее и апогее $q=a\cdot(1-e), Q=a\cdot(1+e)$ дают большую полуось орбиты спутника $a=(q+Q)/2=$ $=26\,500$ км и ее эксцентриситет $e=\frac{Q-q}{2a}\approx 0{,}74$. Период обращения по третьему закону Кеплера $T=\frac{2\pi}{\sqrt{G\cdot M_\oplus}}\cdot a^{3/2}=42917^s{,}6=11^h55^m17^s{,}6\approx 12^h$, т.е. «Молния» – полусуточный спутник. **5.** У спутника, движущегося по круговой орбите, центростремительная сила равна силе гравитационного притяжения, что дает $v^2=\frac{G\cdot M}{r}$. Обозначим через E_K и E_P кинетическую и потенциальную энергию в расчете на единицу массы спутника. Тогда последнее равенство можно записать так: $2\cdot E_K+E_P=0$. Пусть E – полная энергия спутника ($E=E_K+E_P$). Эти соотношения дают $E=-E_K$, $E=E_P/2$, $E_K=-E_P/2$, откуда $\frac{\partial E}{\partial t}=-\frac{\partial E_K}{\partial t}$. Равенство означает, что темп расходования энергии на трение о воздух $\frac{\partial E}{\partial t}$ (отрицательная величина – энергия *расходуется*) равен темпу *прироста* кинетической энергии спутника $\frac{\partial E_K}{\partial t}$ (положительная величина). Очевидно, что эта энергия может быть взята только из потенциальной энергии спутника – другого источника нет. Действительно, $\frac{\partial E}{\partial t}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial E_P}{\partial t}$ и $\frac{\partial E_K}{\partial t}=-\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial E_P}{\partial t}$, так что кинетическая энергия спутника возрастает за счет *половины* выделяющейся гравитационной энергии, вторая же половина переходит в тепло. Таким образом, получается, что при трении спутника о воздух и его снижении скорость спутника должна возрастать (это иногда называют *вириальным парадоксом)*. То же следует из формулы (2.23) для круговой скорости спутника. Осталось выяснить, какая сила совершает работу по увеличению скорости. Очевидно, что это работа силы тяготения, ведь даже при очень медленном снижении спутника он движется по спирали, и, следовательно, всегда есть составляющая гравитационной силы, направленная вдоль скорости спутника, которая больше силы сопротивления воздуха. **6.** См. решение задачи 5. Линейная скорость $v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$; угловая скорость $\omega=\frac{v}{r}=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r^3}}$. Очевидно, что обе скорости возрастают. **7.** Приливы и отливы могут наблюдаться не только на Земле (вызываемые притяжением Луны и Солнца). Если сила тяжести значительно изменяется на расстоянии ~1 м, ощутимые приливы будут возникать и в теле человека. Действительно, приливное ускорение (вычисляемое как разность гравитационных ускорений двух разных

точек одного и того же тела) $a=\omega_A-\omega_B=G\cdot M\cdot\left(\frac{1}{(r-l)^2}-\frac{1}{r^2}\right)\approx G\cdot M\cdot\frac{2\cdot l}{r^3}$, где M – масса звезды, l – характерный размер тела космонавта, r – расстояние от космического аппарата до центра звезды. При перегрузке $2g$ находим $G\cdot M\cdot\frac{2\cdot l}{r^3}=2\cdot g$; $r=\left(\frac{G\cdot M\cdot l}{g}\right)^{1/3}$. Считая характерным размером тела человека $l\approx 1$ м, получим $r\approx 3000$ км. **8.** Чтобы затраты энергии были минимальными, запуск должен быть осуществлен строго в направлении движения Земли (см. вывод третьей космической скорости). Звездолет необходимо запустить 21 марта в 6^h утра по местному времени в плоскости небесного меридиана под углом $h=90°-\varphi-\varepsilon=90°-55°-23°26'=11°34'$ к горизонту. **9.** Определим параметры орбиты спутника: $r_Q=R_\oplus+h_Q=6371+330=6701$ км; $r_q=R_\oplus+h_q=$ $=6371+180=6551$ км; $a=(r_Q+r_q)/2=6626$ км. Из интеграла движения $v^2=G\cdot M_\oplus\cdot\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right)$ получим скорости спутника (и космического корабля) в апогее и перигее: $v_Q=7684$ м/с; $v_q=7860$ м/с. Разность между второй космической и полученными скоростями составит $\Delta v_Q=10918-7684=3234$ м/с; $\Delta v_q=11040-7860=3180$ м/с. Таким образом, лучшей точкой для старта космического корабля является перигей орбиты. **10.** Радиус орбиты определяется по формуле $r=\frac{v\cdot T}{2\pi}=10\,313\,240{,}3$ м, масса планеты – по уравнению $\frac{m\cdot v^2}{r}=G\cdot\frac{m\cdot M}{r^2}\Rightarrow$ $\Rightarrow M=\frac{r\cdot v^2}{G}=\frac{v^3\cdot T}{2\pi\cdot G}\approx 1{,}25\cdot10^{25}$ кг. Плотность вещества $\rho=\frac{3\cdot M}{4\pi\cdot(r-h)^3}\approx$ $\approx 2{,}8\cdot10^3$ кг/м^3. **11.** Решение задачи проиллюстрировано на рис. 13. Если бросить контейнер против движения спутников, скорость его движения в точке *1* относительно Земли составит $(v-u)<v$. Контейнер будет двигаться по эллиптической орбите (траектория II), в точке *1* находится апогей этой орбиты, период такого движения контейнера меньше, чем период движения по круговой орбите движения спутников (траектория I). Следовательно, контейнер и спутник B встретятся в точке *1* только после нескольких оборотов спутника. Если бросить контейнер по движению спутников, скорость его движения в точке *1* относительно Земли составит $(v+u)>v$. Контейнер будет двигаться по эллиптической орбите (траектория III), но в точке *1* находится перигей этой орбиты, период такого движения контейнера будет больше, чем по кру-

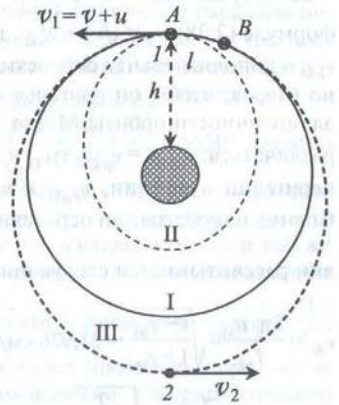


Рис. 13. Движение спутников по круговой орбите и контейнера – по эллиптической орбите

говой орбите. При соответствующем подборе относительной скорости u контейнера возможна встреча спутника B и контейнера в точке *1* после одного оборота контейнера. Таким образом, контейнер нужно бросить *по движению спутников*. Пусть скорость контейнера относительно Земли в точке *1* (перигей орбиты) равна v_1, а в точке *2* (апогей орбиты) – v_2. Тогда $u = v - v_1$ (1). Связь скоростей v_1 и v_2 может быть получена из закона сохранения момента импульса: $v_1 \cdot r_1 = v_2 \cdot r_2$ (2), где $r_1 = h + R_\oplus$, $r_2 = 2 \cdot a - r_1$ (a – большая полуось орбиты контейнера). Тогда из (2) получим $v_2 = v_1(h + R_\oplus)/(2 \cdot a - h - R_\oplus)$ (3). Большую полуось a рассчитаем из третьего закона Кеплера: $a = (h + R_\oplus)\left(T_к / T_{сп}\right)^{2/3}$ (4), где $T_{сп} = 2\pi \cdot (h + R_\oplus)/v$ (5) – период движения спутников, $T_к = T_{сп} + t = T_{сп} + l/v = (2\pi \cdot (h + R_\oplus) + l)/v$ (6) – период движения контейнера. Подставив (5) и (6) в (4), получим $a = \left(\dfrac{(2\pi \cdot (h + R_\oplus) + l)^2 (h + R_\oplus)}{4\pi^2}\right)^{1/3}$ (7). Скорость v_2 определим из закона сохранения энергии для точек *1* и *2*: $\dfrac{v_1^2}{2} - \dfrac{G \cdot M_\oplus}{h + R_\oplus} = \dfrac{v_2^2}{2} - \dfrac{G \cdot M_\oplus}{2 \cdot a - h - R_\oplus}$ (8). Подставив (3) в (8), получим $v_1 = \sqrt{G \cdot M_\oplus \cdot \dfrac{2 \cdot a - h - R_\oplus}{a \cdot (h + R_\oplus)}}$ (9). Итак, искомая скорость контейнера определяется равенством (1), где скорость v_1 находится по формуле (9), а большая полуось a – по формуле (7). **12.** Размер l наименьших деталей на Земле, которые можно сфотографировать из космоса, определяется угловым размером диска дрожания звезды. Примем его значение равным $1''$. Тогда при расстоянии 200 км от поверхности Земли получим $l = 200 \text{ км} / 206\,265 \approx 97$ см. **13.** Третья космическая скорость рассчитывается по формуле (2.28): $v_3 = \sqrt{v_2^2 + v_{add}^2}$, где v_2 – вторая космическая скорость на Марсе, v_{add} – дополнительная скорость, которую необходимо сообщить КА относительно Марса, чтобы он двигался относительно Солнца по параболе. Вследствие эллиптичности орбиты Марса значения скорости в перигелии и афелии будут различаться: $v_{addП} = v_{p\odot П} - v_П$ и $v_{addA} = v_{p\odot A} - v_A$, где $v_П$ и v_A – скорости Марса в перигелии и афелии, $v_{p\odot П}$ и $v_{p\odot A}$ – параболические скорости относительно Солнца на расстоянии перигелия и афелия. Скорости Марса в перигелии и афелии рассчитываются следующим образом: $v_П = \dfrac{2\pi \cdot a_М}{T_М} \cdot \sqrt{\dfrac{1 + e_М}{1 - e_М}} = 26{,}504$ км/с и $v_A = \dfrac{2\pi \cdot a_М}{T_М} \cdot \sqrt{\dfrac{1 - e_М}{1 + e_М}} = 21{,}976$ км/с. Параболические скорости относительно Солнца $v_{p\odot П} = \dfrac{2\pi \cdot a_М}{T_М} \cdot \sqrt{\dfrac{2}{1 - e_М}} = 35{,}845$ км/с и $v_{p\odot A} = \dfrac{2\pi \cdot a_М}{T_М} \cdot \sqrt{\dfrac{2}{1 + e_М}} = 32{,}640$ км/с. Таким образом, дополнительные скорости в перигелии и афелии $v_{addП} = 9{,}342$ км/с и $v_{addA} = 10{,}664$ км/с, и старт из перигелия оказывается более вы-

годным. Вторая и третья космические скорости на Марсе $v_2 = \sqrt{\dfrac{2 \cdot G \cdot M_М}{R_М}} = 5{,}023$ км/с, $v_3 = \sqrt{9{,}342^2 + 5{,}023^2} = 10{,}607$ км/с. **14.** Расстояние между Землей и Марсом в противостоянии $L_1 = 0{,}5$ а.е. $\approx 75 \cdot 10^6$ км, в соединении $L_2 = 2{,}5$ а.е. $\approx 375 \cdot 10^6$ км. Время прохождения сигнала до марсохода и обратно: $t_1 = 2L_1/c = 500$ с; $t_2 = 2L_2/c = 2500$ с. Максимальная скорость $v_{max} = l/t_1 = 120$ см/мин, минимальная скорость $v_{min} = l/t_2 = 24$ см/мин. **15.** Если бы у Земли не было атмосферы, то вследствие суточного параллакса спутник был бы виден с меньшей части поверхности планеты при любом радиусе орбиты (рис. 14).

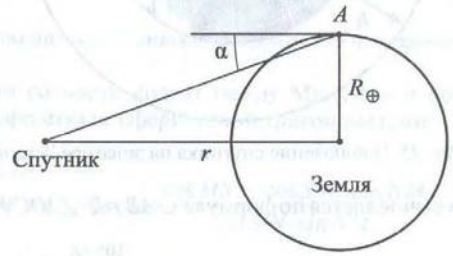


Рис. 14. Наблюдение спутника с поверхности Земли

Из точки A, направление на которую из центра Земли перпендикулярно направлению на спутник, он виден не будет (без учета влияния атмосферы), поскольку точка находится ниже горизонта на угол $\alpha = \text{arctg}(R_\oplus / r)$, где r – радиус орбиты спутника. Однако благодаря наличию атмосферы рефракция «приподнимает» светила у горизонта на $35'$. Если угол рефракции совпадет с суточным параллаксом, условие задачи будет выполнено. Тогда $r = R_\oplus \cdot \text{ctg}(35') \approx 626\,400$ км. По третьему закону Кеплера (уравнение (2.9), сравним с движением Луны) получим период обращения спутника $T \approx 57$ сут. **16.** Период обращения спутника определяется из третьего закона Кеплера (уравнение (2.8)): $T = \sqrt{\dfrac{4\pi^2 \cdot (R_\oplus + h)^3}{G \cdot M_\oplus}} = 5550^s$. Однако следует учесть, что наблюдатель сам вращается вместе с Землей с периодом $T_\oplus = 23^h 56^m 4^s = 86\,164^s$. Следовательно, наблюдателя и спутник можно рассматривать как два тела, которые вращаются относительно одной и той же оси. Синодический период обращения спутника относительно наблюдателя на Земле определяется из уравнения синодического движения $\dfrac{1}{S} = \dfrac{1}{T} - \dfrac{1}{T_\oplus}$, $S = 5932^s = 1^h 38^m 52^s$, т.е. каждые 5932 с спутник будет проходить через зенит наблюдателя на экваторе Земли. Для определения времени, в течение которого спутник будет находиться над горизонтом наблюдателя, рассмотрим рис. 15. Пусть наблюдатель находится в точке C, плоскость его горизонта обозначена отрезком AB. Наблюдатель может видеть спутник, когда последний движется над поверхностью Земли по дуге AB (рефракцию в атмосфере не учитывать).

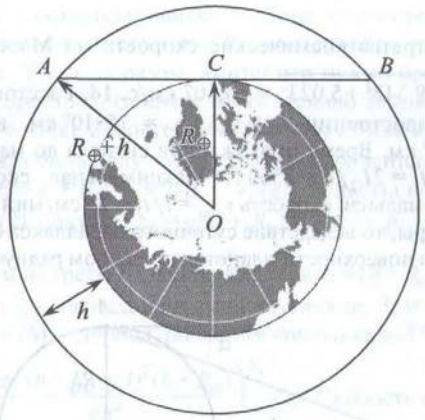


Рис. 15. Наблюдение спутника на экваторе Земли

Величина этой дуги вычисляется по формуле $\cup AB = 2 \cdot \angle AOC = 2 \cdot \arccos \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h} =$ $= 39°,56$. Из пропорции найдем время наблюдения: $\frac{39°,56}{360°} \cdot 1^h 38^m 52^s \approx 652^s = 10^m 52^s$.

17. Минимальная величина, на которую необходимо уменьшить скорость, будет соответствовать переходу «Хаббла» на гомановскую полуэллиптическую орбиту, у которой апогеем будет точка торможения на нынешней орбите, а перигеем – точка на поверхности Земли, расположенная противоположно апогею. Если скорость уменьшить на меньшую величину, то телескоп не столкнется с поверхностью Земли и будет продолжать обращаться по эллипсу (без учета трения в атмосфере). Исходная скорость телескопа $v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\oplus}{R_\oplus + h}} = 7579$ м/с. Большая полуось гомановской орбиты $a = R_\oplus + h/2 = 6663$ км; скорость в апогее $v_A = \sqrt{G \cdot M_\oplus \left(\frac{2}{R_\oplus + h} - \frac{1}{a} \right)} = 7415$ м/с. Скорость необходимо уменьшить на 164 м/с. **18.** Решение задачи проиллюстрировано на рис. 16. Пусть в точке S находится геостационарный спутник, который при наблюдении из Минска (точка M) находится точно на горизонте (угол OMS равен 90°). S' – точка на поверхности Земли, откуда спутник наблюдается в зените. В треугольнике OMS известны катет OM ($R_\oplus$) и гипотенуза OS (определяется по третьему закону Кеплера): $OS = a_{сп} = \left(\frac{G \cdot M_\oplus \cdot T_{сп}^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 42\,181{,}5$ км. Тогда $\angle MOS = \arccos \frac{R_\oplus}{a_{сп}} = 81°,3$. Рассмотрим сферический треугольник NMS', у которого известны все три стороны (дуги): $MS' = 81°,3$, $S'N = 90°$, $NM = 90° - \varphi_M = 36°,1$. Угол $S'NM$ этого

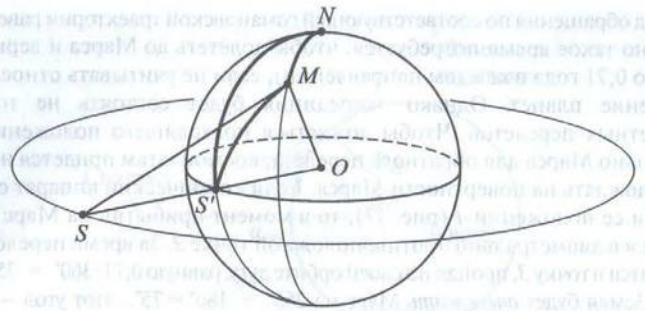


Рис. 16. Расположение геостационарной орбиты для наблюдателя из г. Минска

треугольника равен разности долгот между Минском и спутником и может быть рассчитан по формулам сферической тригонометрии:

$$\angle S'NM = \Delta\lambda = \arccos \frac{\cos MS' - \cos S'N \cdot \cos NM}{\sin S'N \cdot \sin NM} = 75°,1.$$

Следовательно, в Минске будут видны все геостационарные спутники, долготы которых отличаются от долготы Минска не более чем на 75°,1 в обе стороны, т.е. в пределах ~150°, что составляет чуть больше 41% геостационарной орбиты. **19.** Гиперболу. **20.** Для указанной высоты круговая и параболическая скорости $v_c = \sqrt{\frac{G \cdot M_\oplus}{R_\oplus + h}} \approx 7{,}7$ км/с, $v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\oplus}{R_\oplus + h}} \approx 10{,}9$ км/с. Следовательно, форма орбиты спутника – эллипс. Его большую полуось можно определить из (2.14а): $a = \left(\frac{2}{R_\oplus + h} - \frac{v^2}{G \cdot M_\oplus} \right)^{-1} \approx 7\,400$ км. **21.** За 260 сут Марс пройдет по своей орбите $\alpha = \frac{260^d}{T_M} 360° \approx 136°$. Следовательно, в момент старта Марс должен отстоять от точки встречи с кораблем на 136°. В этот момент разность гелиоцентрических долгот Земли и Марса $\Delta l = 180° - 136° = 44°$. **22.** Полная энергия метеорита положительна: $E = m \cdot \left(\frac{v^2}{2} - \frac{G \cdot M_\oplus}{R_\oplus + h} \right) \approx (m \cdot 3{,}455 \cdot 10^7)$ Дж. Следовательно, система Земля – метеорит не является связанной и спутником Земли метеорит не станет. Поскольку его скорость превышает параболическую для указанной высоты, т.е. $v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_\oplus}{R_\oplus + h}} \approx 11{,}0$ км/с, его орбита будет гиперболической. Полуось гиперболической орбиты может быть определена следующим образом: $a = \frac{G \cdot M_\oplus \cdot m}{2 \cdot |E|} \approx 5\,776$ км. **23.** Из решения задачи 1 следует,

что период обращения по соответствующей гомановской траектории равен 1,42 года. Именно такое время потребуется, чтобы долететь до Марса и вернуться на Землю (по 0,71 года в каждом направлении), если не учитывать относительное перемещение планет. Однако экспедиция будет состоять не только из межпланетных перелетов. Чтобы дождаться подходящего положения Земли относительно Марса для обратного перелета, космонавтам придется некоторое время подождать на поверхности Марса. Если космический аппарат стартует с Земли при ее положении *1* (рис. 17), то в момент прибытия на Марс он будет находиться в диаметрально противоположной точке *2*. За время перелета Земля переместится в точку *3*, пройдя по своей орбите дугу, равную $0{,}71 \cdot 360^\circ \approx 255^\circ$. Таким образом, Земля будет *опережать* Марс на $255^\circ - 180^\circ = 75^\circ$. Этот угол – разность гелиоцентрических долгот Земли и Марса ($l_\oplus - l_M = 75^\circ$). С течением времени этот угол будет увеличиваться. Когда космонавты соберутся в обратное путешествие, Земля должна *отставать* от Марса на 75° ($l_\oplus - l_M = -75^\circ = 285^\circ$). Таким образом, разность гелиоцентрических долгот за время пребывания на Марсе должна увеличиться на $285^\circ - 75^\circ = 210^\circ$. Определим, за какое время это произойдет, учитывая, что разность долгот изменяется на 360° за синодический период Марса: $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_\oplus} - \frac{1}{T_M}$; $S = \frac{T_M \cdot T_\oplus}{T_M - T_\oplus} = 780^d$. Тогда $t = \frac{210^\circ}{360^\circ} \cdot 780^d = 455^d \approx 1{,}24$ года. Следовательно, на поверхности Марса космонавтам придется провести почти столько же времени, сколько и в полете. А общее время путешествия составит $1{,}42 + 1{,}24 = 2{,}66$ года. **24.** В треугольнике «центр Земли – наблюдатель – спутник» (рис. 18) один угол равен широте местности φ, второй имеет значение $90^\circ + h = 136^\circ{,}0$, а третий равен $8^\circ{,}4$. Тогда согласно теореме синусов $\frac{R_\oplus}{\sin(8^\circ{,}4)} = \frac{a_{сп}}{\sin(136^\circ{,}0)}$, откуда радиус орбиты спутника $a_{сп} \approx 30\,300$ км. **25.** Определим гелиоцентри-

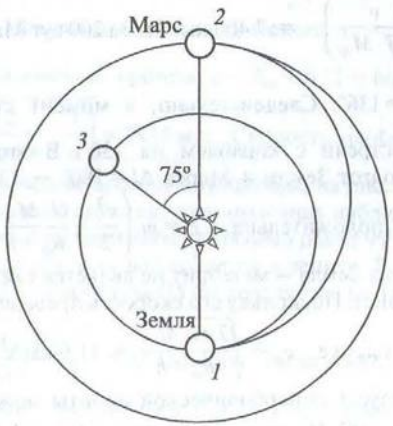


Рис. 17. Относительное положение Земли и Марса во время перелета по гомановской орбите

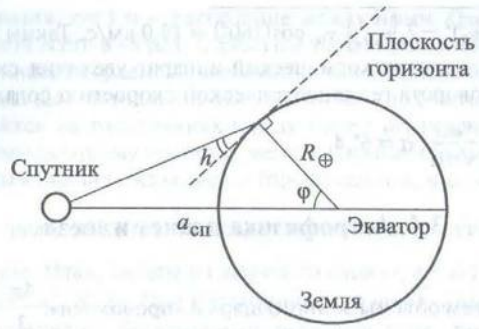


Рис. 18. Наблюдение спутника с поверхности Земли

ческую скорость, которую «Кассини» имел при сближении с Юпитером. Для этого воспользуемся законом сохранения полной механической энергии: $\frac{v_\oplus^2}{2} - \frac{G \cdot M_\odot}{a_\oplus} = \frac{v_J^2}{2} - \frac{G \cdot M_\odot}{a_J}$, где $v_\oplus$ и v_J – гелиоцентрические скорости космического аппарата вблизи Земли и Юпитера, $a_\oplus$ и a_J – радиусы орбит этих планет соответственно. Получим $v_J = 6{,}9$ км/с. Планета Юпитер движется по круговой орбите со скоростью $v_0 = \sqrt{\frac{G \cdot M_\odot}{a_J}} = 13{,}1$ км/с. Поскольку в момент сближения скорости Юпитера и космического аппарата сонаправлены, в системе отсчета, связанной с Юпитером, скорость «Кассини» $v_{ent\,J} = 6{,}9 - 13{,}1 = -6{,}2$ (км/с). Согласно закону сохранения энергии, величины планетоцентрических скоростей при входе в сферу действия Юпитера и выходе из нее будут равны ($|v_{ent\,J}| = |v_{esc\,J}|$), однако угол между их векторами в соответствии с условием задачи составит 160°. Поскольку вектор *планетоцентрической* скорости при входе был антипараллелен орбитальной скорости Юпитера, то при выходе из сферы действия планеты этот вектор будет повернут на $180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$ относительно гелиоцентрической скорости Юпитера (рис. 19). Тогда после выхода из сферы действия гелиоцентрическая скорость космического аппарата $\vec{v}_{esc\odot} = \vec{v}_{esc\,J} + \vec{v}_0$. Значение модуля скорости $\vec{v}_{esc\odot}$ найдем из теоремы косинусов:

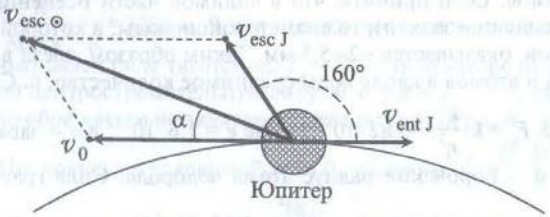


Рис. 19. Изменение вектора скорости космического аппарата в сфере действия Юпитера

$v_{esc\odot} = \sqrt{(v_{escJ})^2 + (v_0)^2 - 2\cdot|v_{escJ}|\cdot v_0\cdot\cos(160^\circ)} = 19{,}0$ км/с. Таким образом, за счет гравитационного маневра космический аппарат увеличил скорость с 6,9 до 19,0 км/с. Угол поворота гелиоцентрической скорости α согласно теореме синусов: $\frac{v_{esc\odot}}{\sin(160^\circ)} = \frac{v_{escJ}}{\sin\alpha}$; $\alpha = 6^\circ{,}4$.

3.1. Астрофизика планет и звезд

1. Приравниваем объемы земного шара и «проволоки»: $\frac{4\pi}{3}\cdot R_\oplus^3 = \frac{\pi}{4}\cdot d^2\cdot r$, где d – диаметр проволоки, r – расстояние до одного из указанных в условии объектов. Отсюда $d = \sqrt{\frac{16}{3}\cdot\frac{R_\oplus^3}{r}}$, т.е. $d \sim r^{-1/2}$. Подставляя значения, находим диаметр «проволоки», протянутой до Солнца ($d = 96$ км), до α Cen ($d = 183$ м), до Туманности Андромеды ($d = 25$ см). Это значительные размеры (неожиданно «большие») исходя из масштабов человеческого тела (~1 м). Но если исходить в первом случае из естественного масштаба в Солнечной системе, который задается размером ее планетной части ($\sim 10^{13}$ м), получим более правильную относительную оценку. Диаметр такой «проволоки» ($\sim 10^5$ м) составляет всего 10^{-8} размера Солнечной системы. Толщина, например, человеческого волоса ~0,1 мм = 10^{-4} м. Это примерно 10^{-4} характерного размера тела человека. Поэтому в относительных единицах волос на четыре порядка толще воображаемой космической «проволоки» длиной 1 а.е. **2.** На Земле живут более $7\cdot 10^9$ человек, а количество звезд в Галактике $\sim 10^{11}$. Число галактик в наблюдаемой части Вселенной того же порядка: $\sim 10^{10}$–10^{11}. В нашей Галактике на одного человека приходится всего несколько десятков звезд, а во всей Вселенной – не более сотни галактик. **3.** На каждого землянина в Галактике приходится несколько десятков звезд (см. решение задачи 2). Комаров на каждого жителя Земли приходится гораздо больше. **4.** Деревьев в сибирской тайге больше, чем звезд в Галактике. Площадь сибирской тайги $\sim 10^7$ км^2. На одно дерево в тайге приходится менее 100 м^2 (10^{-4} км^2), значит, деревьев гораздо больше, чем 10^{11}. **5.** В трехатомной молекуле H_2O на каждый атом приходится в среднем по 6 нуклонов, или по $6\cdot 1{,}7\cdot 10^{-27} \sim 10^{-26}$ кг. Поэтому в 1 дм^3 воды содержится примерно 10^{26} атомов. Если принять, что в видимой части Вселенной $\sim 10^{21}$–10^{22} звезд (см. предыдущие задачи), то диаметр капли воды, в которой такое же количество атомов, оказывается ~2–5,5 мм. Таким образом, звезд в видимой части Вселенной и атомов в капле воды сравнимое количество. **6.** Сила Кулона в атоме водорода $F_q = k\cdot\frac{e^2}{r_1^2} = 0{,}82\cdot 10^{-7}$ Н, где $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл – заряд электрона; $r_1 = 5{,}29\cdot 10^{-11}$ м – боровский радиус атома водорода. Сила гравитационного взаимодействия космонавтов $F_g = G\frac{m^2}{r^2} = 6{,}67\cdot 10^{-7}$ Н, где $m = 100$ кг – масса

каждого космонавта, $r = 1$ м – расстояние между ними. Гравитационная сила больше кулоновой всего в ~8 раз. **7.** Если бы звезды заполняли бесконечное евклидово пространство в среднем равномерно, то небо было бы таким же ярким, как диск Солнца. Действительно, телесный угол, под которым видны диски звезд, находящихся на расстояниях между r и $r + dr$, равен объему шарового слоя $4\pi\cdot r^2\cdot dr$, умноженному на число звезд в единице объема N и на телесный угол, под которым видна каждая звезда (предполагаем, что все они одинаковы; отказ от этого предположения не меняет конечного заключения), $\pi\left(\frac{r_0}{r}\right)^2$, где r_0 – радиус звезды. Итак, звезды из шарового слоя (r, $r + dr$) занимают на небе телесный угол $4\pi^2\cdot r_0^2\cdot N\cdot dr$. При интегрировании по r (полагая, что Вселенная безгранична) получается бесконечный телесный угол, так что диски звезд должны перекрываться, полностью закрывая собой небо. Следовательно, если бы Вселенная была стационарной и безграничной, то в любой ее точке была бы одинаковая, чрезвычайно высокая освещенность. Тогда, в частности, день не отличался бы от ночи. Изложенные рассуждения представляют собой содержание фотометрического парадокса Ольберса (см. § 3.1.7). Таким образом, из того факта, что по ночам темно, можно сделать весьма важное заключение о строении Вселенной, а именно что сделанные выше предположения о стационарности, равномерности и безграничности Вселенной не выполняются. Разрешение фотометрического парадокса заключается в конечности возраста Вселенной. Поскольку, в соответствии с современными представлениями, более 13 млрд лет назад во Вселенной не было источников излучения, то самые далекие звезды, излучение которых сейчас можно наблюдать, расположены на расстояниях не более 13 млрд св. лет. Этот факт устраняет основное предположение фотометрического парадокса – расположение звезд на любых, сколь угодно больших расстояниях от наблюдателя. Видимая часть Вселенной оказывается конечной. Свой вклад в уменьшение яркости неба вносит космологическое красное смещение удаленных галактик. Излучение объекта тем сильнее смещается в длинноволновую часть спектра, чем дальше он расположен от наблюдателя. Кроме того, звезды эволюционируют, рано или поздно завершая свой «жизненный» цикл. **8.** Запишем закон сохранения энергии для вещества вулканов: $\frac{m\cdot v^2}{2} - \frac{G\cdot m\cdot M}{R} = -\frac{G\cdot m\cdot M}{R+h}$, где m – масса выброшенного вещества, v – скорость выброса, M и R – масса и радиус Ио, h – высота выброса. Получим $h = \frac{v^2\cdot R^2}{2\cdot G\cdot M - v^2\cdot R} \approx 326$ км. **9.** На полюсе вес тела массой m (равный силе реакции опоры) равен силе тяготения: $F_g = P_1$, а на экваторе их разность представляет собой центростремительную силу: $m\cdot v^2/R = F_g - P_2$, где v – скорость, с которой тело обращается на экваторе вокруг оси планеты, R – радиус планеты с массой M. Поскольку по условию $P_1 = 2\cdot P_2$, получим $v^2 = \frac{G\cdot M}{2\cdot R} = \frac{4\pi^2\cdot R^2}{T^2}$. Отсюда период вращения планеты $T = \sqrt{\frac{6\pi}{G\cdot\rho}} = 2^h 41^m 45^s{,}7$. **10.** Векторная сумма

силы тяготения и силы реакции опоры $\vec{P}'$ (равной по модулю весу тела $\vec{P}' = -\vec{P}$) дает центростремительную силу (рис. 20), благодаря которой тело совершает

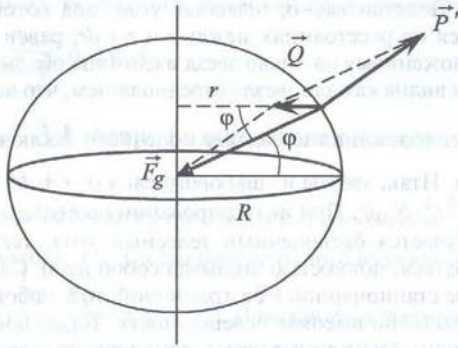


Рис. 20. Определение веса тела в зависимости от географической широты

обороты вокруг оси вращения Земли: $\vec{Q} = \vec{F}_g + \vec{P}'$. На основании теоремы косинусов можно записать: $P'^2 = F_g^2 + Q^2 - 2F_g \cdot Q \cdot \cos\varphi \approx F_g^2 \cdot (1 - 2 \cdot \frac{Q}{F_g} \cdot \cos\varphi)$, так как $Q << F_g$. Делая следующее упрощение, находим $P' \approx F_g \cdot (1 - \frac{Q}{F_g} \cdot \cos\varphi)$, а так как $Q = m \cdot \omega^2 \cdot R \cdot \cos\varphi$, $F_g = m \cdot g_0$, где m – масса тела, ω – угловая скорость вращения Земли, R – радиус Земли, φ – широта, g_0 – ускорение свободного падения на полюсе, получим $|P| = P' \approx m \cdot (g_0 - \omega^2 \cdot R \cdot \cos^2\varphi)$. **11.** 1) Когда источник окажется в точке O (см. рис. 3.26), до наблюдателя P дойдет электромагнитная волна, испущенная в точке U такой, что $UO = v \cdot t$; $UP = c \cdot t$ и $\cos\theta = v/c = \beta$. По формуле (3.34) получим $\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta\cdot\cos\theta} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = 5 \cdot 10^{10}$ рад/с. 2) Когда наблюдатель увидит источник в точке O, до него дойдет электромагнитная волна, испущенная источником именно в точке O (сам источник будет находиться значительно правее этой точки). При $\theta = 90°$ по формуле (3.34) получим $\omega = \omega_0 \cdot \sqrt{1-\beta^2} = 1{,}8 \cdot 10^{10}$ рад/с. **12.** По формуле Погсона $m_1 - m_2 = -2{,}5 \cdot \lg\frac{E_1}{E_2}$ определим, во сколько раз освещенность, создаваемая звездой с $m_1 = 0^m$, отличается от освещенности, создаваемой звездой с $m_2 = 10^m{,}5$. Получим $E_1/E_2 = 15848{,}93$. По условию суммарное количество энергии, падающей на Землю от звезд со звездными величинами 0^m и $10^m{,}5$, одинаково, т.е. $n_1 \cdot E_1 = n_2 \cdot E_2$, поэтому в результате $n_1 = n_2/15848{,}93 = 546000/15848{,}93 \approx 35$ звезд. **13.** См. решение задачи 12. $\lg(E_1/E_2) = 2{,}984$; $(2000 \cdot E_2)/E_1 \approx 2{,}075$ раза. **14.** Из формул (3.33), (3.36) получим, что

газ приближается к нам со скоростью $v \approx \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda} \cdot c \approx 698$ км/с. **15.** Рассмотрим *относительное* движение звезд и запишем для него интеграл движения: $v_{rel}^2 = 2 \cdot G \cdot M \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{d}\right) = \frac{2 \cdot G \cdot M}{d}$, где M – масса каждой из звезд, d – расстояние между ними. Очевидно, что $v_{rel} = 2 \cdot v$, где v – скорость каждого компонента относительно земного наблюдателя. Согласно эффекту Доплера смещение линий в спектре приближающейся звезды $\lambda_1 - \lambda = -\lambda \cdot \frac{v}{c}$, а смещение удаляющейся составляет $\lambda_2 - \lambda = \lambda \cdot \frac{v}{c}$, поэтому максимальное расщепление спектральных линий $\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_m = \frac{2 \cdot v}{c} = \frac{v_{rel}}{c}$. Получим выражение для массы: $M = \frac{d \cdot c^2}{2 \cdot G}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_m^2$. Остается определить расстояние между звездами. Выразим относительную скорость через период движения T: $v_{rel} = \frac{2\pi}{T} \cdot d$. Поскольку $T = 2 \cdot \tau$, получим формулу для вычисления расстояния между звездами: $d = \frac{c \cdot \tau}{\pi}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_m$, что дает значение $d \approx 2{,}97 \cdot 10^{10}$ м. Подставляя это выражение в формулу для массы, имеем $M = \frac{c^3 \cdot \tau}{2\pi \cdot G}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)_m^3 \approx 2{,}89 \cdot 10^{29}$ кг. **16.** При поперечном ($\theta = 90°$) эффекте Доплера выражение для частоты $\nu = \nu_0 \cdot \sqrt{1-\beta^2} \approx \nu_0 \cdot (1 - \beta^2/2)$ или $\frac{\Delta\nu}{\nu_0} = -\frac{\beta^2}{2}$, а для длины волны $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\beta^2}{2}$. Скорость атомов водорода определяется через кинетическую энергию: $v^2 = \frac{2 \cdot T}{m_p}$, где $m_p = 1{,}672 \cdot 10^{-27}$ кг – масса протона (1 эВ = $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Дж). В результате получим $\Delta\lambda = \frac{T \cdot \lambda_0}{m_p \cdot c^2} \approx 0{,}698$ нм. **17.** Формула Погсона для двух компонентов: $\lg\frac{E_1}{E_2} = 0{,}4 \cdot (m_2 - m_1) = 0{,}8$, т.е. $E_1/E_2 = 6{,}3096$; для двойной звезды $\lg\frac{E_1 + E_2}{E_2} = \lg\left(\frac{E_1}{E_2} + 1\right) = 0{,}4 \cdot (m_2 - m) = 0{,}8639$. Отсюда $m = 1^m{,}84$. **18.** См. решение задачи 17. $\lg\left(\frac{E_2}{E_1} + 1\right) = 0{,}4 \cdot (m_1 - m) = 0{,}104$; $E_2/E_1 = 0{,}2706$; $\lg\frac{E_1}{E_2} = 0{,}4 \cdot (m_2 - m_1) = 0{,}5677$; $m_2 \approx 1^m{,}74$. **19.** В фотометрии известна формула зависимости освещенности,

создаваемой точечным источником, от его силы света: $E=\frac{I\cdot\cos i}{r^2}$, где I – сила света источника, i – угол падения излучения на измерительную площадку (примем 0°), r – расстояние от источника до площадки измерительного прибора. Следовательно, источник, сила света которого 1 кд, создаст освещенность $E_1=10^{-6}$ лк в первом случае и $E_2=1$ лк – во втором. Сравним эти освещенности с освещенностью, создаваемой звездой 6-й величины: 1) $\lg\frac{E_1}{E_*}=0{,}4\cdot(6-m_1)=$ $=2{,}097$; $m_1\approx 0^m{,}76$; 2) $m_2\approx -14^m{,}24$. **20.** В любой момент времени t и в любой точке орбиты (при любом радиус-векторе r) планета за малый промежуток времени dt получит поток энергии $dW=\frac{P\cdot S}{4\pi\cdot r^2}\cdot dt$. Так как $dt=\frac{dl}{v}=\frac{r\cdot d\theta}{v}$, а также поскольку из второго закона Кеплера (2.7) $r^2\cdot\frac{d\theta}{dt}=\text{const}$ следует $r\cdot v=\text{const}\Rightarrow v=\frac{r_0\cdot v_0}{r}$, получим $dt=\frac{r^2\cdot d\theta}{r_0\cdot v_0}$. Таким образом, $dW=\frac{P\cdot S}{4\pi\cdot r_0\cdot v_0}\cdot d\theta$. Интегрируя по $d\theta$ в пределах от 0 до 2π, найдем $W=\frac{P\cdot S}{2\cdot r_0\cdot v_0}$. **21.** Из формулы Погсона, а также учитывая, что освещенность обратно пропорциональна квадрату расстояния до источника света и расстояние от Солнца до Нептуна $r_N\approx 30$ а.е., получим звездную величину Солнца, видимого с Нептуна: $m_N\approx -19^m{,}3$. Таким же образом с помощью формулы Погсона сравним освещенности от Солнца и Сириуса ($m\approx -1^m{,}46$) на Нептуне: $E_\odot/E_S\approx 1{,}386\cdot 10^7$. **22.** Освещенность абсолютно черного тела согласно формуле (3.7) определяется яркостью источника (Солнца) и телесным углом, под которым он виден на небесной сфере, поэтому можно записать: $E\sim L_\odot\cdot\omega=\frac{L_\odot\cdot\pi\cdot R_\odot^2}{r^2}$. Эта же энергия, умноженная на «подсолнечную» площадь тела, излучается, согласно закону Стефана – Больцмана, пропорционально T^4. Следовательно, $T\sim\frac{1}{\sqrt{r}}$. **23.** Если солнечная постоянная для Земли рассчитывается как $Q_\oplus=\frac{L_\odot}{4\pi\cdot r_\oplus^2}$ ($L_\odot$ – светимость Солнца, $r_\oplus$ – среднее расстояние от Земли до Солнца), то для Меркурия $Q_M=\frac{L_\odot}{4\pi\cdot r_M^2}$ (r_M – среднее расстояние от Меркурия до Солнца). Отсюда $Q_M=Q_\oplus\cdot\left(\frac{r_\oplus}{r_M}\right)^2$. Падающий на шар радиусом R световой поток $\Phi=Q_M\cdot\pi\cdot R^2$ переизлучается согласно закону Стефана – Больцмана, поэтому $4\pi\cdot R^2\cdot\sigma T^4=Q_M\cdot\pi\cdot R^2$. В итоге $T=\sqrt[4]{\frac{Q_\oplus}{4\sigma}}\cdot\sqrt{\frac{r_\oplus}{r_M}}\approx 447{,}9$ К. **24.** Согласно (3.7) $E=B\cdot\omega$. Рассчитаем телесный угол,

под которым на небе Меркурия видно Солнце в зените: $\omega=\frac{\pi\cdot R_\odot^2}{r^2}$, где $R_\odot=$ $=696\,000$ км – радиус Солнца, $r=57{,}91\cdot 10^6$ км – расстояние от Солнца до Меркурия. Получим $E\approx 6{,}81\cdot 10^5$ лк. **25.** Если освещенность поверхности планеты определяется как $E=\frac{L_\odot}{4\pi\cdot r^2}$ (см. решение задачи 23), то ее *светимость* (фотометрическое понятие, а не астрономическое) $M=k\cdot E$, где k – коэффициент отражения поверхности. Тогда идущий от планеты к Земле отраженный поток $\Phi_\oplus\sim M\cdot\frac{\pi\cdot R_\oplus^2}{\rho^2}$, освещенность поверхности Земли от этой планеты $E_\oplus\sim\frac{M}{\rho^2}\sim\frac{1}{r^2\cdot\rho^2}$. Используя формулу Погсона, получим $\lg\frac{E_0}{E_\oplus}=0{,}4\cdot(m-m_0)=2\cdot\lg\frac{r\cdot\rho}{r_0\cdot\rho_0}$. Окончательно: $-5\cdot\lg(a^2-a)$ $-5\cdot\lg(a^2-a)$. **26.** $m=-1^m{,}14$ (см. решение задачи 25). **27.** Определим параболическую скорость для кометного ядра массой M: $v_2=\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M}{R}}=$ $=R\sqrt{\frac{8\pi\cdot G\cdot\rho}{3}}=6{,}14\cdot 10^{-2}$ м/с ($R=D/2=50$ м). Получим значение средней квадратичной скорости молекул циана: $v_{sq}=\sqrt{\frac{3\cdot R_0\cdot T}{\mu}}=673{,}45$ м/с, где R_0 – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура, μ – молярная масса циана. Поскольку $v_{sq}>>v_2$, все молекулы CN сразу покинут ядро кометы. **28.** Моделируя Солнце абсолютно черным телом, запишем выражение для его светимости: $L_\odot=4\pi\cdot R_\odot^2\cdot\sigma\cdot T^4$. Тогда солнечная постоянная $Q=\frac{R_\odot^2}{r_\oplus^2}\cdot\sigma\cdot T^4$, где $R_\odot$ и T – радиус и эффективная температура Солнца, $r_\oplus$ – астрономическая единица. Продифференцировав, получим $\frac{dT}{dQ}=\frac{1}{4}\cdot\frac{T}{Q}$; ≈ 14,5 К (учтем, что $\Delta Q=0{,}01Q$). **29.** Поскольку $R_\odot=r_\oplus\cdot\operatorname{tg}\varphi$, где $R_\odot$ и φ – линейный и видимый радиусы Солнца, $r_\oplus$ – астрономическая единица. Дифференцируя это выражение, получим $\frac{dR_\odot}{d\varphi}=r_\oplus\cdot\frac{1}{\cos^2\varphi}=r_\oplus\cdot(\operatorname{tg}^2\varphi+1)$. Следовательно, доступное измерению малое изменение радиуса $\Delta R_\odot=\frac{dR_\odot}{d\varphi}\cdot\Delta\varphi=\left(\frac{R_\odot^2}{r_\oplus}+r_\oplus\right)\cdot\Delta\varphi=72{,}53$ км, которое произойдет за 2072 года. **30.** Рассчитаем потенциальную энергию шарового слоя толщиной dr, находящегося на расстоянии r от центра Солнца, массой $m_{dr}=\rho\cdot 4\pi\cdot r^2\cdot dr$: $dU_{dr}=-G\frac{m_{dr}\cdot m_r}{r}$, где $m_r=\rho\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot r^3$ – масса шара радиусом r внутри Солнца. Получим $dU_{dr}=-G\cdot\frac{3\cdot M_\odot^2}{R_\odot^6}\cdot r^4\cdot dr$. После интегрирования по радиусу от 0 до $R_\odot$

имеем $U=-\frac{3}{5}\cdot G\cdot\frac{M_\odot^2}{R_\odot}=-2{,}3\cdot10^{41}$ Дж. Работа $A=|U|$. **31.** Определим, с какой силой притягивается внутренний слой шара толщиной dr, находящийся на расстоянии r от центра, внутренним шаром радиусом r (сила притяжения со стороны внешнего шарового слоя ($R-r$) равна нулю): $dF=G\frac{dm\cdot m}{r^2}$, где $dm=\rho\cdot4\pi\cdot r^2\cdot dr$, $m=\rho\cdot\frac{4}{3}\cdot\pi r^3$. Давление, которое оказывает этот слой на внутренний шар, $dP=\frac{dF}{4\pi\cdot r^2}=\frac{4\pi}{3}\cdot G\cdot\rho^2\cdot r\cdot dr$. Интегрируя по радиусу в пределах от r до R, определим давление, которое оказывает слой ($R-r$) на шар радиусом r: $P=\frac{3}{8\pi}\cdot G\cdot\frac{M^2}{R^4}\cdot\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)$. Подставляя $r=0$, $M_\oplus=6\cdot10^{24}$ кг, $R_\oplus=6371$ км, получим гравитационное давление в центре Земли: $P\approx1{,}74\cdot10^6$ атм. **32.** $\lg(D'')=\lg(\pi'')+\lg(R)-2{,}031$. **33.** В «подсолнечной» точке темп притока энергии равен $(1-\rho)\cdot E_0$, где $\rho\approx0{,}07$ – альбедо Луны, $E_0=1360$ Вт/м^2 – солнечная постоянная. Отток энергии происходит за счет излучения нагретого поверхностного слоя почвы (в ИК-диапазоне), темп которого равен $\sigma\cdot T_s^4$, где $\sigma=5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/(м$^2\cdot$К^4) – постоянная Стефана – Больцмана, T_s – температура поверхности Луны. Приравнивая темпы нагрева и охлаждения, получим $\sigma\cdot T_s^4=(1-\rho)\cdot E_0$, откуда $T_s\approx386{,}5$ К, или 113°,5 по Цельсию. **34.** На единицу поверхности планеты в «подсолнечной» точке падает поток $\Phi=(R_*/d)^2\cdot\sigma\cdot T_*^4$, где R_* – радиус звезды, d – расстояние от нее до планеты. Из этого потока доля ($1-A$), поглощаемая поверхностью планеты, расходуется на ее нагрев. Приравнивая скорости притока и оттока тепла в «подсолнечной» точке, получим $(1-A)\cdot\left(\frac{R_*}{d}\right)^2\cdot\sigma\cdot T_*^4=\sigma\cdot T_p^4$, откуда в «подсолнечной» точке температура $T_p=(1-A)^{1/4}\cdot\sqrt{\frac{R_*}{d}}\cdot T_*$. Значение d определим, приравнивая центростремительную силу к силе притяжения планеты к звезде. Получим $d=\sqrt[3]{\frac{G\cdot M}{4\pi^2}}\cdot P^{2/3}$, где P – период обращения планеты. Это можно было бы сразу записать из третьего закона Кеплера $P^2\sim r^3$. Подставляя это выражение для $d(P)$ в формулу для T_p, получим $T_p=\left(\frac{3\pi}{G\cdot\bar\rho_*}\right)^{1/6}\cdot(1-A)^{1/4}\cdot\frac{T_*}{P^{1/3}}$. Единственный параметр звезды, помимо ее температуры, который входит в эту формулу, – это ее средняя плотность $\bar\rho_*$. По условию задачи температура на планете должна быть такой же, как на Луне. Последнюю, очевидно, также можно определить по полученному выражению, в котором $T_*=T_\odot$ и $\bar\rho_*=\bar\rho_\odot$, а P равно 1 году. Приравнивая температуры на планете и на Луне, для периода обращения

планеты (*в годах*) получим формулу $P=\sqrt{\frac{\bar\rho_\odot}{\bar\rho_*}}\cdot\left(\frac{T_*}{T_\odot}\right)^3$. Подставив значения, найдем, что для звезды класса A0 ($T_*=10000$ К, $\bar\rho_*=0{,}3$ г/см^3) период составляет около 10 лет. Так как величина падающего потока пропорциональна косинусу зенитного расстояния звезды z, то зависимость температуры на поверхности планеты, лишенной атмосферы, от z имеет вид $T_p(z)=T_p(0)\cdot\sqrt[4]{\cos z}$. Выражение для P, полученное выше, дает продолжительность года на планете с тем же температурным режимом, что и у Земли, которая обращается вокруг звезды с известной температурой и средней плотностью. Оказывается, например, что если бы Земля обращалась не вокруг Солнца, а вокруг звезды класса M5V ($\bar\rho_*=10$ г/см^3, $T_*=2800$ К), то, чтобы на ней были условия, подходящие для жизни, подобной на земную, продолжительность года должна составлять всего ~15 земных суток. **35.** Высота однородной атмосферы Земли ≈8 км. Это означает, что плотность воздуха p уменьшается с высотой по закону $p=p_0\cdot e^{-h/8}$, где h – высота, км. Плотность воздуха снижается в 5 раз на высоте около 13 км. Если масса атмосферы уменьшится в 5 раз, цвет неба станет темно-синим, примерно таким же, как мы видим его из окна пассажирского воздушного лайнера после того, как он наберет высоту около 13 км. Если масса атмосферы возрастет в 5 раз, небо днем станет желтовато-оранжевым. Это объясняется тем, что вследствие рассеяния Рэлея оптическая толщина атмосферы обратно пропорциональна λ^4. Для синих лучей она окажется больше единицы. Такое излучение будет значительно ослаблено и до поверхности Земли практически не дойдет. Восход и закат Солнца, по-видимому, видны не будут. При приближении к горизонту диск Солнца будет становиться все менее ярким и до достижения горизонта, скорее всего, перестанет быть виден. Ночью звезд на небе будет совсем мало, и станут они красновато-желтого цвета. Вблизи горизонта, на зенитных расстояниях $z\geqslant80-85°$, их не будет видно, так как оптическая толщина по лучу зрения $\tau/\cos z\geqslant6$. **36.** Максимум яркости неба достигается при оптической толщине τ атмосферы порядка единицы. Действительно, если $\tau<1$, то чем меньше значение τ, тем большая доля фотонов проходит сквозь атмосферу, не рассеиваясь, и, следовательно, они не дают вклада в яркость неба. Поэтому при малых значениях τ яркость неба возрастает с увеличением τ. При $\tau>1$ с увеличением τ быстро возрастает доля фотонов, которые, испытав многократные рассеяния в атмосфере, отражаются ею обратно в космическое пространство и не достигают поверхности Земли. Здесь с увеличением τ яркость неба должна снижаться. Однако точный расчет такого значения τ, при котором для заданного зенитного расстояния Солнца падающий на поверхность Земли поток рассеянного атмосферой излучения максимален, является чрезвычайно сложной задачей. **37.** Кажется почти очевидным, что при наблюдении с горы Солнце будет ярче, но это неверно. Для наблюдателя A, находящегося на уровне моря, ослабление солнечного излучения атмосферой будет *меньше*, чем для наблюдателя B, стоящего на горе (рис. 21). Приведенный ниже расчет показывает, что разница яркости диска Солнца будет весьма ощутимой: на $\lambda\sim550$ нм (максимум чувстви-

18. Зак. 1941

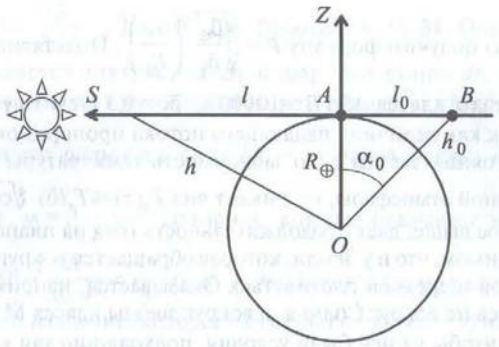


Рис. 21. Наблюдение восхода Солнца на уровне моря (точка A) и с горы высотой h_0 (точка B)

тельности глаза) различие будет, по меньшей мере, 20-кратным. Если атмосфера является однородным сферическим слоем толщиной $h = 8$ км, то для наблюдателя, находящегося в точке A (на уровне моря), длина пути l горизонтального луча в атмосфере определяется так (рис. 21): $l^2 = (R_\oplus + h)^2 - R_\oplus^2 = (2 \cdot R_\oplus + h) \cdot h \approx 2 \cdot h \cdot R_\oplus$, где $R_\oplus$ – радиус Земли. Отсюда $l = \sqrt{2 \cdot h \cdot R_\oplus} = 320$ км $= 40h$. Из этого следует, что на восходе и на закате Солнце могут скрывать тучи, находящиеся от наблюдателя на расстоянии несколько сотен километров. Определим дополнительный путь l_0, который солнечные лучи проходят в атмосфере, если наблюдать восход с горы высотой h_0: $l_0 = \sqrt{2 \cdot h_0 \cdot R_\oplus}$. При $h_0 = 4$ км получим $l_0 = l/\sqrt{2}$. На длине волны $\lambda \sim 550$ нм оптическая толщина безоблачной атмосферы по нормали $\tau \sim 0{,}1$. По касательной на уровне моря она должна быть в 40 раз больше, т.е. $\tau \sim 4$. Поэтому в момент восхода солнечное излучение на $\lambda \sim 550$ нм ослабляется атмосферой примерно в $e^4 \approx 54{,}6$ раза. На пути от A до B луч ослабляется дополнительно еще в $e^{4/\sqrt{2}} \approx 16{,}9$ раз, так что диск Солнца при наблюдении восхода с высокой горы оказывается гораздо менее ярким, чем при наблюдении с палубы океанского лайнера. **38.** Вычислим освещенность от ночного неба, пользуясь соотношениями между фотометрическими величинами (Ф – световой поток, I – сила света, S – площадь трубы, Ω – телесный угол): $E_0 = \frac{\Phi}{S} = \frac{I \cdot \Omega}{S} = \frac{I \cdot S}{S \cdot H^2} = \frac{I}{H^2} = \frac{B \cdot S}{H^2} = \frac{B \cdot \pi \cdot D^2}{4H^2} = 1{,}745 \cdot 10^{-7}$ лк. Если пройдет звезда, то $E = E_0 + \Delta E = E_0 + E_*$ и $\frac{E_0 + \Delta E}{E_0} = \frac{E_0 + E_*}{E_0} = 1 + \frac{E_*}{E_0}$. Рассчитаем теперь освещенность от Веги: $\lg \frac{1}{E_*} = 0{,}4 \cdot (0{,}14 + 13{,}89) = 5{,}612$ и $E_* = 2{,}44 \cdot 10^{-6}$ лк. Отношение освещенностей $\frac{E_0 + E_*}{E_0} \approx 14$, т.е. при прохождении Веги освещенность

возрастет примерно в 14 раз. **39.** Для оценки возможности наблюдения воспользуемся формулой Погсона: $\lg \frac{E_1}{E_2} = 2 \cdot \lg \frac{r_2}{r_1} = 0{,}4 \cdot (m_2 - m_1)$, где E_1, m_1 и r_1 – освещенность от Луны, ее звездная величина для наблюдателя на Земле и расстояние от Земли до Луны, E_2, m_2 и $r_2 = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$ а.е. – освещенность от Луны, ее звездная величина для наблюдателя на Меркурии и расстояние от Меркурия до Луны. Подставляя значения, получим $m_2 \approx -0^m{,}74$, т.е. Луна будет видна с Меркурия. Оценим теперь угловое расстояние между Землей и Луной: $\alpha = \operatorname{arctg}(r_1 / r_2) \approx 15'{,}3$, т.е. глаз наблюдателя может свободно разрешить этот угол. **40.** α Центавра – звезда -0^m. Значит, фотонный поток от нее составляет $\sim 10^{10}$ фотонов/(м$^2 \cdot$с). Фотонный поток от Солнца в $10^{0{,}4 \cdot 26{,}8} \approx 5{,}25 \cdot 10^{10}$ раз больше и составляет примерно $5{,}25 \cdot 10^{20}$ фотонов/(м$^2 \cdot$с). Фотонный поток от звезды 25^m в $10^{0{,}4 \cdot 25} = 10^{10}$ раз меньше и равен примерно 1 фотон/(м$^2 \cdot$с). **41.** Используя формулу (3.21), получим $R \approx 109{,}6 \cdot R_\odot$; применяя выражение (3.22), имеем $R \approx 265 \cdot R_\odot$. **42.** $m = 13^m{,}2$; $M = 8^m{,}2$. **43.** Светимость Золотой Рыбы больше светимости Солнца примерно в 478630,1 раза. **44.** $L_1 \approx 0{,}002 \cdot L_\odot$; $L_2 \approx 0{,}0004 \cdot L_\odot$. **45.** $M_1 \approx 11^m{,}65$; $M_2 \approx 13^m{,}45$. **46.** $M \approx 3^m{,}85$; $L \approx 2{,}4 L_\odot$. **47.** $m'_V = 0^m$ (звезда будет видна). **48.** $M \approx -7^m{,}48$; $L \approx 81\,989 L_\odot$. **49.** $m'_V = 15^m{,}1$ (Вега не будет видна). **50.** $M \approx 15^m{,}46$; $L \approx 0{,}000056 \cdot L_\odot$. **51.** В 10 раз. **52.** $m_V = 1^m{,}12$; $T = 3291{,}7$ К (по формуле (3.22)). **53.** $r = 17{,}54$ пк; $R \approx 61{,}36 R_\odot$. **54.** $r = 6{,}31$ пк; звезда ярче Солнца. **55.** $m_V = 0^m{,}43$ (звезда будет видна). **56.** По формуле Погсона определим отношение освещенностей от Солнца и Луны при перпендикулярном падении света на освещаемую площадку: $E_\odot / E_\leftmoon = 436515{,}83$. Чтобы получить освещенность от реально расположенного светила, нужно умножить ее на косинус угла падения, что при данном расположении лунной орбиты дает $\frac{E'_\odot}{E'_\leftmoon} = \frac{E_\odot \cdot \cos(z_\odot)}{E_\leftmoon \cdot \cos(z_\leftmoon)} = \frac{E_\odot \cdot \cos(\varphi + \varepsilon)}{E_\leftmoon \cdot \cos(\varphi - \varepsilon - i)}$. Подставляя значения ($\varphi = 53°{,}5$, $\varepsilon \approx 23°{,}5$, $i \approx 5°$ (наклонение орбиты Луны к плоскости эклиптики)), получим $E'_\odot / E'_\leftmoon = 108345{,}86$. **57.** По формуле Погсона определим соотношение между освещенностями: $\lg \frac{E_1 + E_2 + E_3}{E_3} = 0{,}4 \cdot (3{,}5 - 1) = 1$; $E_1 = E_2 = 4{,}5 \cdot E_3$. Далее по формуле Погсона находим: $m_1 = m_2 = 1{,}87$. **58.** На основании закона Доплера получим скорость приближения звезды $v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 345{,}4$ км/с, а по формуле Погсона – взаимосвязь между расстояниями и звездными величинами в настоящий момент и через время t, когда звезда будет иметь звездную величину $m' = 6^m$ и станет видна невооруженным глазом: $\lg \frac{r - v \cdot t}{r} = 0{,}2 \cdot (m' - m)$; $r - v \cdot t = 0{,}01 \cdot r$. В результате получим: $t \approx 1{,}06 \cdot 10^{12}$ с $\approx 3{,}37 \cdot 10^4$ лет. **59.** См. решение задачи 58. $v = c \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 271{,}4$ км/с; $t = 10^6$ лет $\approx 3{,}15 \cdot 10^{13}$ с; $\lg \frac{r + v \cdot t}{r} = 0{,}2 \cdot (m' - m)$. Отсюда $m' \approx 9^m{,}29$ (звезда видна не будет). **60.** По формуле Погсона рассчитаем отношение освещенностей, создаваемых вторым и первым компонентами: $E_2 / E_1 \approx 0{,}238$.

По соотношению $\lg\frac{E_1+E_2}{E_1}=0{,}4\cdot(m_1-m)$ найдем суммарную звездную величину: $m\approx 2^m{,}17$. **61.** Испускаемый Солнцем световой поток $\Phi_\odot=\varepsilon_\odot\cdot 4\pi\cdot R_\odot^2$; освещенность, которую Солнце создает на поверхности плутино на расстоянии r: $E_p=\varepsilon_\odot\cdot\frac{R_\odot^2}{r^2}$ ($R_\odot$ – радиус Солнца). Следовательно, падающий на плутино поток $\Phi_0=E_p\cdot\pi\cdot\frac{D^2}{4}=\varepsilon_\odot\cdot\frac{R_\odot^2}{r^2}\cdot\pi\cdot\frac{D^2}{4}$, а рассеянный им поток $\Phi=A\cdot\Phi_0=A\cdot\varepsilon_\odot\cdot\frac{R_\odot^2}{r^2}\cdot\pi\times$ $\times\frac{D^2}{4}$. Предполагая, что поток от плутино рассеивается в полусферу по направлению к Земле, определим освещенность, которую этот объект создает на Земле в противостоянии (и в перигелии своей орбиты): $E_\oplus=\frac{\Phi}{2\pi\cdot(r_q-r_\oplus)^2}=$ $=\frac{A\cdot\varepsilon_\odot\cdot R_\odot^2\cdot D^2}{8\cdot r_q^2\cdot(r_q-r_\oplus)^2}\approx 6{,}78\cdot10^{-15}$ Вт/м^2 ($r_\oplus$ – радиус орбиты Земли). Далее по формуле Погсона получим $m=m_\odot+2{,}5\cdot\lg\frac{Q}{E_\oplus}\approx 16^m{,}45$. **62.** Прежде всего, рассчитаем скорость относительного движения спутника (рис. 22): $v_{отн}=\frac{v_r}{\cos\theta}\approx$ $\approx 28{,}2843$ км/с. Поскольку орбита звезды круговая и компоненты одинаковые, то $\mathfrak{M}_1=\mathfrak{M}_2=\mathfrak{M}$. Далее последовательно рассчитаем все необходимые параметры.

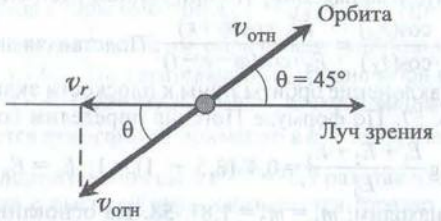


Рис. 22. Расположение орбиты двойной звезды относительно луча зрения

1. Из интеграла энергии (2.14а) для круговой орбиты (в скобках указаны единицы измерения) $v_{отн}^2=\frac{2\cdot\mathfrak{M}[кг]\cdot G}{a[м]}$, или $a[а.е.]=\frac{2\cdot\mathfrak{M}[кг]\cdot G}{v_{отн}^2\cdot1{,}496\cdot10^{11}\left[\frac{м}{а.е.}\right]}$, где a – радиус относительной орбиты. На основании третьего закона Кеплера для двойных звезд $2\cdot\mathfrak{M}=\mathfrak{M}_\odot\cdot\frac{a^3[а.е.]}{P^2[год]}=\mathfrak{M}_\odot\cdot\frac{8\cdot G^3}{v_{отн}^6\cdot(1{,}496)^3\cdot10^{33}\cdot P^2[год]}\cdot\mathfrak{M}^3$ получим

выражение для массы компонента: $\mathfrak{M}=\sqrt{\frac{1{,}496\cdot10^{11}}{G\cdot\mathfrak{M}_\odot}}\cdot\frac{v_{отн}^3\cdot P[год]\cdot1{,}496\cdot10^{11}}{2\cdot G}\approx$ $\approx 5{,}111\cdot10^{30}$ кг $\approx 2{,}57\cdot\mathfrak{M}_\odot$.

2. Максимальное собственное движение спутника относительно главной звезды μ возможно, если скорость перпендикулярна лучу зрения. При этом тангенциальная скорость $v_t=v_{отн}$. Тогда $v_t=v_{отн}=4{,}74\cdot\frac{\mu}{\pi}$(км/с); $\pi=4{,}74\cdot\frac{\mu}{v_{отн}\left[км/с\right]}\approx$ $\approx 0''{,}0084$.

3. Найдем абсолютную звездную величину: $M=m+5+5\cdot\lg\pi\approx 1{,}916$. Так как $M_\odot=4^m{,}8$, то по формуле $\lg\frac{L}{L_\odot}=0{,}4\cdot(M_\odot-M)$ получим $L\approx 14{,}24\cdot L_\odot\approx$ $\approx 54{,}5\cdot10^{26}$ Вт.

4. Поскольку звезды имеют класс G2V, т.е. такой же, как у Солнца, полагаем, что $T\approx T_\odot$. Тогда по формуле $R=R_\odot\cdot\left(\frac{T_\odot}{T_{эф}}\right)^2\cdot\sqrt{\frac{L}{L_\odot}}$ получим $R\approx 3{,}77R_\odot\approx$ $\approx 2{,}62\cdot10^6$ км.

5. На основании третьего закона Кеплера для двойных звезд $\frac{2\cdot\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_\odot}=\frac{a^3[а.е.]}{P^2[год]}$ получим радиус относительной орбиты: $a\approx 5{,}7$ а.е. **63.** Из равенства моментов сил получим соотношение $a_1\cdot\mathfrak{M}_1=a_2\cdot\mathfrak{M}_2$, т.е. $a_2=50$ а.е. В момент максимального удаления компонентов двойной звезды спутник находится в апоастре, т.е. расстояние между звездами $Q=a_1+a_2=60$ а.е. Если полуось относительной орбиты обозначить как a, то расстояние в периастре (минимальное расстояние между звездами) $q=2\cdot a-Q$. Полуось орбиты спутника получим на основании третьего закона Кеплера: $(\mathfrak{M}_1+\mathfrak{M}_2)/\mathfrak{M}_\odot=a^3/P^2$, или $6\cdot P^2=a^3$, т.е. $a\approx 39{,}15$ а.е. В итоге имеем $q\approx 18{,}3$ а.е. Расстояния компонентов от центра масс в момент их минимального удаления будут такими: $a_1'/a_2'=3{,}05$ а.е. $/15{,}25$ а.е. **64.** Более 23,1 млн лет. **65.** 8,81 св. лет. **66.** $E_S/E_{сп}\approx 11\,272$. **67.** $M\approx+1^m{,}42$. **68.** $M\approx-2^m{,}70$. **69.** По формуле $\lg(r)=1+0{,}2\cdot(m-M)$ найдем $r_1\approx 333$ пк, $r_2\approx 550$ пк. **70.** Необходимо рассчитать показатель цвета $CI=m_p-m_V$ и расставить звезды по такому принципу: чем больше CI, тем звезда более красная (табл. 1).

Таблица 1

Расположение звезд по их цвету

Звезда	*CI*	Место	Звезда	*CI*	Место
Спика	–0,27	1	Арктур	1,12	6–7
Антарес	1,73	8	Ригель	–0,04	2
Альтаир	0,16	3	α Центавра	0,57	4
Капелла	0,67	5	γ Андромеды	1,12	6–7

71. $T_{B0} = 23\,226$ K; $T_{A0} = 11\,250$ K; $T_{dG0} = 5950$ K. **72.** Используя формулу (3.21), получим $R \approx 3{,}3R_\odot$; используя выражение (3.22), имеем $R \approx 8{,}7R_\odot$. **73.** Поскольку 1 кал = 4,1868 Дж, то освещенность, которую создает Арктур, в единицах СИ можно выразить так: $E = 4{,}466 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2. Определим видимую звездную величину: $m = m_\odot + 2{,}5 \cdot \lg\dfrac{Q}{E} \approx -0^m{,}59$ ($m_\odot = -26^m{,}8$ – видимая величина Солнца; $Q = 1360$ Вт/м^2 – солнечная постоянная). Абсолютная звездная величина при этом $M = m + 5 + 5 \cdot \lg(\pi) \approx -1^m{,}075$. В результате температура $T = \dfrac{5900}{\lg(R/R_\odot) + 0{,}20 \cdot M + 0{,}02} \approx 4836$ K. Используя выражение (3.21), получим $T \approx 4377$ K. **74.** Освещенность E, которую создает Бетельгейзе, в единицах СИ равна (см. решение задачи 73) $5{,}373 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2. Определим видимую звездную величину $m = m_\odot + 2{,}5 \cdot \lg\dfrac{Q}{E} \approx -0^m{,}792$. При этом абсолютная звездная величина $M = m + 5 + 5 \cdot \lg(\pi) \approx -5^m{,}585$. Радиус звезды рассчитаем по формуле (3.24): $\lg(R/R_\odot) = \lg d - \lg\pi + 2{,}031 \approx 2{,}662$. В результате $T = \dfrac{5900}{\lg(R/R_\odot) + 0{,}20 \cdot M + 0{,}02} \approx$ ≈ 3770 K. Используя уравнение (3.21), получим $T \approx 2942$ K. **75.** Определим радиус звезды: $\lg(R/R_\odot) = \dfrac{5900}{T} - 0{,}2 \cdot M - 0{,}02 \approx -1{,}724$; $R \approx 0{,}0189 \cdot R_\odot$. Сравнивая массы звезды и Солнца, получим $\rho \approx 65\,217 \cdot \rho_\odot$, так как $\rho_\odot = 1{,}41$ г/см^3, то $\rho \approx$ ≈ 92 кг/см^3. В соответствии с формулой (3.21) имеем: $R \approx 0{,}01444 \cdot R_\odot$; $\rho \approx$ $\approx 146\,135 \cdot \rho_\odot \approx 206$ кг/см^3. **76.** Найдем выражение для параллакса: $\dfrac{1}{\pi'} = r' = r \cdot \sin\theta =$ $= \dfrac{1}{\pi} \cdot \sin\theta$; $\pi' = \dfrac{\pi}{\sin\theta} = \dfrac{\pi \cdot \sqrt{V_t^2 + V_r^2}}{V_t}$. Из условия постоянности абсолютной звездной величины находим выражение для видимой звездной величины в момент сближения: $m + 5 \cdot \lg\pi = m' + 5 \cdot \lg\pi'$; $m' = m + 5 \cdot \lg(\sin\theta) = m + 5 \cdot \lg\dfrac{V_t}{\sqrt{V_t^2 + V_r^2}}$. Очевидно, что в этот момент $V_r' = 0$; $V_t' = V = \sqrt{V_t^2 + V_r^2}$ (см. рис. 3.27). А так как $V_t' = 4{,}74 \cdot \dfrac{\mu'}{\pi'}$ (км/с), то после подстановки π' и преобразования получим $\mu' = \dfrac{\pi \cdot (V_t^2 + V_r^2)}{4{,}74 \cdot V_t} = \dfrac{\mu}{\sin^2\theta}$. Время сближения получим по соотношению (см. рис. 3.27) $t = \dfrac{r \cdot \cos\theta}{V}$ с учетом того, что $V_t = 4{,}74 \cdot \dfrac{\mu}{\pi}$ (км/с), $r = \dfrac{1}{\pi}$ (пк) и 1 пк/год $\approx 9{,}778 \cdot 10^5$ км/с: $t \approx \dfrac{9{,}778 \cdot 10^5 \cdot V_r}{\pi \cdot (V_t^2 + V_r^2)} = \dfrac{9{,}778 \cdot 10^5 \cdot V_r \cdot V_t}{4{,}74 \cdot \mu \cdot (V_t^2 + V_r^2)} = \dfrac{206\,265}{\mu} \cdot \dfrac{V_r \cdot V_t}{(V_t^2 + V_r^2)}$ (лет). На рис. 3.27 видно, что если $V_r > 0$, то $t > 0$ и событие произошло в прошлом; если $V_r < 0$, то $t < 0$, и это означает, что звезда в наибольшей степени приблизится к Солнцу в будущем. **77.** См. решение задачи 76. Угол между лучом зрения и пространственной скоростью $\theta \approx 140°{,}67 \Rightarrow \pi' \approx 0''{,}87$; $m' \approx 8^m{,}55$; $\mu' \approx 25''{,}66$; $V_r' = 0$; $V_t' \approx 139{,}63$ км/с. Сближение произойдет через $|t| \approx 9808$ лет. **78.** Поскольку спектры звезд одинаковы, то их эффективные температуры равны: $T_1 = T_2$. Расстояния от Солнца до звезд (r_1 и r_2) можно считать намного большими расстояния между звездами, поэтому $r_1 \approx r_2$. Следовательно, $M_2 - M_1 = m_2 - m_1 = 10^m$, $\lg R_1 - \lg R_2 = 0{,}2 \cdot (M_2 - M_1)$ и $R_1 = 100 \cdot R_2$. В то же время $\mathfrak{M}_1 = 2 \cdot \mathfrak{M}_2$. Таким образом, $\rho_2 = 10^5$ г/см^3. **79.** По формуле (3.32) получим $a = \dfrac{\alpha''}{\pi''} = 6''{,}06 / 0''{,}076 \approx$ $\approx 79{,}74$ а.е. $\approx 1{,}19 \cdot 10^{10}$ км. Далее определим абсолютные звездные величины $M_1 = m_1 + 5 + 5 \cdot \lg(\pi) \approx 1^m{,}404$, $M_2 \approx 2^m{,}204$, а по формуле $\lg\dfrac{L_1}{L_\odot} = 0{,}4 \cdot (4{,}8 - M_1)$ – светимости $L_1 \approx 22{,}823 \cdot L_\odot$, $L_2 \approx 10{,}924 \cdot L_\odot$. Поскольку при равенстве температур (см. решение задачи 78) верно соотношение $\lg R_1 - \lg R_2 = 0{,}2 \cdot (M_2 - M_1)$, то получим $R_1 \approx 1{,}445 \cdot R_2$. Сумму масс рассчитаем по уравнениям (3.31), (3.32): $\dfrac{(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)}{\mathfrak{M}_\odot} = \dfrac{\alpha^3}{\pi^3 \cdot P^2}$. Получим $\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = 5{,}414 \cdot \mathfrak{M}_\odot = 10{,}774 \cdot 10^{30}$ кг. Из интеграла движения (2.14а) следует, что скорость относительного движения определяется по соотношению $V_{отн}^2 = \dfrac{G}{a} \cdot (\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2) = \dfrac{G \cdot \pi}{\alpha \cdot 1{,}496 \cdot 10^{11}[\text{км/а.е.}]} \cdot \dfrac{\alpha^3}{\pi^3 \cdot P^2} \cdot \mathfrak{M}_\odot$. Получим $V_{отн} \approx 7{,}76$ км/с. Поскольку тангенциальная составляющая скорости $V_t = 4{,}74 \cdot \dfrac{\mu}{\pi} \approx$ $\approx 12{,}474$ км/с, полная пространственная скорость системы $V = \sqrt{V_t^2 + V_r^2} \approx$ $\approx 12{,}83$ км/с. **80.** Из условия равенства моментов сил $\mathfrak{M}_1 \cdot r_1 = \mathfrak{M}_2 \cdot r_2$. Поскольку $v_1 = \omega \cdot r_1$ и $v_2 = \omega \cdot r_2$ (ω – угловая скорость движения компонентов относительно центра масс; r_1 и r_2 – расстояния компонентов двойной звезды от центра масс; v_1 и v_2 – скорости компонентов), получим $\mathfrak{M}_1 / \mathfrak{M}_2 = r_2 / r_1 = v_2 / v_1 = k_2 / k_1 = 1{,}21$. **81.** Из интеграла движения (2.14а) следует, что скорость относительного движения определяется по соотношению $V_{отн}^2 = \dfrac{G}{a} \cdot (\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)$. Сумма масс рассчитывается по формуле (3.31): $\dfrac{(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)}{\mathfrak{M}_\odot} = \dfrac{a^3}{P^2}$. Получим $V_{отн}^2 = \dfrac{G \cdot a^2 \cdot (365{,}25)^2}{P^2 \cdot (1{,}496 \cdot 10^{11})^3} \cdot \mathfrak{M}_\odot$. Выразив отсюда радиус орбиты, имеем $a = V_{отн} \cdot P \cdot \dfrac{1{,}496 \cdot 10^{11}}{365{,}25} \sqrt{\dfrac{1{,}496 \cdot 10^{11}}{G \cdot \mathfrak{M}_\odot}} \approx 2{,}66 \cdot 10^{10}$ м $=$ $= 26{,}6$ млн км. **82.** По формуле связи периода пульсации цефеид и их средней абсолютной звездной величины (3.29) получим $M_V = -(1{,}01 + 2{,}87 \cdot \lg P) = -3^m{,}105$. Далее по уравнению (3.10) находим $\lg r = 1 + 0{,}2 \cdot (m - M) = 2{,}411$ и $r \approx 258$ пк. **83.** По формуле (3.21) получим $\lg\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{1}{2} \cdot \lg\dfrac{L_1}{L_2} - 2 \cdot \lg\dfrac{T_1}{T_2}$. Поскольку $\lg\dfrac{L_1}{L_2} = 0{,}4 \cdot \Delta m$, то

$R_1/R_2 = 1{,}52$. **84.** Очевидно, что блеск яркой звезды при затмении пропорционален незакрытой площади. Отсюда $\frac{E_{min}}{E_{max}} = \frac{R^2 - r^2}{R^2} = k$, $\frac{r}{R} = \sqrt{1-k}$. **85.** Из закона Доплера известно, что $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V_r}{c}$. Поскольку $\lambda = c \cdot T$ (T – период световой волны), то $\frac{\Delta T}{T} = \frac{V_r}{c}$. Очевидно, что период колебаний блеска звезды будет изменяться таким же образом, т.е. *наблюдаемый* период колебаний (звезда удаляется) $P' = P + \Delta P = P\left(1 + \frac{V_r}{c}\right) \approx 3^d26^s$. **86.** Предположим обратное: изменение блеска звезды вызвано приближением к Земле, а не изменением физических характеристик самой звезды. Тогда из условия постоянности абсолютной звездной величины получим $\Delta m = 5 \cdot \lg\frac{r_1}{r_2}$ и $r_2 = 180$ св. лет. Расстояние $r_1 - r_2 = 1620$ св. лет звезда за одни сутки не может преодолеть, иначе ей пришлось бы двигаться со скоростью, которая превышает скорость света, т.е. наше предположение не верно. **87.** Из формулы связи периода пульсации цефеид и их средней абсолютной звездной величины (3.29) имеем $M_V = -(1{,}01 + 2{,}87 \cdot \lg P) \approx -0^m{,}038$. Далее по уравнению (3.10) получим $\lg r = 1 + 0{,}2 \cdot (m - M) \approx 4{,}028$, $r \approx 10\,654$ пк. **88.** Принимая значение постоянной Хаббла $H = 70$ км/(с·Мпк), из закона Хаббла (3.39) находим $r = \frac{c}{H} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx 143$ Мпк. **89.** $M_V = -(1{,}01 + 2{,}87 \cdot \lg P) \approx -4^m{,}207$; $\lg r = 1 + 0{,}2 \times (m - M) \approx 5{,}761$; $r \approx 577\,303$ пк. При этом линейный диаметр $D = 2r \cdot \operatorname{tg}\frac{d}{2} \approx 10\,076$ пк. **90.** Из условия равенства абсолютных звездных величин получим $\Delta m = 5 \cdot \lg\frac{r_2}{r_1} = 5 \cdot \lg\left(1 + \frac{\Delta r}{r_1}\right) \approx 0^m{,}0058$. **91.** Принимая значение постоянной Хаббла $H = 70$ км/(с·Мпк), из закона Хаббла (3.39) находим расстояние до квазара: $r = \frac{c \cdot z}{H} \approx 677$ Мпк. Размер квазара $D = \frac{r \cdot d''}{206\,265''} \approx 3283$ пк, т.е. примерно в 9 раз меньше диска Галактики. Получим видимую звездную величину квазара при условии, что он находится в центре нашей Галактики, на расстоянии $r' \approx 8{,}5$ кпк (расстояние от Солнца до центра Галактики): $\lg\frac{E}{E'} = 2 \cdot \lg\frac{r'}{r} = 0{,}4 \cdot (m' - m)$ или $m' = m + 5 \cdot \lg\frac{r'}{r} \approx -11^m{,}6$. Это немного больше звездной величины полной Луны ($-12^m{,}7$). **92.** Рис. 23 поясняет решение задачи. Пусть выброс вещества произошел в ядре Галактики A. Луч света достиг Земли спустя время t_1 (время измеряем в годах), а выброшенное вещество прошло за это время путь $V \cdot t_1$. Однако спустя год был зарегистрирован другой луч света, который показал смещение выброшенного вещества BC, равное в угловом выражении $9''$. Следовательно, другой луч света был испущен в точке B через интервал

времени t_2 после выброса. Луч света шел к Земле из точки B в течение времени t_3. Таким образом, получим, что $t_1 + 1 = t_2 + t_3$. Если V_r – лучевая скорость вещества, а V_t – тангенциальная, то из рис. 23 ясно, что $V_r \cdot t_2 + c \cdot t_3 = c \cdot t_1$. Поскольку $V_r = c \cdot z$, получим $z \cdot t_2 + t_3 = t_1$, что дает $t_2 = 2$ года. Оценку t_1 и t_3 получим, если учтем, что от Солнца до центра Галактики примерно 8,5 кпк: $t_1 \approx t_3 \approx 8500$ [пк]$/c \approx 27\,725$ [св. лет]$/c = 27\,725$ лет. Следовательно, $AC = V_r \cdot t_2 = c \cdot z \cdot t_2 = 1$ св. год $= 9{,}4605 \cdot 10^{12}$ км; $BC = 8500 \cdot 9''/206265'' \approx 0{,}3709$ пк $\approx 1{,}2097$ св. лет $\approx 1{,}1444 \times 10^{13}$ км. Таким образом, средняя скорость выброшенного вещества

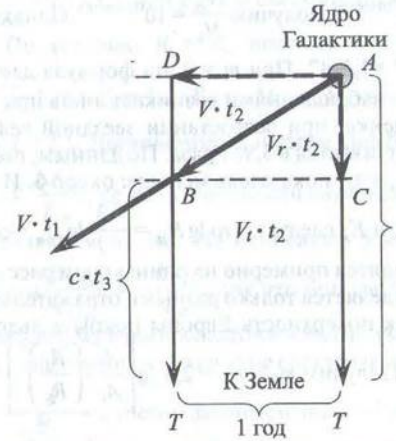


Рис. 23. Выброс вещества вблизи ядра Галактики

$V = \frac{\sqrt{AC^2 + BC^2}}{t_2} \approx 0{,}7848 \cdot c = 235\,264$ км/с. **93.** Если считать, что Плутон находится на расстоянии в среднем 39,5 а.е. от Солнца, то освещенность от Солнца на Плутоне в $(39{,}5)^2 \approx 1560$ раз меньше, чем на Земле. Такому отношению освещенностей соответствует разность звездных величин $2{,}5 \cdot \lg(1560) \approx 8^m$. На Земле видимая звездная величина Солнца равна $-26^m{,}8$, на Плутоне она будет $-18^m{,}8$. Это на $6^m{,}1$ меньше, чем видимая звездная величина Луны на Земле ($-12^m{,}7$). Таким образом, на Плутоне днем примерно в 275 раз светлее, чем в полнолуние на Земле. **94.** Освещенность при полном затмении снижается в 2 раза, потому звездная величина возрастает на $2{,}5 \cdot \lg(2) \approx 0^m{,}7526$. **95.** Если обозначить одинаковую для всех звезд освещенность, которую каждая из них создает на Земле, через E, то создаваемая всеми N звездами скопления суммарная освещенность $E_N = N \cdot E$. По формуле Погсона определим суммарную звездную величину скопления: $m_N = m - 2{,}5 \cdot \lg\frac{E_N}{E} = m - 2{,}5 \cdot \lg N$, где m – звездная величина каждой из составляющих его звезд. В частности, при $N = 2$ имеем

$m_2 = m - 0^m,75$ (см. решение задачи 94), при $N = 10$ получим $m_{10} = m - 2^m,5$. **96.** Пусть N_m – количество звезд ярче звездной величины m, r_m – расстояние до самых слабых из них (видимая звездная величина m зависит только от расстояния до звезды r, так как светимость звезд по условию считается одинаковой). Объем пространства, занятый звездами ярче m-й величины, и их число $N_m \sim r_m^3$. Освещенность от звезды m-й величины $E_m \sim r_m^{-2}$. Отсюда получим $\frac{N_m}{N_6} = \left(\frac{E_6}{E_m}\right)^{3/2}$. Перейдем от освещенностей к звездным величинам согласно формуле Погсона. Поскольку $\frac{E_6}{E_m} = 10^{0,4\cdot(m-6)}$, получим $\frac{N_m}{N_6} = 10^{0,6\cdot(m-6)}$. Однако $10^{0,6} \approx 3,981 \approx 4$, так что $N_m \approx 6000 \cdot 4^{m-6} \approx 1,5 \cdot 4^m$. При $m = 0$ эта формула дает осмысленный результат. Расхождение с наблюдениями возникает лишь при высоких значениях m. Согласно такой оценке, при возрастании звездной величины на единицу количество звезд увеличивается в 3,981 раза. По данным, полученным в результате прямого подсчета, этот показатель меньше: около 3. Из полученной выше зависимости между N_m и E_m следует, что $\lg N_m = -\frac{3}{2} \cdot \lg E_m + \text{const}$. **97.** Поскольку Европа и Юпитер находятся примерно на одинаковом расстоянии от Земли, их различие в блеске определяется только разными отражательными свойствами и размерами тел. Так как поверхность Европы покрыта льдом, можно считать, что ее альбедо $A_E = 1$. Получим $m_E - m_J = 2,5 \cdot \lg\left[\frac{A_J}{A_E} \cdot \left(\frac{R_J}{R_E}\right)^2\right] \approx 7^m,6$. Тогда $m_E \approx 7^m,6 - 2^m,5 = 5^m,1$. **98.** По формуле Погсона получим $\Delta m = 2,5 \cdot \lg\left(\frac{r+\Delta r}{r}\right)^2 = \frac{5}{\ln 10} \cdot \ln\left(1+\frac{\Delta r}{r}\right)$. Учитывая, что $\ln(1+x) \approx x$ при $|x| << 1$, вычислим $\Delta m \approx \frac{5}{\ln 10} \cdot \frac{\Delta r}{r} \approx 2,17 \cdot \frac{\Delta r}{r}$. **99.** Абсолютная звездная величина Солнца $M_\odot = +4^m,8$. Невооруженным глазом видны звезды до 6-й звездной величины. По формуле Погсона находим: $2,5 \cdot \lg\frac{E_r}{E_{10}} = 5 \cdot \lg\frac{10}{r} = M_\odot - 6^m$; $\lg r = \frac{1}{5} \cdot (6+5-4,8) = 1,24$; $r \approx 17,4$ пк. **100.** Поскольку $M_\odot = +4^m,8$, получим видимую звездную величину Солнца из Туманности Андромеды $m = M_\odot - 5 + 5 \cdot \lg r \approx 29^m$. Солнце было бы недоступно крупнейшим наземным телескопам ($\leqslant 28^m$), но теоретически было бы на пределе возможности обнаружения для космического телескопа «Хаббл». Практически увидеть Солнце было бы невозможно, так как его излучение сливалось бы со светом от тысяч соседних звезд. **101.** Из соотношений светимость – масса $(L_{bol}/L_\odot) \approx (\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_\odot)^{3,9}$ и светимость – радиус $(L_{bol}/L_\odot) \approx (R/R_\odot)^{5,2}$ для звезд главной последовательности имеем $(\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_\odot)^{3,9} \approx (R/R_\odot)^{5,2} \Rightarrow (\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_\odot)^{0,75} \approx R/R_\odot$. В то же время $\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_\odot = (R/R_\odot)^3 \cdot (\rho/\rho_\odot)$. Получим $\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_\odot \approx (\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_\odot)^{2,25} \times (\rho/\rho_\odot) \Rightarrow (\rho/\rho_\odot) \approx (\mathfrak{M}/\mathfrak{M}_\odot)^{-1,25}$. При $\mathfrak{M} \approx 15 \cdot \mathfrak{M}_\odot \Rightarrow (\rho/\rho_\odot) \approx 0,034$, т.е.,

учитывая, что $\rho_\odot = 1,41$ г/см^3, $\rho \approx 0,048$ г/см^3. **102.** Представляя звезду как абсолютно черное тело, имеем $L = 4\pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot T_{eff}^4$. Логарифмируя и дифференцируя последнее выражение, получим $d(\ln L) = 2 \cdot d(\ln R) + 4 \cdot d(\ln T_{eff})$ или $\frac{dL}{L} = 2 \cdot \frac{dR}{R} + 4 \cdot \frac{dT_{eff}}{T_{eff}}$. Для малых увеличений радиуса и температуры последнее выражение можно заменить приближенным: $\frac{\Delta L}{L} \approx 2 \cdot \frac{\Delta R}{R} + 4 \cdot \frac{\Delta T_{eff}}{T_{eff}}$. Подставляя из условия задачи $\frac{\Delta R}{R} = -\varepsilon$ и $\frac{\Delta T_{eff}}{T_{eff}} = +\varepsilon$, имеем $\frac{\Delta L}{L} = 2 \cdot \varepsilon$, т.е. при $\varepsilon = 2\%$ светимость звезды возрастет примерно на 4%. **103.** По условию $R_1 = R_2$, поэтому $L \sim T_{eff}^4$. Тогда $M_1 - M_2 = -2,5 \cdot \lg\frac{L_1}{L_2} = -10 \cdot \lg\frac{T_1}{T_2}$. Если $T_1 = 1,1 \cdot T_2$, то $M_1 - M_2 \approx -0,414$. **104.** По условию $R_1 = R_2$, поэтому $L \sim T_{eff}^4$. Логарифмируя и затем дифференцируя это выражение, получим $\frac{\Delta L}{L} = 4 \cdot \frac{\Delta T_{eff}}{T_{eff}}$, т.е. если светимости двух звезд различаются на 4%, их температуры различаются на 1%. На основании закона смещения Вина $\lambda_{max} \cdot T_{eff} = \text{const}$ получим $\frac{\Delta\lambda_{max}}{\lambda_{max}} = -\frac{\Delta T_{eff}}{T_{eff}}$, так что при увеличении температуры на 1% длина волны максимума в распределении энергии уменьшится на 1%. Изменение интенсивности излучения в максимуме спектра получим из закона Планка (3.18) $\varepsilon_{\lambda,T} = \frac{2\pi \cdot hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda \cdot kT}} - 1}$ с учетом закона смещения Вина: $\varepsilon_{\lambda_{max},T} \sim \lambda_{max}^{-5}$. Следовательно, $\frac{\Delta\varepsilon_{\lambda_{max},T}}{\varepsilon_{\lambda_{max},T}} = -5 \cdot \frac{\Delta\lambda_{max}}{\lambda_{max}} = 5 \cdot \frac{\Delta T_{eff}}{T_{eff}}$, т.е. интенсивность в максимуме при увеличении температуры на 1% повысится на 5%. Поскольку интенсивность излучения на определенной длине волны λ_0 в области спектра, где справедливо приближение Рэлея – Джинса, можно выразить формулой $\varepsilon_{\lambda_0,T} \approx \frac{2\pi \cdot c}{\lambda_0^4} \cdot kT_{eff}$, т.е. $\varepsilon_{\lambda_0,T} \sim T_{eff}$, то $\frac{\Delta\varepsilon_{\lambda_0,T}}{\varepsilon_{\lambda_0,T}} = \frac{\Delta T_{eff}}{T_{eff}}$. Следовательно, интенсивность излучения в «области Рэлея – Джинса» при увеличении температуры на 1% повысится также на 1%. **105.** Поскольку фотон с энергией $h \cdot \nu$ несет импульс $h \cdot \nu / c$ в направлении своего распространения, то при отражении от фольги (коэффициент отражения считаем равным 1) он передает ей импульс $2 \cdot h \cdot \nu / c$. В то же время световое давление – это световой импульс, передаваемый за 1 с единице площади поверхности. Отсюда получим выражение для давления: $P = \frac{2 \cdot L}{c \cdot 4\pi \cdot r^2}$, где L – светимость звезды, r – расстояние до нее. Чтобы фольга с сидящим на ней комаром пренебрежимо малой массы улетела к другим звездам, световое давле-

ние должно превышать силу притяжения, приходящуюся на единицу площади. В расчете на 1 м^2 поверхности фольги толщиной H, которая изготовлена из материала плотностью ρ, сила притяжения $f = G\cdot\dfrac{\rho\cdot H}{r^2}\cdot\mathfrak{M}$, где $\mathfrak{M}$ – масса звезды. Чтобы фольга могла служить фотонным парусом, на котором можно улететь от звезды на бесконечное расстояние, должно выполняться условие $\dfrac{2\cdot L}{c\cdot 4\pi\cdot r^2} > G\cdot\dfrac{\rho\cdot H}{r^2}\cdot\mathfrak{M}$. Отсюда следует, что $H < \dfrac{L}{2\pi\cdot G\cdot c\cdot\rho\cdot\mathfrak{M}}$. Здесь мы неявно предполагаем, что первоначально фольга покоится относительно звезды. Фольга алюминиевая, так что можно принять $\rho = 2{,}7$ г/см^3. Для звезды класса O5V (см. диаграмму Герцшпрунга – Рассела) в среднем имеем: $\mathfrak{M} \approx 40\cdot\mathfrak{M}_\odot \approx$ $\approx 40\cdot 1{,}99\cdot 10^{30}$ кг $= 7{,}96\cdot 10^{31}$ кг; $L \approx 5\cdot 10^5\cdot L_\odot \approx 5\cdot 10^5\cdot 3{,}826\cdot 10^{26}$ Вт $= 1{,}913\cdot 10^{32}$ Вт. Подставив значения, получим, что $H < 7{,}1$ мм. Как видим, в качестве «фольги» можно было использовать металлический лист. **106.** Поскольку 3 января $\alpha_\odot = 18^h50^m$, $\delta_\odot = -22°$, в это время пульсар противостоит Солнцу (рис. 24). Спустя три месяца, 1 апреля, угол между направлениями на Солнце и пульсар будет равен 90°.

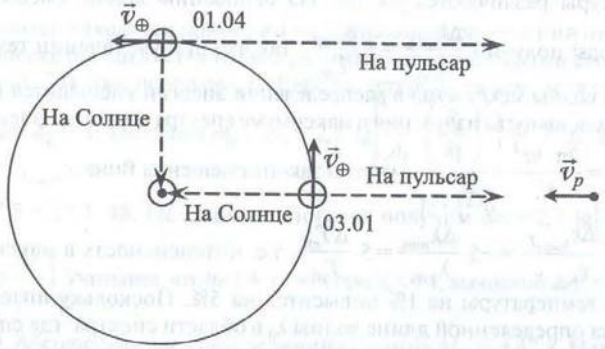


Рис. 24. Движение Земли относительно пульсара

Исходя из выражения для эффекта Доплера $\nu_1 = \nu_0\cdot(1 + v_p/c) = \nu_0\cdot(c + v_p)/c$ (1), $\nu_2 = \nu_0\cdot(1 + (v_p - v_\oplus)/c) = \nu_0\cdot(c + v_p - v_\oplus)/c$ (2). Тогда, выразив из (1) и (2) ν_0, получим $v_p = -c + \dfrac{T_2}{T_2 - T_1}\cdot v_\oplus$. При $c = 3\cdot 10^8$ м/с и $v_\oplus = 3\cdot 10^4$ м/с лучевая скорость пульсара относительно Солнца 1 апреля окажется равной нулю. **107.** См. решение задачи 34. $(1-A)\cdot\dfrac{R_\oplus^2}{a^2}\cdot T_\odot^4 = T_\oplus^4$; $T_\oplus = 64$ К. **108.** Одинаковый вид главного и вторичного минимумов затменной переменной звезды означает одинаковую яркость обоих компонентов, входящих в систему. Это, в свою очередь, свидетельствует о равенстве их эффективных температур. Пусть радиус большей

звезды равен R, а меньшей – r. По условию, затмения центральные, а потемнение дисков звезд к краю отсутствует. Тогда изменение звездной величины в минимуме $\Delta m = -2{,}5\cdot\lg\dfrac{\pi R^2}{\pi R^2 + \pi r^2} = 2{,}5\cdot\lg\left(1 + \dfrac{r^2}{R^2}\right)$. Отсюда $r/R = \sqrt{10^{0{,}4\,\Delta m} - 1} \approx 0{,}45$. Поскольку средние плотности звезд одинаковы, соотношение масс $m/M = (r/R)^3 \approx 0{,}091 = 1/11$. Минимумы одинаковы не только по глубине, но и по продолжительности, а также происходят через одинаковые промежутки времени. Следовательно, орбиты звезд круговые, а период обращения T равен удвоенному промежутку времени между минимумами, т.е. 60 сут, или 0,1643 года. Поскольку затмения центральные, плоскость орбит звезд проходит через Землю. В этом случае относительная скорость звезд $v = c\cdot\Delta\lambda/\lambda_0 = 91{,}4$ км/с и расстояние между звездами $a = v\cdot T/(2\pi) = 75{,}4$ млн км $= 0{,}5$ а.е. Из третьего закона Кеплера получим суммарную массу звезд в массах Солнца: $\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = a^3/T^2 \approx 4{,}6$. В итоге массы звезд – 4,2 и 0,4 массы Солнца. **109.** Отношение освещенностей от звезды при наблюдении с поверхности Земли и из космоса $E_1/E_2 = 2{,}512^{-0{,}2} = 0{,}83$. Следовательно, из-за поглощения в атмосфере наблюдатель видит только 83% от блеска звезды, и атмосфера ослабляет блеск звезд в зените на 17%. **110.** Из закона Бугера и формулы Погсона следует равенство $e^\tau = 2{,}512^{\Delta m}$, откуда $\tau = 0{,}92\cdot\Delta m$. **111.** При наклонном падении солнечных лучей освещенность поверхности $E = E_\perp\cdot\cos(z)$, где $E_\perp$ – освещенность при нормальном падении лучей (когда Солнце в зените), z – зенитное расстояние Солнца. Таким образом, $E_\perp/E = 2$. **112.** $m_1 = 3^m{,}35$; $m_2 = 5^m{,}10$. **113.** $0{,}4\cdot(M_\odot - M) = \lg\dfrac{L}{L_\odot} = 10$; $M = -20^m{,}2$ ($M_\odot = 4^m{,}8$); $\lg r = \dfrac{m_\odot + 5 - M}{5} = -0{,}32$ ($m_\odot = -26^m{,}8$); $r = 10^5$ а.е. $\approx$ $\approx 0{,}48$ пк. Кроме того, этот же результат может быть получен из равенства освещенностей, создаваемых сверхновой и Солнцем на Земле: $\dfrac{L_\odot}{4\pi\cdot r_\odot^2} = \dfrac{L}{4\pi\cdot r^2}$. **114.** Освещенность поверхности связана со светимостью источника следующим образом: $E = L/(4\pi\cdot r^2)$, где r – расстояние до источника. Поскольку $E = Q = 1367$ Вт/м^2, получим $r = 7{,}6$ см. **115.** Среднее расстояние между частицами определяется через их концентрацию: $\bar{r} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{n}} = \sqrt[3]{\dfrac{\frac{4}{3}\pi(100)^3}{100\,000}} = 3{,}47$ св. года. **116.** Из выражения для второй космической (параболической) скорости определим массу скопления: $\mathfrak{M} = R\cdot v^2/(2\cdot G) = 3{,}33\cdot 10^{35}$ кг $\approx 167\,000\cdot\mathfrak{M}_\odot$. Таким образом, количество звезд $\approx$167 000. **117.** Используя модель абсолютно черного тела, запишем связь между светимостью, радиусом и температурой: $L \sim R^2\cdot T^4$. Тогда $L^{2.6} \sim R^{5.2}\cdot T^{10.4} \Rightarrow L^{2.6} \sim L\cdot T^{10.4} \Rightarrow L^{1.6} \sim T^{10.4} \Rightarrow L \sim T^{6.5}$. **118.** Поскольку звездное время совпадает с прямым восхождением Веги, она находится в верхней кульминации. Прямое восхождение 11 Рыси отличается почти на 12^h, следовательно, она находится в нижней кульминации. Отсюда определим высоту звезд над горизонтом: $h_1 = 90° - \varphi + \delta_1 = 83°40'$, $h_2 = \varphi + \delta_2 - 90° = 11°51'$.

Пусть оптическая толщина атмосферы в направлении зенита равна τ. Поскольку оптическая толщина пропорциональна расстоянию, которое свет проходит в атмосфере, оптическая толщина атмосферы в направлении звезды будет равна $\tau/\sin(h)$, где h – высота звезды над горизонтом. Поток излучения определяется по закону Бугера: $\Phi = \Phi_0 \cdot e^{-\frac{\tau}{\sin h}}$, где Φ_0 – поток на границе атмосферы. Согласно условию задачи, $\Phi_1/\Phi_2 = 250\,000/500 = 500$, а также $\frac{(\Phi_0)_1}{(\Phi_0)_2} = 2{,}512^{m_2-m_1} = 2{,}512^{6-0} \approx 250$. Тогда $\frac{\Phi_1}{\Phi_2} = \frac{(\Phi_0)_1}{(\Phi_0)_2} \cdot \frac{e^{-\frac{\tau}{\sin h_1}}}{e^{-\frac{\tau}{\sin h_2}}}$, откуда $\tau \approx 0{,}18$, $\Delta m = 1{,}09 \cdot \tau \approx 0{,}19^m$ (см. решение задачи 110). **119.** Молярная масса – это масса одного моля вещества. В одном моле содержится N_A частиц: протонов, α-частиц и электронов. Поскольку вещество Солнца находится в ионизированном состоянии, то на каждое ядро атома водорода (протон) приходится один электрон, а на каждое ядро атома гелия (α-частицу) – два электрона. Пусть x – количество протонов в одном моле солнечного вещества, y – количество α-частиц. Тогда $x + 2 \cdot y$ – количество электронов в одном моле. Массой электронов можно пренебречь. Следовательно, $x + y + (x + 2 \cdot y) = N_A$, $\frac{x \cdot m_p}{y \cdot m_\alpha} = \frac{75}{25}$, где m_p и m_α – масса протона и α-частицы соответственно. Поскольку $m_p/m_\alpha \approx 1/4$, $y = N_A/27$, $x = 12 \cdot N_A/27$, то масса одного моля $\mu = N_A \cdot \left(\frac{12}{27} \cdot m_p + \frac{1}{27} \cdot m_\alpha\right) \approx N_A \cdot m_p \cdot \frac{16}{27} = 0{,}596$ г, а средняя молярная масса Солнца равна 0,596 г/моль. **120.** По величине красного смещения определим скорость удаления галактики: $v \approx 5257$ км/с. С помощью закона Хаббла определим расстояние: $r = v/H = 77$ Мпк. Линейный диаметр галактики $D = r \cdot \sin(\rho) = 37{,}3$ кпк. **121.** Поскольку галактика видна «с ребра», скорости звезд на ее краях будут направлены вдоль луча зрения. Это означает, что лучевая скорость этих звезд будет равна пространственной. С помощью формулы для эффекта Доплера $\left(v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \cdot c\right)$ определим, что скорость удаления центра галактики $v_0 = 1234$ км/с, а скорость краев $v = 1417$ км/с. Следовательно, звезды на краях движутся со скоростью $\Delta v = 183$ км/с. Расстояние до галактики определим в соответствии с законом Хаббла: $r = \frac{v_0}{H} = \frac{c \cdot \Delta\lambda}{\lambda_0 \cdot H} = 18{,}1$ Мпк ($H = 68$ (км/с)/Мпк). Радиус галактики $R = r \cdot \sin(\rho/2) = 13{,}2$ кпк. Тогда из выражения для первой космической (круговой) скорости получим массу галактики: $\mathfrak{M} = \frac{(\Delta v)^2 \cdot R}{G} \approx 2 \cdot 10^{41}$ кг = 100 млрд масс Солнца. **122.** Определим абсолютную и видимую звездные величины сверхновой:

$\lg\left(\frac{L}{L_\odot}\right) = 0{,}4 \cdot (M_\odot - M)$; $M \approx -19^m{,}6$; $\lg\left(\frac{E}{E_V}\right) = 0{,}4 \cdot (m_V - m)$; $m \approx 17^m{,}0$. Тогда расстояние до сверхновой $r = 10^{\frac{m+5-M}{5}} \approx 209$ Мпк. Из закона Хаббла (3.39) $H_0 = z \cdot c/r \approx 73$ (км/с)/Мпк. **123.** Радиусы горизонтов событий исходных и новой черных дыр соответственно $R_1 = 2G \cdot \mathfrak{M}_1/c^2$, $R_2 = 2G \cdot \mathfrak{M}_2/c^2$, $R_{12} = 2G \cdot (\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)/c^2$. Сумма площадей до слияния $S_1 + S_2 = 4\pi \cdot (R_1^2 + R_2^2) = \frac{16\pi \cdot G^2}{c^4} \times \left(\mathfrak{M}_1^2 + \mathfrak{M}_2^2\right)$, а после слияния $S_{12} = 4\pi \cdot R_{12}^2 = \frac{16\pi \cdot G^2}{c^4}\left(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2\right)^2$. Поскольку $(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2)^2 \geqslant \mathfrak{M}_1^2 + \mathfrak{M}_2^2$, то $S_{12} \geqslant S_1 + S_2$.

3.2. Астрофизические приборы

1. 11 дюймов = 279,4 мм. Поскольку энергии, воспринимаемые ПЗС-матрицей, в первом и втором случаях можно считать одинаковыми, то $E_1 \cdot D_1^2 \cdot t_1 = E_2 \cdot D_2^2 \cdot t_2$, где E_1, E_2 – освещенности, создаваемые первой и второй звездами, D_1, D_2 – диаметры телескопов, t_1, t_2 – время экспозиций. Далее по формуле Погсона $m_1 - m_2 = -2{,}5 \cdot \lg\frac{E_1}{E_2}$ находим $m_2 = 15^m{,}8$. **2.** $\Delta\varphi \approx 0''{,}155$; $m \approx 16{,}875$. **3.** Если средний видимый диаметр Луны принять 31′05″, тогда необходимое увеличение $\Gamma = 31'05''/40'' \approx 46{,}6$. Чтобы достичь такого увеличения, необходимо использовать окуляр с фокусным расстоянием 1000 [мм]/46,6 ≈ ≈ 21,4 мм. **4.** $d = 2F \cdot \mathrm{tg}(\varphi_\text{ц}/2) = 2{,}29$ см. **5.** Поскольку светосила $A = D/F = 1/5$, то $F = 625$ см. Следовательно (см. решение задачи 4), $d = 2F \cdot \mathrm{tg}(\varphi/2) = 0{,}76$ мм. **6.** Пусть R – воображаемый радиус небесной сферы. Тогда по суточной параллели звезда за сутки совершает путь $L = 2\pi \cdot R \cdot \cos(\delta)$, а за t секунд такого движения она пройдет путь $l = 2\pi \cdot t \cdot R \cdot \cos(\delta)/(24 \cdot 60 \cdot 60)$. В угловой мере (по дуге большого круга) $\varphi = l/R = 2\pi \cdot t \cdot \cos(\delta)/(24 \cdot 60 \cdot 60)$ радиан, что и является в данном случае полем зрения телескопа d. Выразим его в угловых секундах: $d = (15 \cdot t \cdot \cos(\delta))''$. **7.** Определим угол при смещении микрометра на один шаг: $\mathrm{tg}(\varphi) \approx \varphi \approx h/F = 7{,}69 \cdot 10^{-5}$ рад = 15″,9. **8.** Угол, который проходит звезда вследствие суточного движения, для телескопа с F_1 (см. решение задачи 7) $\varphi_1 \approx h/F_1$. Этот угол пройден звездой за время t_1 (см. решение задачи 6): $\varphi_1'' = (15 \cdot t_1 \cdot \cos(\delta))''$. При использовании другого телескопа $\varphi_2 \approx h/F_2$ и $\varphi_2'' = (15 \cdot t_2 \cdot \cos(\delta))''$. Следовательно, $\varphi_1 \cdot F_1 = \varphi_2 \cdot F_2$, $t_1 \cdot F_1 = t_2 \cdot F_2$ и $t_2 = 5$ с. **9.** Определим фокусные расстояния телескопов: $F_1 = 64$ см, $F_2 = 320$ см. Чем больше светосила телескопа, тем больше угол его поля зрения, но меньше увеличение при том же окуляре. Таким образом, первый астрограф больше подходит для панорамных съемок, а второй – для детальных, т.е. для задач 1, 3, 6 больше подойдет первый астрограф, а для задач 2, 4, 5 – второй. **10.** Ход лучей в призме показан на рис. 25. Угол отклонения на рисунке обозначен φ. С помощью рисунка легко

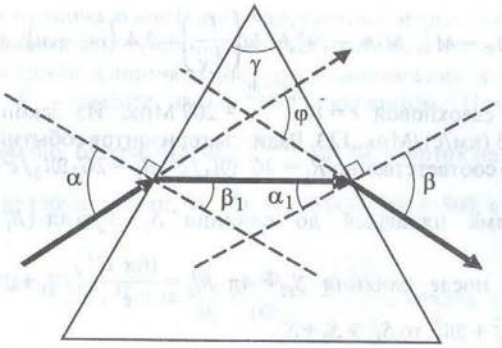


Рис. 25. Ход луча света в преломляющей призме

установить, что $\varphi = \alpha + \beta - \gamma$, а угол преломления $\gamma = \alpha_1 + \beta_1$. На основании закона Снелиуса можно записать: $\sin(\beta_1) = \sin(\alpha)/n$; $\sin(\beta) = n \cdot \sin(\alpha_1)$, где n – показатель преломления. По этим формулам легко рассчитать β_1, α_1, β и φ. Получим для красного света: $n_к = 1{,}6$, $\beta_1 = 23°{,}95$, $\alpha_1 = 29°{,}05$, $\beta = 50°{,}98$, $\varphi = 38°29'1''{,}88$; для фиолетового света: $n_ф = 1{,}64$, $\beta_1 = 23°{,}33$, $\alpha_1 = 29°{,}67$, $\beta = 54°{,}28$, $\varphi = 41°46'33''{,}74$. **11.** 1) Условие главных максимумов для дифракционной решетки $d \cdot \sin(\varphi) = k \cdot \lambda$, где $d = 1/N = 4 \cdot 10^{-6}$ м – период решетки, φ – угол дифракции, k – порядок спектра. Различие углов дифракции близких длин волн можно определить, продифференцировав указанную формулу: $d \cdot \cos(\varphi) \cdot \Delta\varphi = k \cdot \Delta\lambda$. Расстояние на фотопластинке между компонентами дублета $\Delta l_k = F \cdot \Delta\varphi = F \dfrac{k \cdot \Delta\lambda}{d \cdot \cos\varphi}$. Определив углы дифракции для указанных порядков ($\varphi_1 \approx 4°{,}45$; $\varphi_2 = 8°{,}92$), найдем расстояния на фотопластинке: $\Delta l_1 \approx 6{,}02$ мкм; $\Delta l_2 \approx 12{,}15$ мкм. 2) Разрешающую способность, которая необходима для разрешения дублета, определяем так: $R_0 = \lambda/\Delta\lambda = 310{,}154/0{,}03 = 10\,338{,}5$. В первом порядке разрешающая способность $R = k \cdot N = k \cdot n \cdot L = 6250$ (дублет разрешен не будет), во втором порядке $R = 12\,500$ (дублет разрешается). **12.** Согласно формуле Погсона определим освещенность, создаваемую звездой A0: $\lg \dfrac{E_0}{E_m} = 0{,}4 \cdot (m - m_0) = 0{,}4 \cdot (10 + 13{,}89) = 9{,}556$; $E_m = 2{,}78 \cdot 10^{-10}$ лк. Световой поток, падающий на объектив телескопа, определяется как $\Phi_m = E_m \cdot S$, где $S = \pi \cdot D^2/4$ – площадь объектива. Получим $\Phi_m = 3{,}41 \cdot 10^{-10}$ лм. Сила фототока $I = \Phi_m \cdot 1200 \dfrac{\text{мА}}{\text{лм}} \cdot 0{,}85 \approx 3{,}5 \cdot 10^{-7}$ мА. **13.** Среднее расстояние от Земли до Луны равно 384 400 км, разрешение глаза $\sim 1' = 60/206\,265$ рад. Поэтому наименьший линейный размер образований на Луне, различимых невооруженным глазом, составляет $(60/206\,265) \cdot 384\,400 \approx 112$ км. Наибольшие кратеры имеют чуть больший размер и близки к пределу разрешения. **14.** Определим радиус R тела, которое на гелиоцентрическом расстоянии $r = 40$ а.е. (середина пояса

Койпера) имеет звездную величину $m = 28^m$. Освещенность от тела на Земле (будем считать, что расстояние от Земли до Солнца намного меньше расстояния до тела) $E \approx \dfrac{L}{2\pi \cdot r^2} = \dfrac{A}{2} \cdot \left(\dfrac{R}{r}\right)^2 \cdot E'_\odot$, где $L = \pi \cdot R^2 \cdot E'_\odot \cdot A$ – «светимость» обращенного к нам полушария тела, A – альбедо тела, $E'_\odot$ – освещенность от Солнца на поверхности тела. Освещенности $E_\odot$ от Солнца на Земле и $E'_\odot$ на теле пояса Койпера соотносятся как $\dfrac{E_\odot}{E'_\odot} = \left(\dfrac{r}{a}\right)^2$, где $a = 1$ а.е., поэтому $\dfrac{E}{E_\odot} = \dfrac{E \cdot E'_\odot}{E'_\odot \cdot E_\odot} = \dfrac{A}{2} \cdot \dfrac{R^2 \cdot a^2}{r^4}$. Обратите внимание, что $E \sim r^{-4}$. Вместе с тем $\dfrac{E}{E_\odot} = 10^{0.4(m_\odot - m)}$, где $m_\odot = -26^m{,}8$ – видимая звездная величина Солнца, m – видимая звездная величина тела ($m = 28^m$ – предел, доступный телескопу «Хаббл»). Из двух последних выражений $R = \dfrac{r^2}{a}\sqrt{\dfrac{2}{A}} \cdot 10^{0.2(m_\odot - m)}$. Подставляя величины, находим $R \approx 8{,}3$ км. Обратите внимание, что $R \sim r^2$, так что на ближнем и на дальнем краях пояса Койпера значения R различаются в $(5/3)^2 \approx 2{,}8$ раза. **15.** Площадь зеркала телескопа Кека $S = 78{,}54$ м^2, поэтому с Веги ($m \approx 0^m$) каждую секунду на это зеркало падает приблизительно $8 \cdot 10^{11}$ фотонов. Со звезды 30^m телескоп Кека получает в $10^{0.4 \cdot 30} \approx 10^{12}$ раз меньше фотонов, чем с Веги, или примерно 1 фотон в секунду. **16.** По формуле $\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} = \dfrac{1}{F} = \dfrac{2}{R}$ получим $a_2 = \dfrac{F \cdot a_1}{a_1 - F} = \dfrac{a_1 \cdot R/2}{a_1 - R/2}$; $c = \dfrac{a_1 \cdot R/2}{a_1 - R/2} - l \approx 10{,}06$ см. Уменьшение при этом $\Gamma = \dfrac{a_2}{a_1} \approx 0{,}00125$. **17.** Дифракционное качество изображения определяется разрешающей способностью, равной дифракционному пределу. Тогда для OWL в видимом диапазоне $\beta = 13''{,}8/(D\,[\text{см}]) = 0''{,}00138$. Линейные размеры объектов (пятен), видимых под углом β на расстояниях 1,33 и 200 пк, соответственно $l_{\alpha\,\text{Cen}} = \beta\,[\text{рад}] \cdot 1{,}33\,[\text{пк}] \approx 275\,000$ км и $l_{\alpha\,\text{Ori}} \approx 4{,}1 \cdot 10^7$ км. Поскольку звезда Толиман является желтым карликом (она подобна Солнцу), то полученный размер пятна соответствует примерно 0,2 диаметра звезды. Очевидно, что таких пятен не бывает. Диаметр Бетельгейзе (красный сверхгигант) составляет примерно 1000 диаметров Солнца, т.е. $1{,}4 \cdot 10^9$ км. Полученный размер пятна на Бетельгейзе будет составлять около 0,03 диаметра самой звезды, что вполне правдоподобно. Таким образом, оказывается, что с помощью OWL можно наблюдать пятна на более далекой Бетельгейзе, но не на близкой α Центавра A. **18.** Освещенность, которую создает Солнце на Земле (солнечная постоянная), $Q = \dfrac{\sigma \cdot T_\odot^4 \cdot R_\odot^2}{a^2}$, где $T_\odot$ и $R_\odot$ – эффективная температура и радиус Солнца, a – радиус земной орбиты. Тогда попадающее за единицу времени на зеркало количество солнечной энергии $\varepsilon = \dfrac{\pi \cdot \sigma \cdot T_\odot^4 \cdot R_\odot^2 \cdot D^2}{4 \cdot a^2}$. Радиус изображения Солнца в фокальной плоскости зерка-

19. Зак. 1941

ла $\rho = f \cdot \varphi = f \cdot R_\odot / a$, где φ – видимый радиус Солнца. Отсюда следуют два возможных варианта решения. Если радиус шара больше радиуса изображения Солнца, то вся солнечная энергия, попавшая на зеркало, будет поглощаться шаром и идти на его нагрев. В свою очередь, шар будет излучать как абсолютно черное тело. При некоторой температуре T_1 величины энергии, поглощаемой и излучаемой шаром, сравняются: $\frac{\pi\sigma T_\odot^4 \cdot R_\odot^2 \cdot D^2}{4 \cdot a^2} = 4\pi r^2 \cdot \sigma T_1^4$. Отсюда $T_1 = \frac{T_\odot}{2} \cdot \sqrt{\frac{R_\odot \cdot D}{a \cdot r}}$. Если же радиус шара r меньше радиуса изображения Солнца ρ, то шар будет поглощать не всю солнечную энергию, попавшую на зеркало. В пределах изображения Солнца освещенность $E = \frac{\varepsilon}{\pi\rho^2} = \frac{\sigma T_\odot^4 \cdot D^2}{4 \cdot f^2}$. Приравняв величины поглощаемой и излучаемой энергии, получим $\frac{\sigma T_\odot^4 \cdot D^2 \cdot \pi r^2}{4 \cdot f^2} = 4\pi r^2 \cdot \sigma T_2^4$. Температура шара $T_2 = \frac{T_\odot}{2} \cdot \sqrt{\frac{D}{f}}$. **19.** Условия видимости любого объекта зависят от количества световой энергии, которая попадает за единицу времени на каждую клетку сетчатки глаза. Это количество энергии пропорционально поверхностной яркости объекта (обозначим ее B). Поверхностная яркость связана с блеском объекта (освещенностью E, создаваемой объектом) и с его угловой площадью (Ω): $B \sim \frac{E}{\Omega}$ (см. (3.7)). Если поверхностная яркость перечисленных объектов будет больше, чем у М33, можно считать, что объект будет виден, в противоположном случае – нет. Для М81 $\frac{B}{B_{M33}} = \frac{E}{E_{M33}} \cdot \frac{\Omega_{M33}}{\Omega} = 2{,}512^{5{,}7-7{,}0} \times \times \frac{73' \times 45'}{24',9 \times 11',5} \approx 3{,}5 > 1$ – будет видна. Для туманности «Гантель»: $\frac{B}{B_{M33}} = 2{,}512^{5{,}7-7{,}4} \times \times \frac{73' \times 45'}{8',0 \times 5',7} \approx 15 > 1$ – будет видна. Для туманности «Северная Америка»: $\frac{B}{B_{M33}} = 2{,}512^{5{,}7-6{,}0} \cdot \frac{73' \times 45'}{120' \times 100'} \approx 0{,}2 < 1$ – не будет видна. **20.** Во сколько раз площадь объектива телескопа превышает площадь зрачка человеческого глаза, во столько же раз количество энергии, поступающей в глаз, при использовании телескопа будет больше, чем в случае невооруженного глаза: $\left(\frac{150}{6}\right)^2 = 2{,}512^{\Delta m}$, откуда $\Delta m = 7^m{,}0$. Таким образом, наблюдателю с телескопом будут доступны звезды, на 7 звездных величин слабее, чем звезды 6-й величины, т.е. проницающая сила системы телескоп – глаз составит 13^m. **21.** Количества световой энергии, которые собирает телескоп без диафрагмы и с диафрагмой, относятся как площади объектива и отверстия диафрагмы: $250^2 / 40^2 = 39$. Следовательно, телескоп без диафрагмы может показать в 39 раз более слабые звезды, чем с диафрагмой. Отсюда $\lg(39) = 0{,}4 \cdot \Delta m$, $\Delta m \approx 4^m$. Заметим, что такой же результат дает формула для проницающей силы телескопа $m \approx 7{,}5 + 5 \cdot \lg(D)$. **22.** При наблюдениях с Земли угловой диаметр Бетельгейзе $\rho = \arcsin \frac{2 \cdot 1000 \cdot R_\odot}{r} = 0'',0468$. В видимом диапазоне диаметр телескопа связан с разрешающей силой следующим образом: $\Delta\varphi = \frac{138''}{D[\text{мм}]}$. Отсюда диаметр объектива телескопа с $\Delta\varphi < 0'',0468$: $D > \frac{138''}{0'',0468}[\text{мм}] \approx 3\text{м}$. **23.** Разрешающая способность телескопа $\Delta\varphi = \frac{138''}{D[\text{мм}]} = 0'',69$. Следовательно, телескоп может показать любые детали, угловые размеры которых превышают $0'',69$. Тогда их линейный размер $l = a_\leftmoon \cdot \sin(\Delta\varphi) \approx \approx 1{,}3$ км ($a_\leftmoon = 384\,400$ км – средний радиус орбиты Луны). **24.** Сравнивая освещенность от звезды с освещенностью от Солнца ($Q_\odot = 1367$ Вт/м^2), найдем количество энергии, попадающей за 1 с в глаз человека: $\varepsilon = E \cdot \frac{\pi d^2}{4} = Q_\odot \cdot 2{,}512^{m_\odot - m} \times \times \frac{\pi d^2}{4} = 2{,}93 \cdot 10^{-15}$ Вт. Отсюда количество фотонов в секунду $N = \frac{\varepsilon}{h \cdot \nu} = \frac{\varepsilon \cdot \lambda}{h \cdot c} \approx 8100$. **25.** Для того чтобы зафиксировать галактику, требуется определенная экспозиция (время t): каждый пиксель матрицы должен поглотить некоторое количество энергии, чтобы создать регистрируемый фототок. Это количество энергии будет пропорционально освещенности E и обратно пропорционально угловой площади объекта Ω. Для фиксации обеих галактик требуется одно и то же количество энергии, поэтому $t_1 \cdot \frac{E_1}{\Omega_1} = t_2 \cdot \frac{E_2}{\Omega_2}$, $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \cdot \frac{E_2}{E_1} = \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \cdot 2{,}512^{m_1 - m_2}$, $\frac{10\text{с}}{t_2} = \frac{4',7 \times 3',6}{20' \times 23'} \cdot 2{,}512^{9-7}$. Отсюда $t_2 = 43{,}1$ с. **26.** См. решение задачи 25. Для уверенной фиксации звезды ПЗС-матрица должна поглотить определенное количество энергии, которое пропорционально освещенности E от звезды и времени экспозиции t. Следовательно, $\frac{t}{1\text{ с}} = 2{,}512^{11-8}$, $t = 15{,}9$ с. **27.** Для того чтобы изображение Луны целиком разместилось на матрице, его размер в фокальной плоскости не должен превышать 24 мм. Размер объекта в фокальной плоскости $d = 2F \cdot \operatorname{tg}(\rho/2)$, где F – фокусное расстояние, ρ – угловой размер объекта на небе (для Луны $\rho \approx 31',5$). Поскольку должно выполняться условие $d \leqslant 24$ мм, максимально возможное фокусное расстояние $F_{max} = \frac{d_{max}}{2 \cdot \operatorname{tg}(\rho/2)} \approx 2{,}6$ м.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Элементы планетных орбит

Планета	Большая полуось орбиты,		Сидерический период обращения		Синодический период обращения, сут
	а. е.	10^6 км	тропические годы	сутки	
Меркурий	0,387099	57,909	0,24085	87,969	115,88
Венера	0,723332	108,209	0,61520	224,701	583,92
Земля	1,000000	149,598	1,00004	365,257	–
Марс	1,523679	227,939	1,88085	686,971	779,96
Юпитер	5,204267	778,547	11,8618	4332,59	398,88
Сатурн	9,554909	1429,39	29,4571	10759,22	378,09
Уран	19,229412	2876,679	84,013	30685	369,66
Нептун	30,110387	4504,45	164,79	60182	367,49

Элементы орбит карликовых планет

Карликовая планета	Большая полуось орбиты		Сидерический период обращения		Синодический период обращения, сут
	а. е.	10^6 км	тропические годы	сутки	
Церера	2,7675	414,010	4,60397	1681,601	466,6
Плутон	39,482117	5905,69	247,92065	90553,02	366,73
Хаумеа	42,98492	6429,63	281,83	102 937	366,54
Макемаке	45,715	6837,99	309,09	112 897	366,43
Эрида	67,781	10138,6	558,04	203 830	365,9

Физические характеристики планетных орбит

Среднее суточное движение, угл. с	Эксцентриситет орбиты	Наклонение к эклиптике, град.	Долгота, град.	
			восходящего узла	перигелия
14732,1626	0,205636	7,00487	48,33167	77,45595
5767,6903	0,006772	3,39458	76,68069	131,53298
3548,1866	0,016711	0,00005	–11,260647	102,947183
1886,5178	0,093394	1,85061	49,57854	336,04084
299,1200	0,048498	1,30530	100,55615	15,62215
120,4517	0,05555	2,48524	113,64281	89,65667
42,236	0,044405	0,77255	73,98982	170,53114
32,532	0,009456	1,76797	131,79431	37,44116

Физические характеристики карликовых планет

Среднее суточное движение, угл. с.	Эксцентриситет орбиты	Наклонение к эклиптике, град.	Долгота, град.	
			восходящего узла	перигелия
770,69	0,075823	10,593	80,3293	152,8513
14,31	0,2488273	17,1405	110,30347	224,06676
12,59	0,1975233	28,201975	121,900456	2,483294
11,48	0,15586	29,00685	79,366	16,606
6,36	0,44068	44,0445	35,953	186,930

Физические характеристики

Планета	Экваториальный радиус		Сжатие у полюсов	Масса		Средняя плотность, г/см^2	Гравитационное ускорение на экваторе, см/с^2	Параболическая скорость, км/с
	км	в радиусах Земли		10^{27} г	в массах Земли			
Меркурий	2440	0,382	0,0	0,330	0,055	5,427	370	4,25
Венера	6052	0,950	0,0	4,868	0,815	5,243	887	10,36
Земля	6378	1	0,0034	5,972	1	5,514	981	11,19
Марс	3396	0,533	0,0059	0,642	0,107	3,933	371	5,03
Юпитер	71492	11,209	0,0649	1898,6	317,8	1,326	2479	59,5
Сатурн	60268	9,449	0,0980	568,36	95,16	0,687	1044	35,5
Уран	25559	4,007	0,0229	86,81	14,54	1,27	869	21,3
Нептун	24764	3,883	0,0171	102,43	17,15	1,638	1115	23,5

* Планета вращается в направлении, противоположном направлению ее обращения

Физические характеристики

Карликовая планета	Средний радиус		Масса		Средняя плотность, г/см^3	Гравитационное ускорение на экваторе, см/с^2	Параболическая скорость, км/с
	км	в радиусах Земли	10^{23} г	в массах Земли			
Церера	473	0,074	9,393	0,00016	2,161	0,28	0,51
Плутон	1187	0,186	130,3	0,00218	1,860	0,620	1,212
Хаумеа	718	0,113	40,06	0,00067	2,6	0,44	0,91
Макемаке	715	0,112	20–50	0,00033–0,00084	1,4–3,2	0,4	0,75
Эрида	1163	0,183	167	0,0028	2,52	0,82	1,384

планет

Сидерический период вращения	Центробежное ускорение на экваторе, см/с^2	Наклон экватора к плоскости орбиты	Визуальная звездная величина	Визуальное сферическое альбедо	Температура, К	
					эффективная	поверхности
$58^d,646$	0,00	2′	$-0^m,20$	0,058	439	439
$-243^d,025$ *	0,00	177°22′	−3,81	0,78	229	735
$23^h56^m4^s,1$	3,4	23°26′	–	0,36	248	289
$24^h37^m22^s,6$	1,7	25°11′	−2,01	0,14	210	214
$9^h55^m30^s$	224,5	3°07′	−2,55	0,54	124,4	–
10^h33^m	175,5	26°44′	+0,67	0,54	95,0	–
$-17^h14^m24^s$ *	8,3	97°46′	+5,52	0,60	59,1	–
$16^h6^m36^s$	30,2	28°19′	+7,84	0,50	59,3	–

вокруг Солнца.

карликовых планет

Сидерический период вращения	Наклон экватора к плоскости орбиты	Визуальная звездная величина	Альбедо	Средняя температура поверхности, К	Известные спутники
$0^d,3781$	4°	+6,7 – +9,32	0,090	168	Нет
$6^d,387230$	119°,591	+13,65	0,49–0,66	44	5
$3^h,9154$	?	+17,23	0,84	50	2
$7^h,771$	?	+17,0	0,81	40	Нет
$25^h,9$	?	+18,72	0,96	42,5	1

Некоторые физические и астрономические постоянные

Постоянная	Значение	Единицы измерения
Скорость света в вакууме	299792458	м/с
Постоянная гравитации	$6{,}6726 \cdot 10^{-11}$	$Н \cdot м^2/кг^2$
Постоянная Планка	$6{,}62606 \cdot 10^{-34}$	Дж·с
Постоянная Больцмана	$1{,}3806488 \cdot 10^{-23}$	Дж/К
Постоянная Стефана – Больцмана	$5{,}670373 \cdot 10^{-8}$	$Вт/(м^2 \cdot К^4)$
Число Авогадро	$6{,}02 \cdot 10^{23}$	1/моль
Универсальная газовая постоянная	8,31	Дж/(К·моль)
Единица энергии 1 эВ	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$	Дж
Масса протона	$1{,}67 \cdot 10^{-27}$	кг
Масса электрона	$9{,}11 \cdot 10^{-31}$	кг
Отношение масс протона/электрона	1836	
Заряд электрона	$-1{,}602 \cdot 10^{-19}$	Кл
Потенциал ионизации атома водорода	13,6	В
Астрономическая единица	$1{,}49598 \cdot 10^{11}$	м
Световой год	$9{,}4605 \cdot 10^{15}$	м
Парсек	$3{,}0857 \cdot 10^{16}$	м
Тропический год	365,2422	средних солнечных суток
Число секунд в году	$3{,}16 \cdot 10^{7}$	с
Экваториальный радиус Земли	6378	км
Сжатие Земли	1/298	
Наклон эклиптики к экватору	23°26′	
Радиус Солнца	$6{,}960 \cdot 10^{8}$	м
Постоянная аберрации	20,496	угл. с

Постоянная	Значение	Единицы измерения
Годичная прецессия по долготе	50,26	угл. с
Солнечная постоянная	1367	$Вт/м^2$
Масса Солнца	$1{,}99 \cdot 10^{30}$	кг
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$	кг
Отношение масс Солнце/Земля	334 400	
Отношение масс Земля/Луна	81,3	
Постоянная (параметр) Хаббла	68	(км/с)/Мпк

Созвездия, их названия и обозначения

№	Русское название	Латинское название	Окончание родительного падежа	Обозначение	Площадь, кв. град.	Число звезд ярче 6^m
1	Андромеда	Andromeda	Andromedae	And	722	100
2	Близнецы	Gemini	Geminorum	Gem	514	70
3	Большая Медведица	Ursa Major	Ursae Majoris	UMa	1280	125
4	Большой Пес	Canis Major	Canis Majoris	CMa	380	80
5	Весы	Libra	Librae	Lib	538	50
6	Водолей	Aquarius	Aquarii	Aqr	980	90
7	Возничий	Auriga	Aurigae	Aur	657	90
8	Волк	Lupus	Lupi	Lup	334	70
9	Волопас	Bootes	Bootis	Boo	907	90
10	Волосы Вероники	Coma Berenices	Comae Berenices	Com	386	50
11	Ворон	Corvus	Corvi	Crv	184	15
12	Геркулес	Hercules	Herculis	Her	1225	140

20. Зак. 1941

№	Русское название	Латинское название	Окончание родительного падежа	Обозначение	Площадь, кв. град.	Число звезд ярче 6^m
13	Гидра	Hydra	Hydrae	Hya	1303	130
14	Голубь	Columba	Columbae	Col	270	40
15	Гончие Псы	Canes Venatici	Canum Venaticorum	CVn	465	30
16	Дева	Virgo	Virginis	Vir	1294	95
17	Дельфин	Delphinus	Delphini	Del	189	30
18	Дракон	Draco	Draconis	Dra	1083	80
19	Единорог	Monoceros	Monocerotis	Mon	482	85
20	Жертвенник	Ara	Arae	Ara	237	30
21	Живописец	Pictor	Pictoris	Pic	247	30
22	Жираф	Camelopardalis	Camelopardalis	Cam	757	50
23	Журавль	Grus	Gruis	Gru	366	30
24	Заяц	Lepus	Leporis	Lep	290	40
25	Змееносец	Ophiuchus	Ophiuchi	Oph	948	100
26	Змея	Serpens	Serpentis	Ser	637	60
27	Золотая Рыба	Dorado	Doradus	Dor	179	20
28	Индеец	Indus	Indi	Ind	294	20
29	Кассиопея	Cassiopeia	Cassiopeiae	Cas	598	90
30	Киль	Carina	Carinae	Car	494	110
31	Кит	Cetus	Ceti	Cet	1231	100

№	Русское название	Латинское название	Окончание родительного падежа	Обозначение	Площадь, кв. град.	Число звезд ярче 6^m
32	Козерог	Capricornus	Capricorni	Cap	414	50
33	Компас	Pyxis	Pyxidis	Pyx	221	25
34	Корма	Puppis	Puppis	Pup	673	140
35	Лебедь	Cygnus	Cygni	Cyg	804	150
36	Лев	Leo	Leonis	Leo	947	70
37	Летучая Рыба	Volans	Volantis	Vol	141	20
38	Лира	Lyra	Lyrae	Lyr	286	45
39	Лисичка	Vulpecula	Vulpeculae	Vul	268	45
40	Малая Медведица	Ursa Minor	Ursae Minoris	UMi	256	20
41	Малый Конь	Equuleus	Equulei	Equ	72	10
42	Малый Лев	Leo Minor	Leonis Minoris	LMi	232	20
43	Малый Пес	Canis Minor	Canis Minoris	CMi	183	20
44	Микроскоп	Microscopium	Microscopii	Mic	210	20
45	Муха	Musca	Muscae	Mus	138	30
46	Насос	Antlia	Antliae	Ant	239	20
47	Наугольник	Norma	Normae	Nor	165	20
48	Овен	Aries	Arietis	Ari	441	50
49	Октант	Octans	Octantis	Oct	291	35

№	Русское название	Латинское название	Окончание родительного падежа	Обозначение	Площадь, кв. град.	Число звезд ярче 6^m
50	Орел	Aquila	Aquilae	Aql	652	70
51	Орион	Orion	Orionis	Ori	594	120
52	Павлин	Pavo	Pavonis	Pav	378	45
53	Паруса	Vela	Velorum	Vel	500	110
54	Пегас	Pegasus	Pegasi	Peg	1121	100
55	Персей	Perseus	Persei	Per	615	90
56	Печь	Fornax	Fornacis	For	398	35
57	Райская Птица	Apus	Apodis	Aps	206	20
58	Рак	Cancer	Cancri	Cnc	506	60
59	Резец	Caelum	Caeli	Cae	125	10
60	Рыбы	Pisces	Piscium	Psc	889	75
61	Рысь	Lynx	Lyncis	Lyn	545	60
62	Северная Корона	Corona Borealis	Coronae Borealis	CrB	179	20
63	Секстант	Sextans	Sextantis	Sex	314	25
64	Сетка	Reticulum	Reticuli	Ret	114	15
65	Скорпион	Scorpius	Scorpii	Sco	497	100
66	Скульптор	Sculptor	Sculptoris	Scl	475	30
67	Столовая Гора	Mensa	Mensae	Men	153	15
68	Стрела	Sagitta	Sagittae	Sge	80	20
69	Стрелец	Sagittarius	Sagittarii	Sgr	867	115

№	Русское название	Латинское название	Окончание родительного падежа	Обозначение	Площадь, кв. град.	Число звезд ярче 6^m
70	Телескоп	Telescopium	Telescopii	Tel	252	30
71	Телец	Taurus	Tauri	Tau	797	125
72	Треугольник	Triangulum	Trianguli	Tri	132	15
73	Тукан	Tucana	Tucanae	Tuc	295	25
74	Феникс	Phoenix	Phoenicis	Phe	469	40
75	Хамелеон	Chamaeleon	Chamaeleontis	Cha	132	20
76	Центавр (Кентавр)	Centaurus	Centauri	Cen	1060	150
77	Цефей	Cepheus	Cephei	Cep	588	60
78	Циркуль	Circinus	Circini	Cir	93	20
79	Часы	Horologium	Horologii	Hor	249	20
80	Чаша	Crater	Crateris	Crt	282	20
81	Щит	Scutum	Scuti	Sct	109	20
82	Эридан	Eridanus	Eridani	Eri	1138	100
83	Южная Гидра	Hydrus	Hydri	Hyi	243	20
84	Южная Корона	Corona Australis	Coronae Australis	CrA	128	25
85	Южная Рыба	Piscis Austrinus	Piscis Austrini	PsA	245	25
86	Южный Крест	Crux	Crucis	Cru	68	30
87	Южный Треугольник	Triangulum Australe	Trianguli Australis	TrA	110	20
88	Ящерица	Lacerta	Lacertae	Lac	201	35

Крупнейшие спутники планет

Планета и количество ее известных спутников	Спутник	Среднее расстояние от центра планеты, 10^3 км	Сидерический период обращения, сут	Наклонение орбиты, град.*	Эксцентриситет орбиты	Размеры спутника (радиус или полуоси), км	Масса, г	Плотность, г/см^3	Визуальная звездная величина	Визуальное сферическое альбедо	Год открытия
Земля 1	Луна	384,4	27,321661	5,1E	0,0549	1738	$7,34 \cdot 10^{25}$	3,34	−12,7	0,068	
Марс 2	Фобос	9,4	0,318910	1,8P	0,019	14·11·10	$1,08 \cdot 10^{19}$	1,95	11,5	0,03	1877
	Деймос	23,5	1,262441	1,4P	0,003	8·6·6			12,5	0,03	1877
Юпитер 67	Метис	128,0	0,295	(0)P	(0)	20					1979
	Адрастея	129,0	0,298	(0)P	(0)	12·10·8					1979
	Амальтея	181,3	0,498	0,45P	0,003	135·85·7			13,7	0,04	1982
	Теба	221,4	0,671	(0,9)P	0,013	55·45					1979
	Ио	421,6	1,769	0,04P	0,004	1815	$8,94 \cdot 10^{25}$	3,57	4,8	0,43	1610
	Европа	670,9	3,551	0,47P	0,009	1569	$4,80 \cdot 10^{25}$	2,97	5,2	0,40	1610
	Ганимед	1070	7,155	0,21B	0,002	2631	$1,48 \cdot 10^{26}$	1,94	4,5	0,11	1610
	Каллисто	1880	16,689	0,51B	0,007	2400	$1,08 \cdot 10^{26}$	1,86	5,5	0,13	1610
	Леда	11 110	240	26,7B	0,146	(8)			20		1974
	Гималия	11 470	251	27,6PB	0,158	(92)			14,8		1904
	Лиситея	11 710	260	29,0P	0,130	(18)			18,4		1938
	Элара	11 740	260	24,8B	0,207	(38)			16,8		1904
	Ананке	20 700	617	147B	0,17	(15)			18,9		1951
	Карме	22 350	692	164B	0,21	(20)			18,0		1938
	Пасифе	23 300	735	145B	0,38	(25)			17,1		1938
	Синопе	23 700	758	153B	0,28	(18)			18,4		1914
Сатурн 62	Атлас	136,7	0,602	0,3P	0,002	20·?·10			19,1	0,17	1980
	Прометей	139,4	0,613	0P	0,004	70·50·37			15,8	0,31	1980
	Пандора	141,7	0,629	0,1P	0,004	55·45·33			16,1	0,30	1980
	Эпиметей	151,4	0,69	0,1P		110·95·80			15,7	0,25	1966
	Янус	151,5	0,69	0,3P	0,002	70·58·50			15,7	0,25	1966
	Мимас	158,5	1,370	1,5P	0,02	197	$4,6 \cdot 10^{22}$	1,4	12,9	0,30	1789
	Энцелад	238,0	0,942	0,0P	0	251	$8 \cdot 10^{22}$	1,2	11,8	0,50	1789
	Тефия	294,7	1,888	1,1P	0	530	$7,6 \cdot 10^{23}$	1,2	10,3	0,44	1684
	Телесто	294,7	1,888			15·10·8			18,7	0,45	1980
	Калипсо	294,7	1,888			12·11·11			19,0	0,34	1980
	Диона	377,4	2,737	0,0P	0,002	560	$1,05 \cdot 10^{24}$	1,4	10,4	0,36	1684
	Елена	377,4	2,737	0,2P	0,005	17·16·15			18,4	0,28	1980
	Рея	572,0	4,518	0,4P	0,001	765	$2,49 \cdot 10^{24}$	1,2	9,7	0,37	1672
	Титан	1221,9	15,945	0,3P	0,029	2575	$1,34 \cdot 10^{26}$	1,9	8,4	0,24	1655
	Гиперион	1481,1	21,277	0,4P	0,104	205·130·110			14,4	0,13	1848
	Япет	3561,9	79,331	(14,7P)	0,028	730	$1,88 \cdot 10^{24}$	1,2	10–12	0,1–0,4	1671
	Феба	12954	550,4	175P	0,163	110			16,4	0,4	1898
Уран 27	Корделия	49,8				(25)					1986
	Офелия	53,8				(25)					1986
	Бианка	59,2				(25)					1986
	Крессида	61,8				(30)					1986
	Дездемона	62,7				(30)					1986
	Джульетта	64,4				(40)					1986
	Порция	66,1	0,51			(40)					1986
	Розалинда	70,0	0,56			(30)					1986
	Белинда	75,3	0,62			(30)					1986
	Пэк	86,0	0,76			77					1985
	Миранда	128,8	1,41	4,22P	0,027	236	$6,3 \cdot 10^{22}$	1,14	16,5	0,14	1948
	Ариэль	190,2	2,52	0,31P	0,033	579	$1,3 \cdot 10^{24}$	1,60	14,4	0,16	1851
	Умбриэль	265,1	4,14	0,36P	0,005	585	$1,3 \cdot 10^{24}$	1,55	15,3	0,07	1851
	Титания	434,1	8,71	0,14P	0,002	789	$3,5 \cdot 10^{24}$	1,70	14,0	0,11	1787
	Оберон	581,9	13,46	0,10P	0,001	761	$3,0 \cdot 10^{24}$	1,62	14,2	0,11	1787

Планета и количество ее известных спутников	Спутник	Среднее расстояние от центра планеты, 10^3 км	Сидерический период обращения, сут	Наклонение орбиты, град.*	Эксцентриситет орбиты	Размеры спутника (радиус или полуоси), км	Масса, г	Плотность, г/см^3	Визуальная звездная величина	Визуальное сферическое альбедо	Год открытия
Нептун 14	Наяда	48,2	0,30	4,5E		29					1989
	Таласса	50,0	0,31	<1E		40					1989
	Деспина	52,5	0,33	<1E		74				0,04	1989
	Галатея	62,0	0,43	<1E		79				0,04	1989
	Ларисса	73,6	0,55	<1E		96				0,04	1981
	Протеус	117,6	1,12	<1E		208				0,04	1989
	Тритон	355,3	5,88	157E	0,001	1353	$2{,}1 \cdot 10^{25}$	2,06	13,6	0,83	1846
	Нереида	5510	360,13	28E	0,75	170			18,7	0,22	1949

* E – к плоскости эклиптики; P – к плоскости экватора планеты; B – к плоскости орбиты планеты.

50 самых близких звезд

Звезда	α_{1950}	δ_{1950}	V	S_p	$\pi'' \times 1000$	r, пк	μ, г	V_r, км/с	M_V	$L_V(\odot = 1)$
Солнце	–	–	$-26^m{,}73$	G2V	–	–	–	–	$+4^m{,}83$	1
Проксима (α Cen C)	$14^h26^m{,}3$	−62°28′	+11,05*v*	M5eV	762	1,30	3″,85	−16	+15,45*v*	0,000056
α Cen A	$14^h36^m{,}2$	−60 38	0,32	G2V	754	1,34	3,86	−22*v*	+4,76	1,06
α Cen B	$14^h36^m{,}2$	−60 38	1,72	K4V	754	1,34	3,86	−22	6,16	0,293
Барнарда	$17^h55^m{,}4$	+04 33	9,54	M5V	552	1,81	10,31	−108	13,25	0,000427
Вольф 359	$10^h54^m{,}1$	+07 19	13,53*v*	M8eV	431	2,33	4,71	+13	16,68*v*	0,000018
Лаланд 21185 (+36°2147)	$11^h00^m{,}5$	+36 18	7,50	M2V	402	2,50	4,78	−86	10,49	0,0053
α CMA A (Сириус)	$6^h42^m{,}9$	−16 39	−1,46	AIVm	377	2,66	1,33	−8*v*	1,46	22,2
α CMA B	$6^h42^m{,}9$	−16 39	8,67	DA5	377	2,66	1,33	–	11,55	0,00204
L 726–8A	$1^h36^m{,}4$	−18 13	12,45	M5, 6eV	365	2,73	3,36	+29	15,27	0,000067
L 726–8B	$1^h36^m{,}4$	−18 13	12,95*v*	dM6e	365	2,73	3,36	+29	15,8*v*	0,000041
Росс 154	$18^h46^m{,}7$	−23 53	10,6*v*	dM4e	345	2,90	0,72	−4	13,3*v*	0,00041
Росс 248	$23^h39^m{,}4$	+43 55	12,29	dM6e	317	3,16	1,59	−81	14,80	0,000102
ε Eri	$3^h30^m{,}6$	−09 38	3,73	K2V	305	3,30	0,98	+16	6,13	0,030
L 789–6	$22^h35^m{,}8$	−15 36	12,18	dM7e	303	3,30	3,26	−60	14,60	0,00012

Звезда	α_{1950}	δ_{1950}	V	S_p	$\pi'' \times 1000$	r, пк	μ, г	V_r, км/с	M_V	$L_V(\odot=1)$
Росс 128	$11^h45^m,1$	+01 06	11,10	M4V	301	3,32	1,37	−13	13,50	0,00034
61 Cyg A	$21^h04^m,7$	+38 30	5,22	K3, 5V	292	3,40	5,21	−64	7,58	0,080
61 Cyg B	$21^h04^m,7$	+38 30	6,03	K4, 7V	292	3,40	5,21	−64	8,39	0,038
ε Ind	$21^h59^m,6$	−57 00	4,68	K3V	291	3,44	4,69	−40	7,00	0,135
α CMi A	$7^h36^m,7$	+05 21	0,37	F5IV–V	287	3,49	1,25	−3v	2,64	7,5
α CMi B	$7^h36^m,7$	+05 21	10,37	DF	287	3,49	1,25	–	13,0	0,00054
+59°1915 A	$18^h42^m,2$	+59 33	8,90	M3, 0V	283	3,53	2,30	+0	11,15	0,0030
+59°1915 B	$18^h42^m,2$	+59 33	9,69	dM5	283	3,53	2,28	+10	11,94	0,00143
+43°44 A	$0^h15^m,5$	+43 44	8,07	M1V	282	3,55	2,90	+13v	10,32	0,0064
+53°44 B	$0^h15^m,5$	+43 44	11,04	M6V	282	3,55	2,90	+20	13,29v	0,00041
−36°15693	$23^h02^m,6$	−36 08	7,36	M2V	279	3,58	6,90	+10	9,59v	0,0124
τ Cet	$1^h41^m,7$	−16 12	3,50	G8pVI	273	3,62	1,91	−16	5,72	0,442
+5°1668 CMi	$7^h24^m,7$	+05 23	9,82	dM5	268	3,72	3,73	+26	11,98	0,0014
L 725–32	$1^h10^m,0$	−17°17′	11,6	dM2e	261	2,83	1,36	–	13,4	0,00037
−39°14192	$21^h14^m,3$	−39 04	6,67	M0V	260	3,84	3,46	+21	8,75	0,027
Каптейна	$5^h09^m,7$	−45 00	8,81	sdM0	256	3,90	8,81	+245	10,85	0,0039
Крюгер 60 A	$22^h26^m,2$	+57 27	9,85	M3V	253	3,95	0,86	−26	11,87	0,0014

Крюгер 60 B	$22^h26^m,2$	+57 27	11,3v	M4eV	253	3,95	0,86	−26	13,3v	0,00041
Росс 614 A	$6^h26^m,8$	−02 46	11,17	dM7e	250	4,00	0,99	+24	13,16	0,00046
Росс 614 B	$6^h26^m,8$	−02 46	14,8	(M)	250	4,00	0,99	+24	16,8	0,000016
−12°4523	$16^h27^m,5$	−12 32	10,12	dM5	249	4,01	1,18	−13v	12,06	0,000128
Маанена 2	$0^h46^m,4$	+05 09	12,37	DG	236	4,24	2,97	+54	14,26	0,00017
Вольф 424 A	$12^h30^m,9$	+09 18	13,16	dM6e	230	4,35	1,75	−5	14,98	0,000087
Вольф 424 B	$12^h30^m,9$	+09 18	13,4	dM7e	230	4,35	1,75	−5	15,2	0,000071
−37°15492	$0^h02^m,5$	−37 36	8,63	M4V	225	4,43	6,09	+23	10,39	0,0060
+50°1725	$10^h08^m,3$	+49 42	6,59	K7V	219	4,55	1,45	−26	8,32	0,040
−46°11540	$17^h24^m,9$	−46 51	9,36	M4	216	4,63	1,10	–	11,03	0,0033
−49°13575	$21^h30^m,2$	−49 13	8,67	M1V	214	4,68	0,81	+8	10,32	0,0064
−44°11909	$17^h33^m,5$	−44 17	11,2	M5	213	4,70	1,16	–	12,8	0,00064
L 1159–16	1^h57^m	+12 50	12,27v	M8	212	4,72	2,08	–	13,91v	0,00023
+68°946	$17^h36^m,7$	+68 23	9,15	M3, 5V	209	4,78	1,32	−22	10,79	0,0041
−15°6290	$22^h50^m,6$	−14 31	10,17	dM5	207	4,83	1,15	+9	11,77	0,0017
L 145–141	$11^h43^m,0$	−64 33	11,44	DA	206	4,85	0,68	–	13,01	0,00053
+15°2620	$13^h43^m,2$	+15 10	8,50	M4V	205	4,86	2,30	+15	10,02	0,00084
σ_2 Eri A и B	$4^h13^m,0$	−07 44	4,42	K1V	205	4,86	4,08	−42	6,0	0,343

Названия и параметры наиболее ярких звезд ($m < 3^m,0$)

№	Название звезды (тум., скопл.)	Обозначение местоположения	Этимология	Значение названия	m	M	Светимость	Расстояние, св. лет	$\pi'' \times 1000$
1	Адара	ε Б. Пса	араб.	?	1,50	−8,50	208930	3260	1
2	Акамар	θ Эридана	араб.	Конец реки (п)	2,91v?	0,15	72	116	28
3	Акраб (Элякраб)	β Скорпиона	араб.	Клешня (п)	2,59v?	−4,40	4786	815	4±8
4	Акрукс*	α Южного Креста	лат.	A[lfa] Crux	0,79	−4,69	6252	408	8
5	Аламак (Альмак)	γ Андромеды	араб.	Сандалия (п)	2,10	−4,41	4830	652	5
6	Алголь / Расэльгул	β Персея	араб.	Чудовище (рис.) / Голова ведьмы (п)	2,12v	−0,04	86	88	37
7	Алгораб	δ Ворона	араб.	Ворон (п; крыло)	2,94v?	−0,78	171	181	18±5
8	Алиот	ε Б. Медведицы	араб.	Вороной конь? Залив?	1,77v	−3,71	2535	408	8±10
9	Альгейба (Альгиеба)	γ Льва	араб.	Лоб (п)	1,98v	−1,63	373	172	19±6
10	Альгениб	γ Пегаса	араб.	Крыло (п)	2,84v	−2,93	1236	466	7
11	Альгенуби	ε Льва	араб.	Северная (п)	2,98	−5,51	13305	1630	2±7
12	Альдебаран	α Тельца	араб.	Идущая вослед [Плеяд] (пн)	0,86v?	−0,73	163	68	48
13	Альдерамин	α Цефея	араб.	Правая рука (п)	2,45	1,45	22	52	63±5

14	Альнилам	ε Ориона	араб.	Нитка (п; жемчуга)	1,69	−6,80	43651	1630	2
15	Альнитак	ζ Ориона	араб.	Пояс (п; великана)	1,77	−1,52	337	148	22
16	Альсабик	η Змееносца	араб.	Обгоняющая [Плеяды] (пн)	2,42	0,78	41	69	47±7
17	Альтаир (Атаир)	α Орла	араб.	Орел [летящий]	0,76	2,24	11	16	198±4
18	Альфард	α Гидры	араб.	Одинокая (пн)	1,97v?	−1,88	470	192	17±4
19	Альферац (Сиррах)	α Андромеды	араб.	Кобыла (п) (пуп (п))	2,06	−1,04	217	136	24
20	Альхена	γ Близнецов	араб.	Шестой дом (астр.)	1,92	−0,62	147	105	31
21	Альциона	25η Тельца (Плеяды)	греч.	Мифологический персонаж	2,87	−3,64	2377	652	5±4
22	Антарес	α Скорпиона	греч.	Вместо Ареса (Марса) (астр.)	0,91v	−2,70	1000	172	19±6
23	Арктур	α Волопаса	греч.	Страж медведя	−0,05v?	−0,28	107	36	90
24	Арнеб	α Зайца	араб.	Заяц (п)	2,57	−5,92	19409	1630	2
25	Аскела (Асцелла)	ζ Стрельца	лат.	Подмышка (п)	2,59	−0,90	191	163	20
26	Ахернар*	α Эридана	араб.	Конец реки (п)	0,47	−2,00	525	102	32
27	Беллатрикс	γ Ориона	лат.	Воительница (астр.)	1,64v?	−1,28	270	125	26
28	[Алькаид] Бенетнаш	η Б. Медведицы	араб.	[Предводитель] плакальщиц	1,86v?	−5,13	9376	815	4±12
29	Бетельгейзе	α Ориона	араб.	Рука, подмышка (п)	0,42v	−6,09	22699	652	5

№	Название звезды (тум., скопл.)	Обозначение местоположения	Этимология	Значение названия	*m*	*M*	Светимость	Расстояние, св. лет	$\pi'' \times 1000$
30	Вега	α Лиры	араб.	Падающий [орел] (пн)	0,03v?	0,48	53	26	123±5
31	Виндемиатрикс	ε Девы	лат.	Винодельница (хоз.)	2,84v?	0,62	47	91	36±7
32	Гамаль (Хамаль)	α Овна	араб.	Ягненок (п)	2,00v?	0,17	71	76	43
33	Гемма / Альфекка	α Сев. Короны	лат./ араб.	Жемчужина (я) / Разбивающая (п)	2,24v	0,41	57	76	43±6
34	Гиады (расс. скопл.)	Телец	греч.	Дождливые (сез.)	0,8	–––	–––	130	–––
35	Гомейза	β М. Пса	араб.	Проливающий слезы (хоз.)	2,89v?	–0,83	179	181	18±6
36	Денеб	α Лебедя	араб.	Хвост (п)	1,25v?	–5,74	16444	815	4
37	Денебола	β Льва	араб.	Хвост льва (п)	2,14v?	1,54	20	43	76±5
38	Денеб Кайтос (Дифда)	β Кита	араб.	Хвост кита (п) (Лягушка (?))	2,02v?	0,80	40	57	5±6
39	Денеб Окаб	ξ Орла	араб.	Хвост орла (п)	2,99v?	0,78	40	90	36±7
40	Джанах	γ Ворона	араб.	Крыло (п)	2,58v?	–0,52	134	136	24
41	Дирах	μ Близнецов	араб.	Локоть (п; льва)	2,87	–0,52	134	155	21
42	Дубхе	α Б. Медведицы	араб.	Медведь (п; спина)	1,79v?	–0,75	166	105	31±5
43	Зосма (Цозма)	δ Льва	греч.	Пояс (?)	2,56v?	0,57	49	82	40±5

44	Зубен Эльгенуби / Киффа Аустралис	α Весов	араб./ араб.+лат.	Северная клешня / Чашка южная (п)	2,75v?	1,20	28	67	49±7
45	Зубен Эльшемали / Киффа Бореалис	β Весов	араб./ араб.+лат.	Северная клешня / Чашка северная (п)	2,61	–0,68	156	148	22
46	Йед Приор	δ Змееносца	араб.+лат.	Рука, идущая впереди (пн)	2,75	0,06	79	112	29±5
47	Канопус*	α Киля	лат.	Каноп (египетский город?) (?)	–0,75	–4,47	5105	181	18
48	Капелла	α Возничего	лат.	Козочка (рис.)	0,08v?	–0,61	146	45	73
49	Кастор	α Близнецов	греч.	Мифологический персонаж	1,58	0,87	37	45	72±4
50	Каус Аустралис	ε Стрельца	араб.+лат.	Изгиб южный (п)	1,85	–2,27	673	217	15±10
51	Каус Меридианалис	δ Стрельца	араб.+лат.	Изгиб срединный (п)	2,70	0,66	45	84	39±11
52	Каф (Шаф)	β Кассиопеи	араб.	Рука	2,27v	–1,71	402	204	16±11
53	Кор Кароли (Cor Caroli) / Хара	α Гончих Псов	лат.	Сердце Карла II	2,84v	–0,35	115	142	23±6
54	Корнефорос	β Геркулеса	греч.	?	2,74v?	–1,11	231	192	17±5
55	Кохаб	β М. Медведицы	араб.	Звезда [севера] (пн)	2,08v?	–0,46	127	105	31±5
56	Лезат (Лезах)	υ Скорпиона	араб.	Пятно (п; туманное)	2,68	–2,32	705	326	10

№	Название звезды (тум., скопл.)	Обозначение местоположения	Этимология	Значение названия	*m*	*M*	Светимость	Расстояние, св. лет	$\pi'' \times 1000$
57	Маркаб (Меркаб)	α Пегаса	араб.	Плечо (п)	2,48v?	–0,13	94	109	30±5
58	Маркеб*	ϰ Парусов	араб.	Корабль? (п)	2,50	–3,27	1690	466	7±11
59	Менкаб (Менкар)	α Кита	араб.	Нос (п)	2,53v?	–5,08	8954	1084	3
60	Менкалинан	β Возничего	араб.	Плечо (п)	1,90v	–0,26	106	88	37
61	Мерак	β Б. Медведицы	араб.	Брюхо (п)	2,37v	0,49	53	78	42±6
62	Металлах* / Атриа*	α Юж. Треугольника	?/лат.	? / A[lfa] Tri[angulum] A[ustralis]	1,91	–1,19	249	136	24±11
63	Минтака	δ Ориона	араб.	Пояс (пн; Ориона)	2,24v	–4,75	6607	815	4
64	Мира (Кита)	ο Кита	лат.	Удивительная (я)	2,00v	–2,43	780	251	13
65	Мирах	β Андромеды	араб.	Передник (п)	2,05	0,22	68	76	43
66	Мирзам (Мирцам)	β Б. Пса	араб.	Привязь (п)	1,97v	–2,30	692	233	14
67	Мирфак (Марфик)	α Персея	араб.	Локоть [Плеяд] (п)	1,80v?	–0,89	189	112	29
68	Мифрид	η Волопаса	араб.	Единственная (пн)	2,68	2,72	6,8	32	102
69	Мицар	ζ Б. Медведицы	араб.	Пах (п)	2,06v?	–0,10	91	88	37±6
70	Пелаг	σ Стрельца	лат.	Быстрый поток (пн?)	2,03	–1,36	291	155	21
71	Плеяды (расс. скопл.)	M 45; Телец	греч.	Родовое имя мифологических персонажей	1,4	–––	–––	420	–––

72	Поллукс	β Близнецов	лат.	Мифологический персонаж	1,14v?	0,98	34	35	93±5
73	Полярная	α М. Медведицы	рус.	–"– (пн)	2,02v	–5,59	14322	1087	3
74	Поррима	γ Девы	лат.	Имя римской богини	2,74v?	2,76	6,5	32	101
75	Процион / Эльгомаиза	α М. Пса	греч./араб.	Раньше Пса (пн) / Проливающий слезы (сез.)	0,37v?	2,67	7,1	11	288±4
76	Рас Альхаг	α Змееносца	араб.	Голова заклинателя (п)	2,07v?	0,81	39	58	56
77	Растабан	β Дракона	араб.	Голова дракона (п)	2,78	–2,45	794	362	9±6
78	Регул	α Льва	лат.	Царек (?)	1,35v?	–0,70	158	84	39±7
79	Ригель	β Ориона	араб.	Нога (п)	0,13	–7,48	81658	1087	3
80	Сабик	η Змееносца	араб.	Идущий впереди (пн)	2,42	0,78	41	69	47±7
81	Садалсууд (Сад Эльзуд)	β Водолея	араб.	Счастье счастий (астр.)	2,87	–4,74	6546	1087	3
82	Садальмелик	α Водолея	араб.	Счастье государства (астр.)	2,93	–4,68	6194	1087	3±5
83	Садр	γ Лебедя	араб.	Грудь (п)	2,23v?	–3,88	2965	543	6
84	Сириус	α Б. Пса	греч.?	Жгучий? (сез.)	–1,46	1,41	23	8,7	375
85	Солнце	–––	славян. индо-евр.	Светящее (я)	–26,78	4,80	1	8^m19^s	–––
86	Спика	α Девы	лат.	Колос (рис.)	0,97v	–2,42	773	156	21±8
87	Толиман* / Проксима*	α Центавра	араб./лат.	Страусы / Ближайшая	0,06	4,44	1,4	4,3	751±11
88	Унук Эльхайа	α Змеи	араб.	Шея змеи (п)	2,64	0,95	35	71	46±6
89	Факт	α Голубя	араб.	Кружащий голубь (п)	2,64v?	–0,65	151	148	22
90	Фекда (Фад)	γ Б. Медведицы	араб.	Бедро (п)	2,44v?	–1,05	219	163	20±6
91	Фомальгаут	α Юж. Рыбы	араб.	Рот рыбы (п)	1,16v?	1,95	14	23	144±7

№	Название звезды (тум., скопл.)	Обозначение местоположения	Этимология	Значение названия	m	M	Светимость	Расстояние, св. лет	$\pi'' \times 1000$
92	Форамен* (новоперем.)	η Киля	лат.	Дыра (п)	–0,80v (max)/7,5	–10,80	1737800	3260	1
93	Хадар*	β Центавра	?	?	0,59	–3,39	1888	204	16±11
94	Хан	ζ Змееносца	китай.	?	2,56v?	–3,55	2188	543	6
95	Цельбальрай	β Змееносца	араб.	Пес пастуха (п)	2,77	–0,42	122	142	23±5
96	Шаула	λ Скорпиона	араб.	Жало (п)	1,63	–2,97	1282	272	12
97	Шеат (Шит)	β Пегаса	араб.	Бедро (п)	2,42v	–1,70	398	217	15±5
98	Шедар (Шедир)	α Кассиопеи	араб.	Грудь (п)	2,23v?	–3,00	1318	362	9
99	Шератан	β Овна	араб.	Два знака (астр.)	2,65v?	1,65	18	52	63
100	Эль Натх (Альнат, Нат, Натх)	β Тельца	араб.	Рог (п)	1,65	–1,96	506	172	19
101	Эниф	ε Пегаса	араб.	Нос (п)	2,39v?	–4,60	5754	815	4
102	Этамин	γ Дракона	араб.	Дракон (п)	2,22v?	–1,63	373	192	17±6

Условные обозначения: **астр.** – из–за астрологических представлений; **п** – по положению звезды в конфигурации созвездия, например: Жало (п) – звезда находится в том месте, где в созвездии Скорпиона представляли жало; если из первоначального составного названия звезды выпало слово, необходимое для понимания названия, оно приводится в скобках, например: Ворон (п; крыло); в ряде случаев восстановить утраченное слово не удается: Заяц (п); **пн** – название дано по положению звезды на небе относительно других звезд и созвездий; **рис.** – название дано по положению звезды на традиционном изображении созвездия, например Спика – «колос», так как на небесных картах Деву изображали с колосом в руке; **сез.** – название объясняется тем, что определенное положение звезды на небе (обычно восход или заход) совпадало с наступлением какого-то погодного сезона; **хоз.** – то же самое, связанное с какой-то стадией сельскохозяйственных работ; **я** – название дано из-за яркости или цвета.

Знаком «*» отмечены звезды, которые видны в южном полушарии Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lin, D.N.C.* The Genesis of Planets / D.N.C. Lin // Scientific American. V. 298. May, 2008. P. 50–59.
2. *Peebles, P.J.E.* Principles of Physical Cosmology / P.J.E. Peebles. Princeton University Press, 1993.
3. *Perlmutter, S.* Measuring the Acceleration of the Cosmic Expansion Using Supernovae / S. Perlmutter // Rev. Mod. Phys. 2012. V. 84. P. 1127–1149.
4. *Riess, A.G.* My Path to the Accelerating Universe / A.G. Riess // Rev. Mod. Phys. 2012. V. 84. P. 1165–1175.
5. *Schmidt, B.P.* Accelerating Expansion of the Universe through Observations of Distant Supernovae / B.P. Schmidt // Rev. Mod. Phys. 2012. V. 84. P. 1151–1163.
6. *Беленькая, Е.С.* Магнитосферы планет, обладающих собственным магнитным полем / Е.С. Беленькая // Усп. физ. наук. 2009. Т. 179. С. 809–835.
7. *Волынский, Б.А.* Астрономия / Б.А. Волынский; под ред. Р.В. Куницкого. М.: Просвещение, 1971.
8. *Воронцов-Вельяминов, Б.А.* Сборник задач и практических упражнений по астрономии / Б.А. Воронцов-Вельяминов. М.: Наука, 1977.
9. *Грин, Б.* Элегантная Вселенная. Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории / Б. Грин. М.: Либроком, 2011.
10. *Громов, А.* Вселенная. Вопросов больше, чем ответов / А. Громов, А. Малиновский. М.: Эксмо, 2009.
11. *Дагаев, М.М.* Лабораторный практикум по курсу общей астрономии / М.М. Дагаев. М.: Высшая школа, 1972.
12. *Дагаев, М.М.* Сборник задач по астрономии / М.М. Дагаев. М.: Просвещение, 1980.
13. *Дагаев, М.М.* Астрономия / М.М. Дагаев [и др.]. М.: Просвещение, 1983.
14. *Захаров, А.Ф.* Поиски экзопланет с помощью гравитационного микролинзирования / А.Ф. Захаров // Усп. физ. наук. 2011. Т. 181. С. 1114–1122.
15. *Захаров, А.Ф.* Гравитационное микролинзирование / А.Ф. Захаров, М.В. Сажин // Усп. физ. наук. 1998. Т. 168. С. 1041–1082.
16. *Зеленый, Л.М.* Исследования Солнечной системы, состояние и перспективы / Л.М. Зеленый, А.В. Захаров, Л.В. Ксанфомалити // Усп. физ. наук. 2009. Т. 179. С. 1118–1140.
17. *Зельдович, Я.Б.* Теория расширяющейся Вселенной, созданная А.А. Фридманом / Я.Б. Зельдович // Усп. физ. наук. 1963. Т. 80. С. 357–390.
18. *Иванов, В.В.* Парадоксальная Вселенная. 175 задач по астрономии / В.В. Иванов, А.В. Кривов, П.А. Денисенков. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1997.
19. *Клищенко, А.П.* Астрономия / А.П. Клищенко, В.И. Шупляк. М.: Новое знание, 2004.
20. *Клищенко, А.П.* Методические аспекты преподавания общего курса астрономии на естественных факультетах Белгосуниверситета / А.П. Клищенко, В.И. Шупляк // Вышэйшая школа. 1999. № 3–4. С. 141–142.
21. *Кононович, Э.В.* Общий курс астрономии / Э.В. Кононович, В.И. Мороз. М.: Едиториал УРСС, 2004.

22. *Курышев, В.И.* Практикум по астрономии / В.И. Курышев. М.: Просвещение, 1986.
23. *Лукаш, В.Н.* Темная материя: от начальных условий до образования структуры Вселенной / В.Н. Лукаш, Е.В. Михеева // Усп. физ. наук. 2007. Т. 177. С. 1023–1028.
24. *Лукаш, В.Н.* Темная энергия: мифы и реальность / В.Н. Лукаш, В.А. Рубаков // Усп. физ. наук. 2008. Т. 178. С. 301–308.
25. *Мазер, Дж.К.* От Большого взрыва до Нобелевской премии и дальше / Дж.К. Мазер // Усп. физ. наук. 2007. Т. 177. С. 1278–1293.
26. *Мур, П.* Астрономия с Патриком Муром / П. Мур. М.: ФАИР-ПРЕСС, 1999.
27. *Рябов, Ю.А.* Движение небесных тел / Ю.А. Рябов. М.: Наука, 1977.
28. *Смут, Дж.Ф., III.* Анизотропия реликтового излучения: открытие и научное значение / Дж.Ф. Смут III // Усп. физ. наук. 2007. Т. 177. С. 1294–1317.
29. *Тэйлор, Дж.Х.* Двойные пульсары и релятивистская гравитация / Дж.Х. Тэйлор // Усп. физ. наук. 1994. Т. 164. С. 757–764.
30. *Халс, Р.А.* Открытие двойного пульсара / Р.А. Халс // Усп. физ. наук. 1994. Т. 164. С. 743–756.
31. *Хокинг, С.* Краткая история времени: от Большого взрыва до черных дыр / С. Хокинг. СПб.: Амфора, 2001.

БИБЛИОТЕКА
БГУ
2131307

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

Введение 6

ГЛАВА 1. Сферическая астрономия 16

1.1. Небесная сфера. Системы небесных координат. Преобразование координат 16
Вопросы и задания для самопроверки 24
Примеры решения задач 25
Задачи для самостоятельного решения 27
1.2. Измерение времени. Системы счета времени 30
Вопросы и задания для самопроверки 35
Примеры решения задач 35
Задачи для самостоятельного решения 36
1.3. Подвижная карта звездного неба 39
Вопросы и задания для самопроверки 41
Примеры решения задач 41
Задачи для самостоятельного решения 41
1.4. Факторы, влияющие на положение светил на небесной сфере 43
Вопросы и задания для самопроверки 51
Примеры решения задач 51
Задачи для самостоятельного решения 52
1.5. Задачи практической астрономии 53
Вопросы и задания для самопроверки 57
Примеры решения задач 57
Задачи для самостоятельного решения 59

ГЛАВА 2. Небесная механика 61

2.1. Видимые и действительные движения планет 61
Вопросы и задания для самопроверки 74
Примеры решения задач 75
Задачи для самостоятельного решения 76
2.2. Движение Земли и Луны 82
Вопросы и задания для самопроверки 85
Примеры решения задач 86
Задачи для самостоятельного решения 87
2.3. Движение искусственных тел 89
Вопросы и задания для самопроверки 91
Примеры решения задач 92
Задачи для самостоятельного решения 93

ГЛАВА 3. Основы астрофизики 97
3.1. Астрофизика планет и звезд 97
3.1.1. Земля – планета Солнечной системы 97
3.1.2. Другие планеты Солнечной системы 108
3.1.3. Планеты у других звезд (экзопланеты) 114
3.1.4. Астрофизика Солнца и других звезд 118
3.1.5. Галактическая астрофизика 151
3.1.6. Элементы космогонии 157
3.1.7. Элементы космологии и общей теории относительности 167
Вопросы и задания для самопроверки 200
Примеры решения задач 201
Задачи для самостоятельного решения 202
3.2. Астрофизические приборы 214
Вопросы и задания для самопроверки 218
Примеры решения задач 219
Задачи для самостоятельного решения 220
Ответы и решения 224
Приложение 284
Литература 307

Астрономия : учеб. пособие / В.И. Шупляк [и др.]. – Минск : А91 Вышэйшая школа, 2016. – 310 с. : ил. + 1 л. ил. + 1 электрон. опт. диск (DVD-R)
ISBN 978-985-06-2759-9.

В учебном пособии представлено краткое изложение теоретической части курса общей астрономии (сферическая астрономия, небесная механика, астрофизика планет и звезд). Теоретический материал каждой темы дополняется вопросами и заданиями для самопроверки, примерами решения задач и задачами для самостоятельного решения. Для задач приведены ответы и решения. Отдельная вкладка содержит подвижную карту звездного неба и накладной круг к ней для определения вида звездного неба в любой день года для любого времени суток. Электронный DVD-диск включает фотографии, схемы, рисунки, а также видеозаписи, компьютерные анимации и симуляции, наглядно демонстрирующие астрономические явления и объекты.

Для студентов естественнонаучных специальностей учреждений высшего образования, изучающих астрономию. Может быть использовано школьниками старших классов и учителями средних школ для работы в астрономических кружках и при подготовке к олимпиадам.

УДК 52(075.8)
ББК 22.6я73